

محاسبه چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما

INC29-1263

خسرو بنام*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، صندوق پستی ۱۱۵، شهرکرد، ایران

چکیده:

چگالی تراز هسته‌ای و پارامتر چگالی تراز، کمیت‌های مهمی در فیزیک هسته‌ای هستند. برای محاسبه پارامتر چگالی-تراز، از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود. در این کار با استفاده از تقریب توماس فرمی، چگالی تراز تک‌ذره‌ای محاسبه شده است. سپس با استفاده از آن، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما به دست آمده است. با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، چگالی تراز هسته‌ای حساب شده است. همچنین با استفاده از مدل BCS و مدل تعمیم یافته MBCS، انرژی برانگیختگی و چگالی تراز هسته‌ای محاسبه شده است. در انتها نتایج چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از مدل های BCS و مدل تعمیم یافته MBCS و چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از پارامتر چگالی تراز، با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند.

کلیدواژه‌ها: پارامتر چگالی تراز، چگالی تراز، انرژی برانگیختگی مدل BCS، مدل MBCS.

Calculating the nuclear level density using the temperature dependence of level density parameter

Kh. Benam*

Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Shahrekord University, Shahrekord, P. O. Box: 115, Iran

Abstract:

The nuclear level density and level density parameter are important quantities in nuclear physics. The level density parameter can be computed using different methods. In this work at first, the single particle level density has been obtained using Thomas-Fermi approximation. Then using it, the temperature dependence of level density parameter has been calculated. The nuclear level density and Excitation energy were calculated using the level density parameter. Also, the excitation energy and level density have been calculated using the BCS and MBCS model. Finally, the level density calculated using BCS and MBCS model and the level density calculated using the level density parameter have been compared with experimental data.

Keywords: Level density parameter, Level density, Excitation energy, BCS model,

۱. مقدمه

چگالی تراز هسته‌ای کمیت مهمی در محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته است. برای محاسبه چگالی تراز هسته‌ای به دو روش مستقیم و غیر مستقیم عمل می‌شود. در روش غیرمستقیم، از مدل‌هایی مثل گاز فرمی ساده^۱ FGM، مدل^۲ GSM و مدل^۳ BSFGM استفاده می‌شود [۱-۳]. ساده‌ترین مدل برای محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته، مدل ساده گاز فرمی است. در این مدل، هسته به صورت دو سیستم نوترونی و پروتونی بدون برهمکنش در نظر گرفته می‌شود. ابتدا برای هر نوع از ذرات به صورت جداگانه، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته را محاسبه می‌کنند و در نهایت با استفاده از ویژگی جمع‌ی ذرات، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته، از قبیل انرژی برانگیختگی، چگالی تراز، آنتروپی و ظرفیت گرمایی را به دست می‌آورند.

با انجام بعضی اصلاحات در مدل گاز فرمی ساده و با در نظر گرفتن اثر زوجیت در هسته، مدل پیشرفته‌تر BSFGM ارائه شده است [۳]. در این مدل، چگالی تراز، به صورت تابعی از دو کمیت انرژی برانگیختگی و پارامتر چگالی تراز در نظر گرفته می‌شود. پارامتر چگالی تراز، یک کمیت مهم در محاسبه چگالی تراز به روش غیرمستقیم می‌باشد. پارامتر چگالی تراز، به روش‌های مختلفی حساب می‌شود. یکی از روش‌های معروف محاسبه پارامتر چگالی تراز، روش ایگناتیوک است [۴]. در این روش، پارامتر چگالی تراز به صورت تابعی از انرژی برانگیختگی، تصحیح سطحی پوسته و ثابت‌های آزاد نوشته می‌شود. مدل‌های آماری که اخیراً برای محاسبات شکافت هسته‌ای استفاده شده است، پارامتر چگالی تراز را به صورت تابع ثابتی از عدد جرمی A در نظر گرفته‌اند [۵-۸]. در مطالعات اخیر بعضی از مدل‌ها مثل^۴ GDR [۹-۱۱]، نشان داده شد که پارامتر چگالی تراز، رفتاری وابسته به دما دارد. پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، در محاسبه کمیت‌های مهمی مثل توزیع زاویه‌ای اسپینی و مداری پاره‌های شکافت و همچنین احتمال گذار واپاشی در هسته‌ها، کاربرد زیادی دارد. برای محاسبه پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، ابتدا چگالی تراز تک‌ذره‌ای وابسته به دما محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از آن، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما را به دست می‌آورند. لستونه [۱۲]، اشلمو و همکاران [۱۳-۱۴] از جمله گروه‌هایی هستند که پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، را محاسبه کرده‌اند. از آنجایی که این گروه‌ها، پارامتر چگالی تراز را با تقریب زیادی حساب کرده‌اند، در این کار ابتدا با استفاده از تقریب توماس فرمی [۱۵]، تابع چگالی تراز تک‌ذره‌ای محاسبه شده است و سپس با استفاده از آن، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، به صورت کامل‌تر و دقیق‌تری نسبت به روش لستونه و اشلمو محاسبه شده و تحت عنوان پارامتر چگالی تراز مؤثر^۵ a_{eff} ، نام‌گذاری شده است. همچنین با استفاده از پارامتر چگالی تراز مؤثر، چگالی تراز هسته‌ای محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه شده است.

چگالی تراز در مدل‌هایی مثل^۶ BCS و^۷ SPA به صورت مستقیم محاسبه می‌شود [۱۶-۲۱]. در این مدل‌ها، ابتدا تابع پارش محاسبه می‌شود سپس با استفاده از تابع پارش، چگالی تراز را محاسبه می‌کنند. در ادامه این کار، پژوهشی، با استفاده از مدل BCS، انرژی برانگیختگی و چگالی تراز محاسبه شده است. استفاده از این مدل در هسته، مزایای زیادی از قبیل در نظر گرفتن اثر زوجیت در تابع پارش دارد. اما این مدل، نقاط ضعفی هم دارد. در این مدل برای بررسی اثر زوجیت در هسته، از پارامتر گاف استفاده می‌شود. پارامتر گاف در دمای پایین، تاثیر زیادی روی خواص ترمودینامیکی هسته دارد اما با افزایش دما، به شدت کاهش می‌یابد؛ تا اینکه در دمای بحرانی به طور ناگهانی صفر می‌شود و باعث ایجاد تغییر فاز و همچنین پیش‌بینی نقاط تکین و غیرواقعی در نمودار کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل ظرفیت گرمایی می‌شود. در این تحقیق، برای رفع این مشکل از پارامتر نظم نظریه گینزبرگ-لاندائو استفاده شده است. پارامتر نظم در دمای بحرانی صفر نمی‌شود و با افزایش دما به آرامی کاهش می‌یابد. پارامتر نظم نظریه

¹ Fermi Gas Model

² Generalized Superfluid Model

³ Back Shifted Fermi Gas Model

⁴ Giant Dipole Resistance

⁵ Effective

⁶ Barden-Cooper-Schrieffer

⁷ Statistical Path Approximation

گینزبرگ-لانداو، جایگزین پارامتر گاف مدل BCS شده است و تحت عنوان مدل تعمیم یافته $MBCS^8$ نام‌گذاری شده است [۱۹]. سپس چگالی تراز و انرژی برانگیختگی با استفاده از این مدل محاسبه شده است. در انتهای این کار، نتایج چگالی تراز مدل BCS، MBCS، لستونه و چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از پارامتر چگالی تراز موثر، با داده‌های تجربی مقایسه شده است و همچنین انرژی برانگیختگی محاسبه شده به وسیله مدل‌های مذکور با هم مقایسه شده است. در قسمت بعدی این مقاله، روش کار توضیح داده می‌شود و در انتها، نتایج محاسبات مدل‌های مذکور بررسی می‌شوند.

۲. روش کار

چگالی تراز هسته‌ای از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۲-۲۳].

$$\rho(U, a) = \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{e^{2\sqrt{aU}}}{a^4 U^4} \quad (1)$$

در رابطه بالا U انرژی برانگیختگی است. پارامتر قطع اسپین به صورت $\sigma^2 = 0.0888A^{\frac{2}{3}}\sqrt{aU}$ تعریف می‌شود. کمیت l در رابطه (۱) پارامتر چگالی تراز است که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۹-۱۱].

$$a = \frac{\pi^2}{6} g(\varepsilon_F) \quad (2)$$

کمیت ε_F انرژی فرمی و $g(\varepsilon_F)$ تابع چگالی تک‌ذره‌ای است که به صورت زیر حساب می‌شود.

$$g(\varepsilon_F) = \frac{1}{\pi^2} \iiint \left(\frac{2m^*(r)}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (\varepsilon_F - V(r, m^*))^{\frac{1}{2}} d^3r \quad (3)$$

با استفاده از روش توماس فرمی، چگالی نوکلئونی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$n_{TF}(r) = \frac{2}{3\pi^2} \left(\frac{2m^*(r)}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (\varepsilon_F - V(r, m^*))^{\frac{3}{2}} \quad (4)$$

که در آن $V(r, m^*)$ پتانسیل تک ذره ای است. بعد از محاسبات لازم، تابع $g(\varepsilon_F)$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$g(\varepsilon_F) = \frac{3n_0}{2(\varepsilon_F - V_0)} \iiint \frac{m^*(r)}{m_0^*} \left(\frac{n(r)}{n_0} \right)^{\frac{1}{3}} d^3r \quad (5)$$

در رابطه فوق اندیس صفر مربوط به مقدار کمیت در $r=0$ است. $m^*(r) = m(1 - \alpha f(r)) \left(1 - \beta \frac{df(r)}{dr} \right)$

جرم مؤثر و سایر کمیت‌ها به صورت $m^*(0) = m(1 - \alpha)$ ، $\alpha = (1 - 0/005T^2)$ ، $z = 0.54 \text{ fm}$ می‌باشند. همچنین داریم [۱۲]:

$$f(r) = \frac{n(r)}{n_0} = \left[1 + \exp \left(\frac{r - r'_0 A^{\frac{1}{3}}}{z} \right) \right]^{-1}, \quad r'_0 = 1.1 \text{ fm}, \quad \beta = 0.4 A^{\frac{1}{3}} e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21 \text{ MeV}} \right)^2}$$

که در آن m جرم نوکلئون آزاد و $f(r)$ چگالی بهنجار شده نوکلئون می‌باشد. برای محاسبه $g(\varepsilon_F)$ ، چگالی نوکلئونی $f(r)$ در رابطه (۵) قرار داده می‌شود، سپس با استفاده از معادلات (۲) و (۵) و انجام محاسبات لازم، چگالی تراز وابسته به دما به صورت زیر به دست می‌آید.

$$a(T) = \frac{A}{15.5 \text{ MeV}} \left\{ 1.56 + 1.83A^{-\frac{1}{3}} - \left[\frac{1.56 + 1.83A^{-\frac{1}{3}}}{1.35 + 5.82A^{-\frac{1}{3}}} \right] \times 0.65 \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \right] \right\} \quad (6)$$

⁸ Modified BCS

اشلمو و ناتویتر رابطه زیر را بین پارامتر چگالی تراز وابسته به دما و انرژی برانگیختگی تعریف کرده‌اند.

$$a(T) = \frac{A}{K(T)} = \frac{U}{T^2}, \quad K(T) = \frac{15.5 \text{ MeV}}{\left[1.6 + 1.8A^{-\frac{1}{3}} - 0.5 \left(1 - \exp \left[- \left(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21 \text{ MeV}} \right)^2 \right] \right) \right]} \quad (7)$$

لستونه رابطه تقریبی زیر را برای چگالی تراز وابسته به دما به دست آوردند.

$$a_L(T) \approx a + 2U \frac{da}{dU} = \frac{A}{K(T)} - \frac{T^2 A^{\frac{5}{3}}}{6830 \text{ MeV}^3} e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21 \text{ MeV}} \right)^2} \quad (8)$$

اما با توجه به رابطه بین چگالی تراز و دما و استفاده از رابطه (۱) و (۷) داریم [۱۲]:

$$\frac{1}{T^2} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dU} \right)^2 = \frac{a}{U} + \frac{9}{4U^2} - \frac{3}{U} \sqrt{\frac{a}{U}} + 2 \left(\frac{da}{dU} \right) \left(1 - \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U} \sqrt{\frac{U}{a}} + \frac{3}{4Ua} \right) + \left(\frac{U}{a} + \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{a} \sqrt{\frac{U}{a}} \right) \left(\frac{da}{dU} \right)^2 \quad (9)$$

با استفاده از رابطه (۷) و (۹)، چگالی تراز مؤثر $a_{\text{eff}}(T)$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$a_{\text{eff}}(T) = \frac{U}{T^2} = a + \frac{9}{4U} - 3 \sqrt{\frac{a}{U}} + \left(2U - 4 \sqrt{\frac{U}{a}} + \frac{3}{2a} \right) \left(\frac{da}{dU} \right) + \left(\frac{U^2}{a} + \frac{U}{4a^2} - \left(\frac{U}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \left(\frac{da}{dU} \right)^2$$

$$a = \frac{A}{K(T)}, \quad \frac{da}{dU} = \frac{dT}{dU}, \quad \frac{da}{dT} = - \frac{TA^{\frac{5}{3}}}{6830 \text{ MeV}^3} e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21 \text{ MeV}} \right)^2}, \quad U = a(T)T^2 = \frac{A}{K(T)} T^2 \Rightarrow \quad (10)$$

$$\frac{dU}{dT} = A \left(\frac{2T}{K(T)} + T^2 \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{K(T)} \right) \right) = \frac{AT}{7.75} \left[1.6 + 1.8A^{-\frac{1}{3}} - 0.5 \left(1 - e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21 \text{ MeV}} \right)^2} \right) \right]$$

$$- \frac{T^3 A^{\frac{5}{3}}}{6835.5} e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21 \text{ MeV}} \right)^2}$$

در این کار همه جملات رابطه (۱۰) در نظر گرفته شدند و رابطه کامل تر و دقیق تری برای پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، به دست آورده شده است.

مدل BCS و MBSC: در مدل BCS تابع پارش بزرگ سیستم Ω به صورت زیر به دست می‌آید [۱۶-۲۱].

$$\Omega = -\beta \sum_k (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + 2 \sum_k \ln [1 + \exp(-\beta E_k)] - \beta \frac{\Delta^2}{G} \quad (11)$$

در رابطه فوق ε_k انرژی تراز تک ذره‌ای، G قدرت زوجیت، Δ پارامتر گاف، λ پتانسیل شیمیایی، $\beta = \frac{1}{T}$ ،

دمای ترمودینامیکی هسته و $E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}$ انرژی شبه ذرات است. در مدل BCS ابتدا محتمل‌ترین

مقدار پارامتر گاف را با استفاده از رابطه $\frac{\partial \Omega}{\partial \Delta} = 0$ به دست می‌آورند که به عنوان معادله گاف نام گذاری می‌شود.

$$\sum_k \frac{1}{E_k} \tanh \left(\frac{1}{2} \beta E_k \right) = \frac{2}{G} \quad (12)$$

تعداد ذرات N ، انرژی، E و آنترپی S به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$N = \sum_k \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh \left(\frac{1}{2} \beta E_k \right) \right] \quad (13)$$

$$E = \sum_k \varepsilon_k \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh \left(\frac{1}{2} \beta E_k \right) \right] - \frac{\Delta^2}{G} \quad (14)$$

$$S = 2 \sum_k \ln (1 + \exp (-\beta E_k)) + 2\beta \sum_k \frac{E_k}{1 + \exp (\beta E_k)} \quad (15)$$

تابع چگالی تراز ρ برای N نوترون و Z پروتون به صورت زیر به دست می‌آید، که در آن $|D|$ دترمینان مشتق دوم تابع پتانسیل بزرگ سیستم و $\sigma^2 = \frac{1}{2} \sum_k m_k^2 \sec h^2 \left(\frac{1}{2} \beta E_k \right)$ پارامتر قطع اسپین است.

$$\rho = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{e^S}{(\sigma^2)^{\frac{1}{2}} |D|^{\frac{1}{2}}} \quad (16)$$

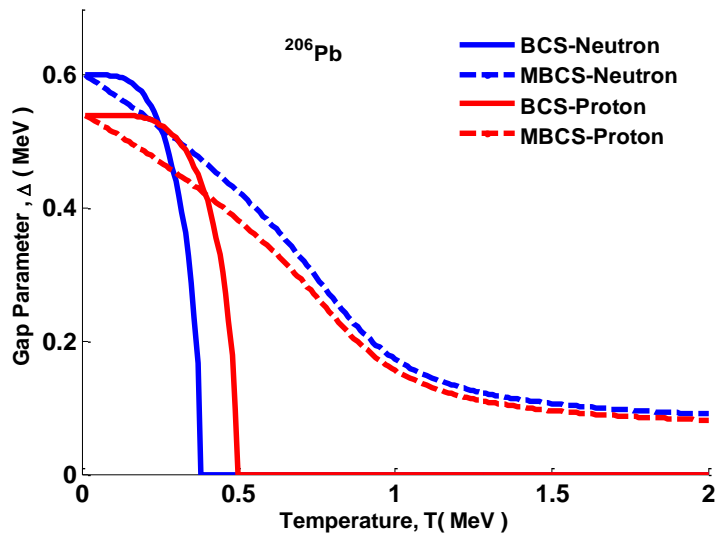
با توجه به اینکه پارامتر گاف در دمای بحرانی، به طور ناگهانی صفر می‌شود و باعث تغییر فاز و همچنین ایجاد نقاط تکین و غیرواقعی در نمودار کمیت‌های ترمودینامیکی از قبیل ظرفیت گرمایی می‌شود، در این کار به جای پارامتر گاف در مدل BCS، پارامتر نظم از نظریه گینزبرگ-لاندائو جایگزین می‌شود و نتایج مدل BCS دوباره محاسبه می‌شوند و تحت عنوان مدل تعمیم یافته MBCS نام گذاری می‌شود. پارامتر نظم به صورت زیر است [۱۹]:

$$\bar{\Delta}(T) = \frac{T_c \pi^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \lambda^{\frac{1}{2}} e^{-\left(\pi \sqrt{\frac{\bar{b}}{t\bar{\delta}}} \lambda + \frac{\pi(t-1)}{2\sqrt{t\bar{b}\bar{\delta}}} \right)^2} d\lambda}{\sqrt{\frac{\bar{\delta}}{2b}} t^{\frac{1}{2}} \left(1 \pm \operatorname{erf} \left(\left| \frac{\bar{\Delta}t}{t^{\frac{1}{2}}} \right| \right) \right)} \quad (17)$$

δ فاصله بین انرژی ترازهای تک ذره‌ای، erf تابع خطا و T_c دمای بحرانی سیستم است. علامت مثبت برای $T < T_c$ و علامت منفی برای $T > T_c$ است. همچنین در رابطه فوق داریم که:

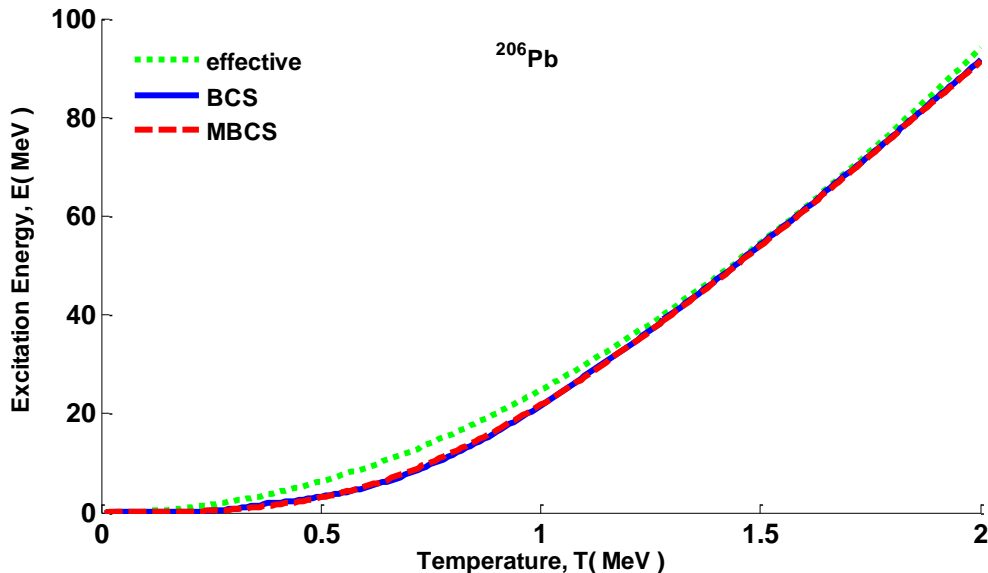
$$\bar{\Delta}t = \frac{1}{2} \frac{\pi(t-1)}{(b\bar{\delta})^{\frac{1}{2}}}, \quad t = \frac{T}{T_c}, \quad \bar{b} = \frac{7\zeta(3)}{16} = 0.526, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{k_B T_c}.$$

۳. نتایج و محاسبات: در این قسمت، نتایج محاسبات برای پارامتر گاف، پارامتر نظم، پارامتر چگالی تراز، انرژی برانگیختگی و چگالی تراز محاسبه شده به وسیله روش‌های مطرح شده در قسمت‌های قبلی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. در شکل (۱)، نمودار پارامتر گاف و پارامتر نظم برای نوترون‌ها و پروتون‌ها بر حسب دما برای هسته ^{206}Pb رسم شده است. نشان داده شد که پارامتر گاف در دمای پایین، مقدار غیر صفر دارد ولی با افزایش دما، به شدت کاهش می‌یابد تا اینکه در دمای بحرانی، به طور ناگهانی صفر می‌شود. اما پارامتر نظم در دمای پایین، مقدار غیر صفر دارد، سپس با افزایش دما به آرامی کاهش می‌یابد و در دمای بحرانی صفر نمی‌شود. به این ترتیب، مشکل صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی حل می‌شود.

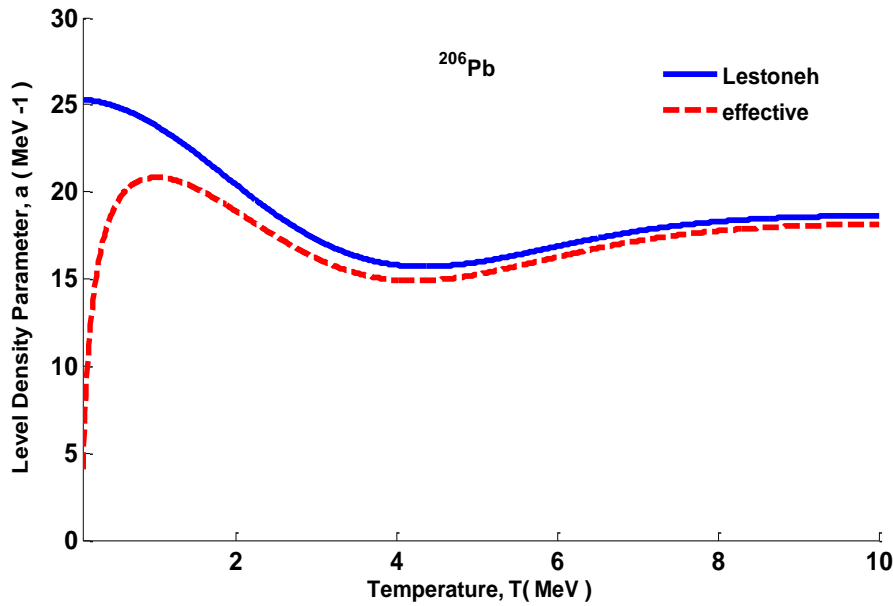


شکل (۱): نمودار پارامتر گاف با نماد (BCS) و پارامتر نظم با نماد (MBCS) بر حسب دما.

در شکل (۲)، نمودار انرژی برانگیختگی بر حسب دما برای مدل BCS و MBCS و انرژی برانگیختگی محاسبه شده با استفاده از رابطه پارامتر چگالی تراز a_{eff} ، برای هسته ^{206}Pb رسم شده است. نشان داده شد که نتایج هر سه روش هماهنگی خوبی با هم دارند و رفتار آنها با دما هموار و یکنواخت است. همچنین مشخص است که، نتایج مدل BCS در دمای بحرانی $T_c = 0.44 MeV$ تغییر فاز می‌دهد، اما در مدل MBCS به دلیل جایگزینی پارامتر نظم به جای پارامتر گاف، این تغییر فاز وجود ندارد. اما به طور کلی افت و خیزهای آماری باعث شده است که نتایج هر سه مدل اندکی با هم متفاوت باشند.

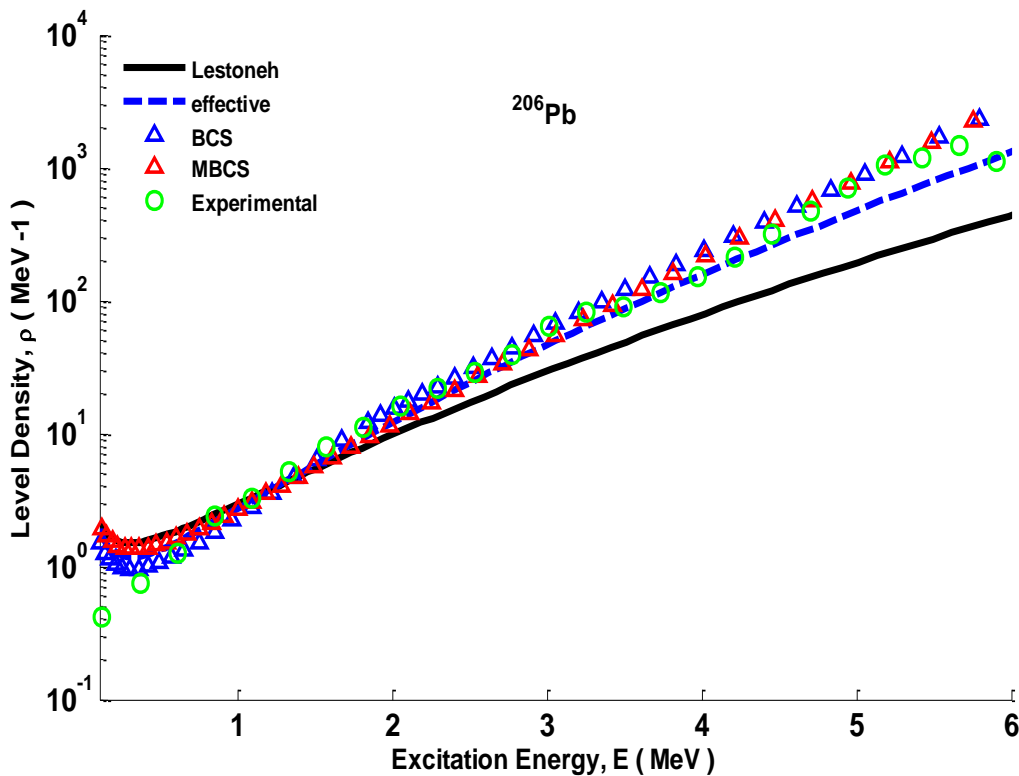


شکل (۲): نمودار انرژی برانگیختگی بر حسب دما.



شکل (۳): نمودار پارامتر چگالی تراز بر حسب دما.

نمودار پارامتر چگالی تراز بر حسب دما برای مدل لستونه و چگالی تراز مؤثر برای هسته ^{206}Pb در شکل (۳) نمایش داده شده است. نشان داده شد که هر دو مدل رفتار یکنواختی با دما دارند و به دلیل در نظر گرفتن همه جملات رابطه (۱۰)، نتایج هر دو مدل یکسان نیستند. همین‌طور پارامتر چگالی تراز مؤثر، به دلیل در نظر گرفتن جملات مشتق مرتبه دوم دمایی، حساسیت دمایی بیشتری نسبت به مدل لستونه دارد. اما با افزایش دما و کوچک شدن جملات مرتبه بالاتر، هر دو مدل نتایج تقریباً نزدیک به هم پیش‌بینی می‌کنند.



شکل (۴): نمودار چگالی تراز بر حسب انرژی برانگیختگی.

در شکل (۴)، نمودار چگالی تراز بر حسب انرژی برانگیختگی برای مدل BCS، MBCS، چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از رابطه پارامتر چگالی تراز a_{eff} ، مدل لستونه و داده‌های تجربی برای هسته ^{206}Pb رسم شده است. از آنجایی که مدل لستونه، با تقریب زیادی به دست آمده است، مشخص است که با داده‌های تجربی تطابق خوبی ندارد. اما نشان داده شد که نتایج هر سه مدل دیگر با هم هماهنگی خوبی دارند و با داده‌های تجربی تطابق بالایی دارند.

۴. نتیجه‌گیری:

چگالی تراز و پارامتر چگالی تراز کمیت‌های مهمی در فیزیک هسته‌ای هستند. پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، در محاسبه کمیت‌های مهمی مثل توزیع زاویه‌ای اسپینی و مداری پاره‌های شکافت و همچنین احتمال گذار واپاشی در هسته‌ها کاربرد زیادی دارد. در این کار ابتدا، چگالی تراز تک‌ذره‌ای با استفاده از تقریب توماس فرمی محاسبه شده است، سپس با استفاده از آن، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما به صورت کامل‌تر و دقیق‌تری نسبت به روش لستونه محاسبه شده است و تحت عنوان پارامتر چگالی تراز مؤثر a_{eff} نام گذاری شده است و با نتایج مدل لستونه مقایسه شده است. با استفاده از پارامتر چگالی تراز، کمیت چگالی تراز هسته‌ای به دست آمده است و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. در ادامه چگالی تراز هسته‌ای و انرژی برانگیختگی با استفاده از مدل BCS حساب شده است و همچنین برای رفع مشکل مدل BCS به خاطر صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی، پارامتر نظم نظریه گینزبرگ-لاندائو جایگزین پارامتر گاف مدل BCS شده است و تحت عنوان مدل تعمیم یافته MBCS نام گذاری شده است. سپس چگالی تراز هسته‌ای و انرژی برانگیختگی با استفاده از آن، محاسبه شده است. نشان داده شد که انرژی برانگیختگی محاسبه شده به وسیله هر سه روش، هماهنگی خوبی با هم دارند و رفتار آنها نسبت به دما هموار و یکنواخت است ولی نتایج مدل BCS به دلیل صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی، تغییر فاز می‌دهند. در انتها چگالی تراز محاسبه شده با استفاده از مدل‌های مذکور و داده‌های تجربی با هم مقایسه شده است. نشان داده شد که نتایج هر سه مدل با هم هماهنگی خوبی دارند و با داده‌های تجربی تطابق بالایی دارند. اما از آنجایی که مدل لستونه با تقریب زیادی به دست آمده است، مشخص است که با داده‌های تجربی تطابق خوبی ندارد.

۶. مراجع

- [1] A. J. Koning, S. Hilaire, S. Goriely, Nucl. Phys. A, 810, 13-76, (2008).
- [2] P. Demetriou, S. Goriely, Nucl. Phys. A 695, 95, (2001).
- [3] H. T Nyhus, et al., Phys. Rev. C, 85, 014323, (2012).
- [4] A. V. Ignatyuk, G.N. Smirenkin, A.S. Tishin, Sov. J. Nucl. Phys, 21, 255 (1975).
- [5] T. Egidy, D. Bucurescu, Phys. Rev. C, 72, 044311 (2005).
- [6] D. J. Hinde et al., Phys. Rev.C, 45, 1229, (1992).
- [7] J. P. Lestone, Phys. Rev. Lett, 70, 2245, (1993).
- [8] Y. Alhassid et al., Phys. Rev. C 92, 024307, (2015).
- [9] B. Canbula et al., Nucl. Phys. A, 54,70, (2014).
- [10] S. Hilaire, Phys. Lett. B, 583, 264, (2004).
- [11] B. Canbula, H. Babacan, Nucl. Phys. A, 858, 32-47, (2001).
- [12] J. P. Lestone, Nucl. Phys. Lab, 1118, 1121, (1995).
- [13] R. Rahmatinejad et al., Phys. Rev. C 101, 054315, (2020).
- [14] S. Shlomo, J. B. Natowitz, Phys. Rev. C 44, 6 (1991).
- [15] J. Toke, W. J. Swiatecki, Nucl. Phys. A, 372, 141, (1981).
- [16] J. Bardeen, L. N. cooper, J. R. Schrieffer, Phys. Rev, 108, 1175 (1957).
- [17] P. Arve et al., Ann of Physics, 183, 309 (1988).
- [18] B. Lauritzen et al., Ann of Physics, 223, 216, (1993).
- [19] V. Dehghani et al., Nucl. Sci. Tech, 28, 128, (2017).
- [20] V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, Int. J. Mod. Phys. E, 25, 11, (2016).
- [21] V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, Int. J. Mod. Phys. E, 27, 6, (2018).
- [22] H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys, 9, 69, (1937).
- [23] T. Ericson, Adv. Phys, 9, 425, (1960).