

بررسی برازش منحنی پاسخ دزیمتر پرسپکس و تصحیح آن

INC29-1224

الهام عدالتخواه*، شهریار بدیعی

پژوهشکده کاربرد پرتوها، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، صندوق پستی ۱۳۳۹-۱۴۱۵۵، تهران - ایران

چکیده:

عدم قطعیت دزیمتری از چالش‌های مهم در اندازه‌گیری دز جذبی است. با توجه به اهمیت کنترل کیفی سامانه‌های پرتودهی و استفاده از دزیمتر پرسپکس در این زمینه، بررسی عدم قطعیت پاسخ این دزیمتر ضروری به نظر می‌رسد. برازش منحنی پاسخ به داده‌های اندازه‌گیری شده توسط دزیمتر یکی از منابع عدم قطعیت دزیمتری است. در نرم-افزارهایی آماری که به صورت متداول برای برازش منحنی پاسخ دزیمترها استفاده می‌شوند، یک انحراف معیار ثابت به کل داده‌های اندازه‌گیری شده نسبت داده می‌شود. درحالی‌که در واقع انحراف معیار داده‌ها در هر دز متفاوت از انحراف معیار دز دیگر است. در این پژوهش، به منظور بررسی این مساله برنامه‌ای در محیط نرم‌افزاری Matlab بر اساس روش حداقل مربعات نوشته شد. نتایج بدست آمده نشان داد ضرایب درجه صفر و یک منحنی برازش پاسخ دزیمتر پرسپکس در حالتی که تفاوت انحراف معیار در هر دز در نظر گرفته شود، به ترتیب حدود ۶٪ و ۳۸٪ تصحیح شدند.

کلیدواژه‌ها: عدم قطعیت دزیمتری، دزیمتر پرسپکس، برازش پاسخ، نرم افزار Matlab.

Investigation of response curve fitting of Perspex dosimeters and its correction

Elham Edalatkhah*, Shahriyar Badiei

1. Radiation Applications Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, 14155-1339, Tehran, Iran

Abstract:

Dosimetry uncertainty is one of challenges of dose measurement by a system. Investigation of response curve fitting of Perspex dosimeters seems necessary due to importance of quality control of radiation processing and application of Perspex dosimeters in this field. Response curve fitting to measured data by a dosimeter is one of uncertainty sources. Using a statistical software for this reason, a fixed standard deviation is considered for all data, whereas standard deviation is different for each measured data. In this research, a Matlab program was written based on least square method. Obtained results showed that coefficients of first degree and constant term of the response fit curve of Perspex dosimeters was corrected 6% v and 38% respectively.

Keywords: Dosimetry uncertainty, Perspex dosimeter, Response curve fitting, Matlab software.

۱. مقدمه

یکی از چالش‌های اندازه‌گیری دز جذبی توسط یک سیستم دزیمتری، صحت و دقت داده‌های اندازه‌گیری شده است. در سامانه‌های پرتودهی محصولات گسترده‌ای چون محصولات غذایی، ابزارهای پزشکی و وسایل استریل پرتودهی می‌شوند. پارامترهای پرتودهی باید به دقت کنترل شوند تا اطمینان حاصل شود که محصولات مطابق استاندارد مربوط پرتودهی شده‌اند. بدین منظور دزیمتری دقیق ضروری است. برای اینکه اندازه‌گیری‌های دز جذبی معنادار باشد، باید عدم قطعیت ترکیبی مرتبط با اندازه‌گیری تخمین زده شود [۱]. دزیمتر پرسپیکس از جمله دزیمترهای مطرح در کنترل کیفی سامانه‌های پرتودهی است. از این رو در این پژوهش، ارزیابی عدم قطعیت داده‌های اندازه‌گیری شده توسط دزیمتر پرسپیکس مدنظر قرار گرفت [۲].

منابع عدم قطعیت بر دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: نوع A و نوع B. عدم قطعیت‌های نوع A، با تحلیل آماری سری اندازه‌گیری ارزیابی می‌شوند و عمدتاً به دقت پاسخ دزیمتر مرتبط هستند. اگر اندازه‌گیری دز، N بار تکرار شود، بهترین تخمین دز، میانگین حسابی همه اندازه‌گیری‌هاست. عدم قطعیت هر نتیجه اندازه‌گیری با انحراف معیار σ بیان می‌شود. عدم قطعیت بهترین تخمین u_A ، به صورت انحراف معیار مقدار میانگین بیان می‌شود که در توزیع گاوسی همان $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ است. عدم قطعیت‌های نوع B، با تحلیل آماری سری اندازه‌گیری ارزیابی نمی‌شوند و سیستماتیک هستند.

با ارزیابی تک تک مولفه‌ها، عدم قطعیت ترکیبی اندازه‌گیری با جذر مجموع مربعات مولفه‌ها بدست می‌آید [۳].

منابع مختلف عدم قطعیت دزیمتری عبارتند از: دز جذب شده توسط دزیمتر در کالیبراسیون سیستم، تحلیل پاسخ دزیمتر، برازش داده‌های دزیمتری به یک منحنی کالیبراسیون و استفاده روتین دزیمترها در یک سیستم پرتودهی. به منظور کالیبراسیون دزیمترها، خوانش دزیمترها در چندین دز در محدوده پاسخ‌دهی دزیمتر انجام می‌شود و سپس منحنی برازش پاسخ دزیمتر رسم می‌گردد. از آنجا که سنجش هر دز توسط چند دزیمتر انجام می‌شود و انحراف معیار آن دز بر روی داده‌های اندازه‌گیری آن دزیمترها محاسبه می‌شود [۴]، در نتیجه انحراف معیار محاسبه شده در هر دز متفاوت از انحراف معیار دز دیگر است. این مساله در نرم‌افزارهای آماری که به صورت متداول برای برازش منحنی پاسخ دزیمترها استفاده می‌شوند، در نظر گرفته نمی‌شود. این امر منجر به خطای برآورد پارامترهای منحنی برازش می‌شود.

بنابراین اگر با استفاده از این منحنی دز در نقاط دیگر برآورد شود، همراه با خطا خواهد بود.

روش حداقل مربعات یکی از بهترین روش‌های برازش منحنی به شمار می‌رود [۵]. با انتخاب این روش و استفاده از دستورات متداول رگرسیون یک نرم‌افزار آماری، یک انحراف معیار ثابت به کل داده‌های اندازه‌گیری شده نسبت داده می‌شود. بنابراین به نظر می‌رسد استفاده از منوی نرم‌افزار برای برازش منحنی پاسخ دزیمتر خصوصاً وقتی تابع پاسخ دزیمتر خطی نیست چندان مناسب نباشد. در این پژوهش به منظور بررسی این مساله، برنامه‌ای در محیط نرم‌افزاری Matlab بر اساس روش حداقل مربعات نوشته شد. این برنامه برای داده‌های اندازه‌گیری شده توسط دزیمتر پرسپیکس اجرا شد. خطای ضرایب تابع برازش شده توسط برنامه محاسبه شد. نتایج حاصل از برنامه با نتایج بدست آمده از رگرسیون نرم‌افزار مقایسه گردید و بدین ترتیب ضرایب برازش تصحیح شدند.

۲. روش کار

برای کالیبراسیون دزیمترهای پرسپیکس با سیستم گاماسل-۲۲۰، دزیمترها در یک نگهدارنده استوانه‌ای آلومینیومی با ده جایگاه با فواصل یکسان قرار داده شدند. هر پنج دزیمتر در یازده دز تعیین شده در بازه ۵-۳/۵۰ kGy پرتودهی شدند. منابع عدم قطعیت در این آزمون شامل پاسخ دزیمتر، زمان پرتودهی، واپاشی چشمه، غیریکنواختی میدان پرتوی و هندسه نگهدارنده می‌باشند. تحت شرایط تکرارپذیر، انحراف معیار مقادیر جذب از داده‌های مرجع که در جدول (۱) آورده شده‌اند [۴]، محاسبه شد.

جدول ۱. داده‌های اندازه‌گیری شده توسط دزیمر پرسیکس [۴].

اندازه‌گیری جذب دزیمر (۵)	اندازه‌گیری جذب دزیمر (۴)	اندازه‌گیری جذب دزیمر (۳)	اندازه‌گیری جذب دزیمر (۲)	اندازه‌گیری جذب دزیمر (۱)	دز جذبی (kGy)
۰.۱۶۳	۰.۱۵۸	۰.۱۶۳	۰.۱۵۷	۰.۱۵۲	۳/۵
۰.۲۲۰	۰.۲۱۸	۰.۲۲۹	۰.۲۱۸	۰.۲۰۷	۵
۰.۳۴۶	۰.۳۷۷	۰.۳۷۱	۰.۴۰۳	۰.۳۷۹	۱۰
۰.۴۶۷	۰.۴۴۷	۰.۵۱۱	۰.۴۵۸	۰.۵۰۱	۱۵
۰.۶۷۹	۰.۶۲۵	۰.۶۲۳	۰.۵۷۳	۰.۵۷۰	۲۰
۰.۷۱۴	۰.۷۴۱	۰.۷۰۰	۰.۶۷۸	۰.۶۸۳	۲۵
۰.۷۰۸	۰.۷۴۱	۰.۷۳۲	۰.۷۱۳	۰.۷۳۹	۳۰
۰.۸۲۲	۰.۸۹۴	۰.۸۷۵	۰.۷۶۸	۰.۸۸۲	۳۵
۰.۸۵۶	۰.۸۴۰	۰.۸۵۱	۰.۸۷۲	۰.۷۷۹	۴۰
۰.۹۷۴	۰.۹۴۸	۰.۹۴۵	۰.۹۱۵	۰.۷۹۶	۴۵
۱/۰۷۶	۰.۹۹۰	۰.۸۸۷	۰.۹۰۵	۰.۹۹۶	۵۰

برای برازش منحنی پاسخ دزیمر پرسیکس با تعدادی زوج داده (x_i, y_i) سرکار داریم که می‌توان یک چندجمله‌ای به آنها نسبت داد. پاسخ دزیمر متغیر وابسته و دز جذبی متغیر مستقل است. ارتباط میان این دو متغیر توسط یک چندجمله‌ای بیان می‌شود. روش برازش حداقل مربعات بر پایه کمینه کردن اختلاف میان مقادیر استوار است. اگر متغیر وابسته y به صورت مجموع سری توانی از متغیر مستقل x با ضرایب a بیان شود، داریم:

$$y(x_i) = \sum_{k=1}^m a_k f_k(x_i) \quad (۱)$$

صورت ماتریسی رابطه فوق به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\beta = a\alpha \quad (۲)$$

که در آن β یک ماتریس سطری و حاصل ضرب ماتریس سطری a در ماتریس متقارن α با ابعاد یکسان است. عناصر ماتریس β و α به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\beta_k = \sum \left[\frac{1}{\sigma_i^2} y_i f_k(x_i) \right] \quad (۳)$$

$$\alpha_{lk} = \sum \left[\frac{1}{\sigma_i^2} f_l(x_i) f_k(x_i) \right] \quad (۴)$$

با ضرب طرفین رابطه (۲) در α^{-1} ، عناصر ماتریس a که همان ضرایب برازش هستند بدست می‌آیند:

$$a_l = \sum_{k=1}^m \left\{ \alpha_{kl}^{-1} \sum \left[\frac{1}{\sigma_i^2} y_i f_k(x_i) \right] \right\} \quad (۵)$$

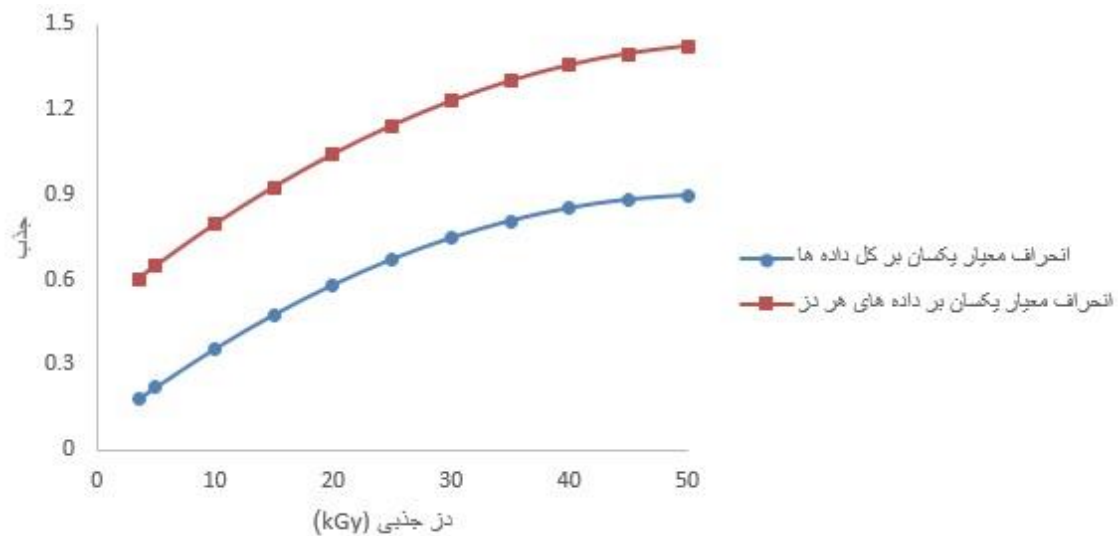
ماتریس α^{-1} ماتریس خطا نامیده می‌شود چون عناصر آن واریانس و کوواریانس ضرایب برازش هستند [۵]. با استفاده از روابط مذکور برنامه‌ای در محیط نرم‌افزاری Matlab برای برازش چندجمله‌ای پاسخ دزیمر نوشته شد. جذب میانگین هر پنج دزیمر پرتودهی شده در هر دز و انحراف معیار این مقادیر محاسبه شد. بدین ترتیب با وارد کردن انحراف معیارهای محاسبه شده در برنامه نوشته شده، برازش منحنی پاسخ دزیمر با انحراف معیار یکسان بر داده‌های هر دز انجام شد. همچنین برازش منحنی پاسخ دزیمر با استفاده از رگرسیون نرم افزار یعنی با انحراف معیار یکسان بر کل داده‌ها انجام شد. خطای ضرایب تابع برازش شده توسط برنامه محاسبه شد. نتایج حاصل از برنامه با نتایج بدست آمده از رگرسیون نرم افزار مقایسه گردید و ضرایب برازش تصحیح شدند.

۳. نتایج

در جدول ۲ جذب میانگین هر پنج دزیومتر پرتودهی شده در هر دز و انحراف معیار محاسبه شده این مقادیر آورده شده است. شکل (۱) برازش پاسخ دزیومتر پرسپیکس در دو حالت انحراف معیار یکسان بر داده‌های هر دز و انحراف معیار یکسان بر کل داده‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۲. جذب میانگین و انحراف معیار داده‌های اندازه‌گیری شده توسط پنج دزیومتر پرسپیکس در هر دز جذبی

دز جذبی (kGy)	جذب میانگین	انحراف معیار داده‌های اندازه‌گیری شده توسط پنج دزیومتر
۳/۵	۰/۱۵۹	۰/۰۰۵
۵	۰/۲۱۸	۰/۰۰۸
۱۰	۰/۳۷۵	۰/۰۲۰
۱۵	۰/۴۷۷	۰/۰۲۸
۲۰	۰/۶۱۴	۰/۰۴۵
۲۵	۰/۷۰۳	۰/۰۲۵
۳۰	۰/۷۲۷	۰/۰۱۵
۳۵	۰/۸۴۹	۰/۰۵۳
۴۰	۰/۸۴۰	۰/۰۳۶
۴۵	۰/۹۱۶	۰/۰۷۰
۵۰	۰/۹۷۱	۰/۰۷۷



شکل ۱. برازش پاسخ دزیومتر پرسپیکس در دو حالت.

معادلات برازش انجام شده در دو حالت عبارتند از:

$$y = -0.0003x^2 + 0.0337x + 0.0487 \quad (۴)$$

$$y = -0.0003x^2 + 0.0317x + 0.0674 \quad (۷)$$

معادله (۶) خروجی برنامه نوشته شده است یعنی حالتی که انحراف معیار یکسان به داده‌های اندازه‌گیری شده هر پنج دزیمتر در هر دز نسبت داده شد. معادله (۷) خروجی رگرسیون نرم افزار است یعنی حالتیکه انحراف معیار یکسان به داده‌های اندازه‌گیری شده همه دزیمترها نسبت داده شد. خطای ضرایب برازش از درجه بالا به پایین به ترتیب ۰/۰۰۰۰، ۰/۰۰۱۹ و ۰/۰۰۸۳ بدست آمد. بررسی اختلاف پارامترهای معادلات (۶) و (۷) مشخص می‌شود که ضرایب درجه یک و صفر منحنی برازش پاسخ دزیمتر پرسپکس در حالتی که تفاوت انحراف معیار در هر دز در نظر گرفته شود، باید به ترتیب حدود ۰/۶٪ و ۰/۳۸٪ تصحیح شوند.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، عدم قطعیت پاسخ دزیمتر پرسپکس بررسی شد. بدین منظور برنامه‌ای در محیط نرم‌افزاری Matlab بر اساس روش حداقل مربعات نوشته شد. این برنامه برای داده‌های اندازه‌گیری شده توسط دزیمتر پرسپکس اجرا شد. خطای ضرایب تابع برازش شده توسط برنامه محاسبه شد. مقایسه نتایج حاصل از برنامه با نتایج بدست آمده از رگرسیون نرم افزار نشان داد که ضرایب برازش منحنی پاسخ دزیمتر پرسپکس از درجه بالا به پایین به ترتیب حدود ۰/۶٪ و ۰/۳۸٪ تصحیح شدند. پیشنهاد می‌شود روش مطرح شده در این پژوهش برای برازش پاسخ منحنی دزیمترهای دیگر نیز استفاده شود.

۵. مراجع

1. Practice for dosimetry in radiation processing. ISO/ASTM 52628:2013.
2. Practice for calibration of routine dosimetry systems for radiation processing. ISO/ASTM 51261:2013.
3. Guide for absorbed dose mapping in radiation processing facilities. ISO/ASTM 52303:2015.
4. Guide for estimation of measurement uncertainty in dosimetry for radiation processing. ISO/ASTM 51707:2015.
5. Bevington, P., Data reduction and error analysis for the physical sciences, MacGraw hill, 2003.