تقریب نیمه کلاسیک برای بررسی گذار فازی- شکلی در هسته‌هایی با عدد جرمی فرد:تست اعتبار آن در منطقه گذار

INC29-1155

مریم قپانوری

پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته‌ای ،پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، تهران ـ ایران

چکیده:

در این مقاله، رفتار هسته‌ها با عدد جرمی فرد در منطقه گذار ارتعاشی به چرخنده گامای ناپایدار با استفاده از تقریب نیمه کلاسیکی بررسی شد. سطوح انرژی در این هسته‌ها با استفاده از فرمالیسم حالات همدوس محاسبه و نحوه تغییرات سطوح انرژی برحسب پارامتر تغییر شکل β مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. پارامتر نظم کلاسیک β_e که مناسب برای تعیین نوع گذار فازی شکلی است برای هسته‌های زوج-زوج و فرد محاسبه شد. نقش تک فرمیون با ممنتوم زاویه‌ای $\frac{1}{2}$ و $\frac{31}{2}$ در نقطه بحرانی گذار فازی شکلی از حد ارتعاشی به چرخنده گامای ناپایدار در سیستم بوزونی با استفاده از تقریب نیمه کلاسیکی مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل‌های کلاسیک تغییر در سیستم با انتقال نقطه بحرانی را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که تک فرمیون بعنوان یک کاتالیزور، باعث شیفت موقعیت نقطه بحرانی می‌گردد.

کلیدواژه‌ها: گذار فازی شکلی، تقریب نیمه کلاسیک، حالت همدوس، مدل اندرکنش بوزون فرمیونی، سطوح انرژی.

Semi-classical approximation for investigation of the shape-phase transition in odd-A nuclei: Test of its validity in the transitional region

Maryam Ghapanvari

Institute of Plasma Physics and Nuclear Fusion, Research Institute for Nuclear Science and Technology, Atomic Energy Organization, Tehran, Iran.

Abstract:

In this manuscript, quantum shape phase transition between the spherical and deformed -unstable in odd-A nuclei via semi-classical approach has been investigated. The energy levels in these nuclei were calculated using the formalism of coherent states. The energy level changes were analyzed in terms of β deformation parameter. The classical order parameter, which is suitable for determining the type of phase transition, was calculated for even-even and odd nuclei. The role of a fermion with angular momentum j at the critical point on quantum phase transitions in bosonic systems is investigated via semi-classical approach. The effect of the coupling of the odd particle to an even-even boson core is discussed along the shape transition and, in particular, at the critical point. Classical analysis reveals a change in the system along transition in critical point. The results show that the single fermion as a catalyst causes the shift of the critical point position

Keywords: Shape Phase Transition, Semi-classical approximation, Coherent States, Interacting Boson-Fermion Model, Energy Surfaces.

۱. مقدمه

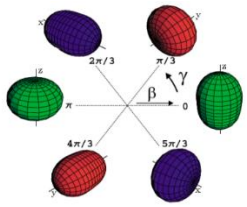
مدل جمعی یا هندسی هسته‌ها به وسیله بوهر معرفی شد. این مدل هسته را به صورت یک قطره می‌بیند که به وسیله دسته‌ای از مختصات جمعی α توصیف می‌شود. واضح‌ترین تعبیر این مختصات از طریق بسط شعاع هسته‌ای در هارمونیک کروی است. در این صورت معادله سطح هسته را می‌توان به این شکل نوشت[۱]:

$$R(\theta,\varphi,t)=R_0\left(1+\sum_{\lambda\mu}\alpha^*_{\lambda\mu}Y_{\lambda\mu}(\theta)\right) \qquad (۱)$$

$R(\theta,\varphi,t)$ شعاع هسته در جهت (θ,φ) ودر زمان t را نشان می‌دهد و R_0 شعاع هسته در حالت کروی است. در این بسط $\lambda=0,1,\ldots,\infty$ است و $\mu=-\lambda,\ldots,\lambda$ می‌باشد. $\alpha_{\lambda\mu}(t)$ مختصات جمعی و $Y_{\lambda\mu}(\theta)$ ها توابع هماهنگ کروی‌اند و $\alpha^*_{\lambda\mu}$ نشان‌دهنده ضریب‌هایی در هر چند قطبیت است. مهمترین تغییر شکل هسته‌ای در انرژی‌های کم، تغییر شکل چهار قطبی است[۱]. فرض $\lambda=2$ در بسط شعاع هسته‌ای به این معنی است که مختصات α، توصیف کننده تغییر شکل‌های هندسی معمولی ،یک تانسور کروی مرتبه ۲ را ایجاد می‌کند. می‌دانیم که هامیلتونی باید اسکالر(تانسور مرتبه صفر) باشد و برای تانسور چهار قطبی α، فقط دو ترکیب اسکالر مستقل وجود داردکه به صورت زیر هستند:

$$[\alpha\times\alpha]^0\propto\beta^2,\left[\alpha\times[\alpha\times\alpha]^0\right]^0\propto\beta^3\cos(3\gamma) \qquad (۲)$$

در رابطه (۲) ثابت‌های تناسبی برحسب متغیرهای شکل بوهر β و γ داده شده است. با توجه به شکل (۱)، پارامترهای β و γ را می‌توان به عنوان مختصات چند قطبی در صفحه $X\times Y$ دید. متغیر شعاعی β کل تغییر شکل هسته و میزان انحراف از شکل کروی هسته را تعیین می‌کند. $\beta=0$ منطبق بر هسته‌های کروی است و رشد مقادیر β شکل‌های تغییر شکل یافته را ایجاد می‌کند. متغیر زاویه ای γ نوع وجهت شکل تغییر شکل‌یافته را مشخص می‌کند[۱].



شکل(۱) : متغیر های بوهر β و γ به صورت شماتیکی در ارتباط با شکل های چهار قطبی متقارن محوری.

گذار فاز کوانتومی به علت تغییر ناگهانی ساختار حالت پایه سیستم رخ می‌دهد که این نیز مرتبط با تغییر پارامترهای کنترلی سیستم است [۲]. پارامتر کنترلی می‌تواند تراز تحریک شده در ابررسانای دمای بالا، میدان مغناطیسی در سیستم کوانتومی هال، طول پراکندگی در گاز رقیق شده، تعداد نوکلئون‌ها در گذار فاز هسته‌ای وغیره باشد [۳]. با مشاهده تغییرات صورت گرفته در کمیت‌های مربوط به جرم و شعاع هسته به علت تغییر پارامترهای کنترلی می‌توان نشانه-های گذار فاز را در هسته‌ها دید. انتظار می‌رود چون این کمیت‌ها ارتباط بسیار نزدیکی با شکل هسته دارند، اطلاعات بسیار واضح و دقیقی در مورد رفتار گذار فاز فراهم کنند[۳-۱]. گذارهای فاز کوانتومی، گذارهای فازی هستند که به عنوان تابعی از ثابت‌های جفت شده، $g_1,g_2,\ldots$ که به آن‌ها پارامتر کنترلی می‌گویند (و در هامیلتونی کوانتومی ظاهر می‌شود) اتفاق می‌افتد، که این هامیلتونی سیستم را به صورت زیر توصیف می‌کند:

$$H=\varepsilon\left(H_1+g_1H_2+g_2H_3+\ldots\right) \qquad (۳)$$

همچنین در ارتباط با گذارهای فاز، یک سری پارامتر نظم وجود دارد. به عنوان مثال ویژه مقادیر انتظاری، $\langle p \rangle$ یک اپراتور مناسب است که می‌تواند سیستم را به خوبی توصیف کند. وقتی که n امین مشتق پارامتر نظم نسبت به پارامتر کنترلی g ناپیوسته باشد سیستم گذار فاز مرتبه n را تحمل می‌کند[۳-۸].

در این مقاله، ابتدا با معرفی حالات همدوس در هسته‌هایی با عدد جرمی فرد سطوح انرژی محاسبه گردیده و سپس تاثیر تک نوکلئون منطقه گذار $U^{BF}(5) \leftrightarrow O^{BF}(6)$ مورد بررسی قرار گرفته است. برای مشخص کردن ویژگی‌های سیستم، باید یک پارامتر نظم را معرفی کرد. با کمینه‌سازی $E(\beta,\gamma)$ نسبت به هر پارامتر کنترلی β، مقادیر بهینه β_e به دست می‌آید. بنابراین پارامتر نظم کلاسیک β_e که مناسب برای تعیین ترتیب و نوع گذار فازی شکلی است در منطقه گذار هسته‌های ارتعاشی به چرخنده گامای ناپایدار برای هسته‌های زوج-زوج و فرد محاسبه شد. برای یک گذار فاز مرتبه اول، β_e برحسب کنترل پارامتر پیوسته نیست. در حالی که برای یک گذار فاز مرتبه دوم، β_e پیوسته است اما $\partial\beta_e/\partial c_s$ پیوسته نیست[۱].

۲. چارچوب تئوری کار

در این مقاله، به منظور توصیف هسته‌های گذاری با عدد جرمی فرد، از پیشنهاد پان و درایر در مرجع [۴] که مبتنی بر جبر آفین $su(1,1)$ با بعد بینهایت می‌باشد، استفاده شده است. مفاهیم کلی جبر $su(1,1)$ در مرجع [۴] به صورت گسترده ارائه شده است. در هسته‌های A فرد، تقارن‌های بوز-فرمی متناسب با هریک از تقارن‌های دینامیکی IBM-1 است. بنابراین، ساختار جبر بوزون، بصورت $U^B(6)$ در نظر گرفته می‌شود در حالیکه ساختار جبر فرمیونی بستگی به مقادیر تکانه زاویه‌ای تک فرمیون (j) دارد. در این مطالعه، تنها دو نمونه مجزا که فرمیون‌هایی در پوسته‌های $j=1/2$ یا $3/2$ قرار می‌گیرند، مورد بررسی قرار گرفته و هامیلتونین‌های گذاری که پیشتر برای توصیف هسته‌های A فرد ارائه شده است، مورد استفاده قرار گرفته است [۵-۷]. با استفاده از مولدهای جبرآفین و اپراتورهای کازیمیر زیرجبرها، هامیلتونین‌های زیر برای دو نمونه مجزا از فرمیون‌هایی که در پوسته‌های $j=1/2$ یا $3/2$ قرار می‌گیرند در ناحیه گذار در نظر گرفته شد [۵-۷]:

$$H = gS_0^+S_0^- + \alpha S_1^0 + \gamma\hat{C}\left(O^B(5)\right) + \delta\hat{C}\left(O^B(3)\right) + \eta\hat{C}\left(Spin^{BF}(3)\right) \tag{۴}$$

$$H = gS_0^+S_0^- + \alpha S_1^0 + \beta\hat{C}\left(Spin^{BF}(5)\right) + \gamma\hat{C}\left(Spin^{BF}(3)\right). \tag{۵}$$

پارامترهای α,β,δ و γ دارای مقادیر حقیقی هستند. در هامیلتونین‌های (۴) و (۵) با در نظرگرفتن $c_d=1$، اگر برای هسته مقدار $c_s=0$ به دست آید نشان دهنده‌ی آن است که هسته دارای حد تقارنی $U(5)$ بوده و کروی شکل می‌باشد. اما اگر $c_s=1$ باشد، آنگاه هسته دارای حد تقارنی $O(6)$ بوده و بنابراین به شکل گامای ناپایدار خواهد بود [۵-۷]. حد نیمه کلاسیکی هسته‌های A فرد، می‌تواند در چارچوب حالت همدوس مورد بررسی قرار گیرد. حد نیمه کلاسیکی معادل با هامیلتونین‌های (۴) و (۵) با در نظرگرفتن مقدار انتظاری آن نسبت به حالت همدوس زیر بدست می‌آید [۶-۷]:

$$\phi = |N,\alpha_m\rangle \otimes |jm\rangle \tag{۶}$$

$$|N,\alpha_m\rangle = \left(s^+ + \sum_m \alpha_m d_m^+\right)^N |0\rangle \tag{۷}$$

کت $|0\rangle$ حالت خلأ بوزونی است. پارامتر α_m را می توان به پارامترهای تغییرشکل جمعی زیر نسبت داد:

$$\alpha_0 = \beta\cos\gamma, \alpha_{+1} = 0, \alpha_{+2} = \frac{\beta\sin\gamma}{\sqrt{2}} \tag{۸}$$

اثر عملگرهای خلق و فنای بوزونی بر روی حالت‌های همدوس به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} &d\left|N,\alpha_m\right\rangle = N\alpha_m\left|N-1,\alpha_m\right\rangle, \quad d_m^+\left|N,\alpha_m\right\rangle = \frac{1}{N+1}\frac{\partial}{\partial\alpha_m}\left|N+1,\alpha_m\right\rangle \\ &s\left|N,\alpha_m\right\rangle = N\left|N-1,\alpha_m\right\rangle, \quad s_m^+\left|N,\alpha_m\right\rangle = \left(1-\frac{1}{N+1}\alpha_m\frac{\partial}{\partial\alpha_m}\right)\left|N+1,\alpha_m\right\rangle \end{aligned} \tag{۹}$$

رابطه‌ی زیر برای محاسبه‌ی سطح انرژی استفاده می‌شود:

$$E = \frac{\left\langle N,\alpha_m\right| \quad H \quad \left|N,\alpha_m\right\rangle}{\left\langle N,\alpha_m\right| \quad N,\alpha_m\rangle} \tag{۱۰}$$

پایه برای قطری‌سازی قسمت فرمیونی بصورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\left|jm\right\rangle = a_{jm}^+\left|0\right\rangle \tag{۱۱}$$

m تصویر ممنتوم زاویه‌ای کلی j روی محور تقارنی است. بنابراین سطوح انرژی پتانسیل مقدار انتظاری هامیلتونین (۴) نسبت به حالت همدوس بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} E = &\frac{gN(N-1)}{4(1+\beta^2)^2}\left[c_s^2 + 2c_sc_d\beta^2 + c_d^2\beta^4\right] + \frac{\alpha}{4}c_s^2\left(\frac{2N}{1+\beta^2}+1\right) + \frac{\alpha}{4}c_d^2\left(\frac{2N\beta^2}{1+\beta^2}+5\right) \\ &+\gamma\frac{2N\beta^2}{1+\beta^2} + \frac{3}{5}\delta\frac{N\beta^2}{1+\beta^2} + \frac{3}{5}\eta\frac{N\beta^2}{1+\beta^2} + \frac{3}{2}\eta\delta_{j,\frac{1}{2}}\left(\delta_{m,\frac{1}{2}} + \delta_{m,\frac{-1}{2}}\right) \end{aligned} \tag{۱۲}$$

برای نمونه، سطوح انرژی پتانسیل مقدار انتظاری هامیلتونین (۵) نسبت به حالت همدوس بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} E = &\frac{gN_B(N_B-1)}{4(1+\beta^2)^2}\left[c_s^2 + 2c_sc_d\beta^2 + c_d^2\beta^4\right] + \frac{\alpha}{4}c_s^2\left(\frac{2N_B}{1+\beta^2}+1\right) + \frac{\alpha}{4}c_d^2\left(\frac{2N_B\beta^2}{1+\beta^2}+5\right) \\ &+\eta\left\{\frac{5N_B\beta^2}{1+\beta^2} + \left\langle\frac{3}{2}\frac{1}{2}\frac{3}{2}\frac{1}{2}\middle|11\right\rangle^2\delta_{j,\frac{3}{2}}\left(\delta_{m,\frac{1}{2}} + \delta_{m,-\frac{1}{2}}\right) + \sum_\mu \delta_{j,\frac{3}{2}}\delta_{m,\mu}\left\langle\frac{3}{2}\mu\frac{3}{2}-\mu\middle|10\right\rangle^2\right. \\ &\left.+ +2\sum_{\mu,\mu'}(-1)^\mu\delta_{j,\frac{3}{2}}\delta_{m,\mu'}\delta_{\mu',-\mu,-\mu'}\left\langle\frac{3}{2}\mu'\frac{3}{2}\mu-\mu'\middle|3\mu\right\rangle^2\right\} \\ &+\gamma\left\{\frac{3}{5}\left(\frac{N_B\beta^2}{1+\beta^2}\right) + \left\langle\frac{3}{2}\frac{1}{2}\frac{3}{2}\frac{1}{2}\middle|11\right\rangle^2\delta_{j,\frac{3}{2}}\left(\delta_{m,\frac{1}{2}} + \delta_{m,-\frac{1}{2}}\right) + \sum_\mu \delta_{j,\frac{3}{2}}\delta_{m,\mu}\left\langle\frac{3}{2}\mu\frac{3}{2}-\mu\middle|10\right\rangle^2\right\} \end{aligned} \tag{۱۳}$$

برای مشخص کردن ویژگی‌های سیستم، باید یک پارامتر نظم را معرفی کرد. با کمینه‌سازی $E(\beta,\gamma)$ نسبت به هر پارامتر کنترلی β، مقادیر بهینه β_e به دست می‌آید. β_e مقادیر تعادلی پارامتر تغییر شکل هسته‌ای β است. پارامتر نظم کلاسیک β_e مناسب برای تعیین ترتیب و نوع گذار فازی شکلی است. مقادیر β_e برای یک سیستم با مینیمم کردن $E(\beta,\gamma)$ نسبت به β بدست می‌آید:

$$\frac{\partial E(\beta)}{\partial\beta} = 0 \tag{۱۴}$$

$$\beta_e^{IBM-1}(c_s,c_d) = \pm\sqrt{-\frac{g(N_B-1)(c_sc_d-c_d^2)+1.2\delta+4\gamma+\alpha(c_d^2-c_s^2)}{g(N_B-1)(c_d^2-c_sc_d)+1.2\delta+4\gamma+\alpha(c_d^2-c_s^2)}} \tag{۱۵}$$

$$\beta_e^{IBFM-1,\,j=1/2}(c_s,c_d) = \pm\sqrt{-\frac{g(N_B-1)(c_sc_d-c_d^2)+1.2(\delta+\eta)+4\gamma+\alpha(c_d^2-c_s^2)}{g(N_B-1)(c_d^2-4c_sc_d+3c_s^2)-2.4(\delta+\eta)-8\gamma-2\alpha(c_d^2-c_s^2)}} \tag{۱۶}$$

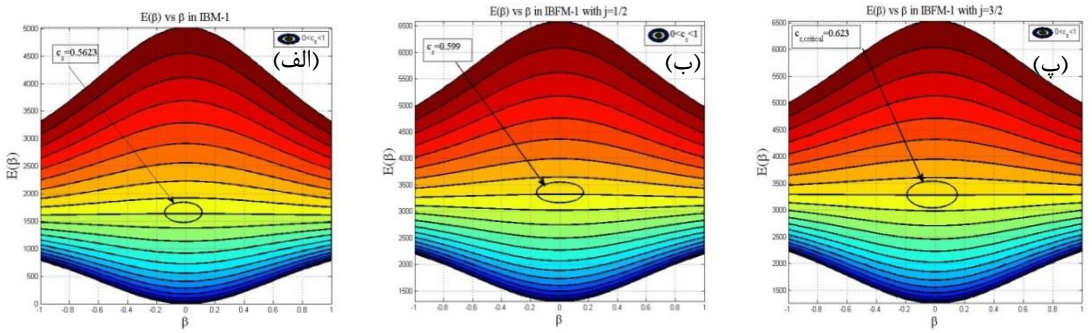
$$\beta_e^{IBFM-1,\,j=3/2}(c_s,c_d)=\pm\sqrt{-\frac{g(N_B-1)(c_sc_d-c_d^2)+1.2\delta+10\gamma+\alpha(c_d^2-c_s^2)}{g(N_B-1)(c_d^2-c_sc_d)+1.2\delta+10\gamma+\alpha(c_d^2-c_s^2)}} \qquad (۱۷)$$

۳ . نتایج

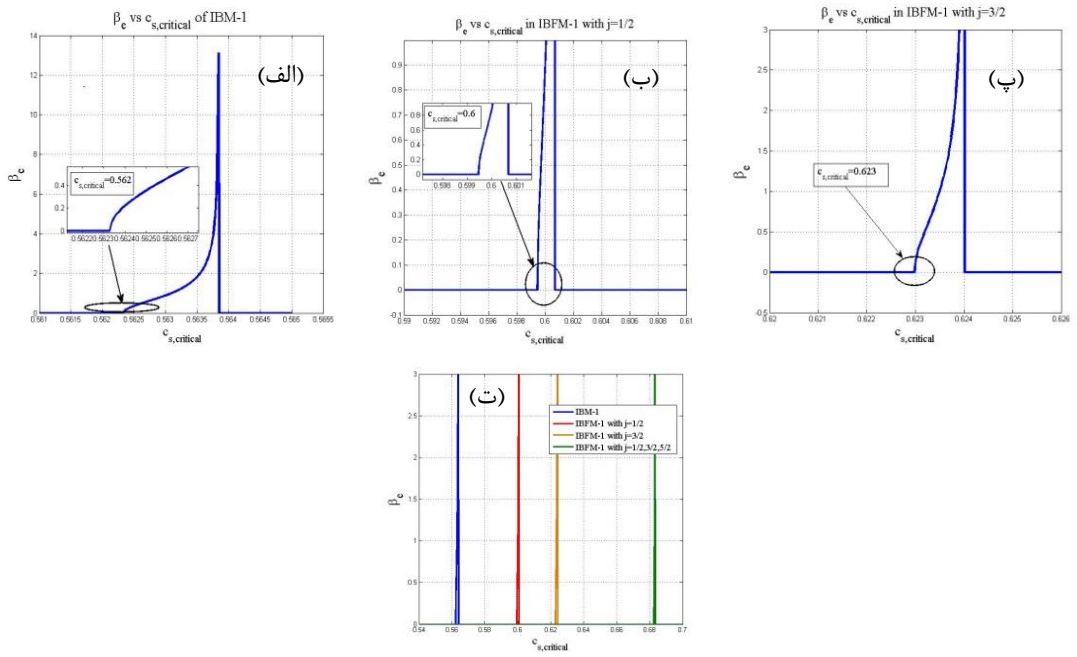
سطوح انرژی با تقریب نیمه کلاسیکی محاسبه شده است. به منظور بدست آورن سطوح انرژی مطابق روابط (۱۲) و (۱۳) و رابطه (۱۳) مرجع [6]، باید تمامی پارامترهای هامیلتونین‌های نظیر مشخص شود. در این روابط تعداد کل بوزونها برای تمامی هسته ها $N_B=10$ در نظر گرفته شده و پارامترهای هامیلتونین که α,β,δ ، γ مورد استفاده در کار حاضر در جدول (۱) نشان داه شده است. با قرار دادن این پارامترها در روابط سطوح انرژی و با تغییر c_s بین صفر تا ۱، سطوح انرژی را بصورت تابعی از پارامتر تغییر شکل β بدست آمد. شکل(۲)، سطوح انرژی هسته‌های زوج و فرد را بصورت تابعی از پارامتر تغییرشکل β نشان می‌دهد. سطوح انرژی این قبیل از هسته‌ها ترکیبی از سطوح انرژی هر دو تقارن می‌باشد که بر حضور همزیستی شکلی دلالت می‌کند. پارامتر شعاعی β مقیاسی از میزان و اندازه تغییرشکل است. β می‌تواند مقادیر صفر و مثبت داشته باشد. چنانچه این پارامتر برابر صفر باشد، هسته در تمامی جهات از نظر شعاعی یکسان بوده و هسته شکل کروی دارد ولی اگر مقداری مثبت و مخالف صفر داشته باشد، هسته از شکل کروی خارج شده و تغییرشکل خواهد یافت. در واقع در ناحیه گذاری بین $U(5)-O(6)$ حد $U(5)$ دارای سطح انرژی‌ای می‌باشد که در $\beta=0$ دارای کمینه است. با حرکت از حد $U(5)$ به سمت حد $O(6)$ مشاهده می‌شود که کمینه در $\beta=0$ پهن‌تر شده تا اینکه به یک کمینه مسطح (β^4) در نقطه بحرانی این ناحیه می‌رسد. سرانجام با عبور از نقطه بحرانی، کمینه $\beta=0$، به یک بیشینه تبدیل شده و یک کمینه در $\beta\neq 0$ داریم که در حد $O(6)$ کمینه در $\beta=1$ رخ می‌دهد. در تحلیل شکل (۲) می‌توان گفت که نقطه بحرانی گذار فازی شکلی در هسته زوج-زوج در $c_s=0.5623$، هسته‌هایی با عدد جرمی فرد(با $j=\frac{1}{2}$) در $c_s=0.6$ و با ممنتوم زاویه‌ای $j=\frac{3}{2}$ در $c_s=0.623$ رخ می‌دهد. بنابراین سیستم با افزودن تک فرمیون به سمت حد چرخنده گامای ناپایدار سوق یافته و موجب شیفت مقدار بحرانی کنترل پارامتر می‌گردد. مقادیر بهینه پارامتر β برای گذار $U^{BF}(5)\leftrightarrow O^{BF}(6)$ در هسته‌های زوج و زوج و فرد-A با تک نوکلئون در مدارهای j = 1/2 و j = 3/2 با استفاده از روابط (۱۷-۱۴) محاسبه و نتایج در شکل (۳) نشان داده شده است. برای محاسبهٔ مقادیر تعادلی پارامتر تغییر شکل هسته‌ای β_e، ابتدا پارامترهای α,β,δ ، γ و c_s در روابط هامیلتونین را به کمک روش برازش حداقل مربعات به داده‌های تجربی با استفاده از نرم افزار متلب بدست آورده سپس با قرار دادن این پارامترها در معادلات ۱۴-۱۷ مقادیر β_e محاسبه شد. با توجه به پیوستگی مقادیر β_e نسبت به پارامتر کنترلی، می‌توان دریافت که گذار فاز از شکل ارتعاشی به چرخنده گامای پایدار از نوع گذار فاز مرتبه دوم می‌باشد. از شکل (۳) مشخص است که نمودارهای β_e برای هسته فرد با هر ممنتومی در حدود ارتعاشی و چرخنده گامای ناپایدار رفتاری مشابه با هسته زوج –زوج دارد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که تغییرات ایجاد شده ناشی از حضور تک فرمیون موجب جابجایی مکان نقطه بحرانی می‌شود. در واقع موقعیت نقطه بحرانی در هسته‌های A فرد به طور قابل توجهی به سمت راست موقعیت نقطه بحرانی در هسته زوج-زوج حرکت کرده و در واقع نقش فرمیون منفرد را می‌توان به عنوان یک کاتالیزور در نظر گرفت. این نتایج در تطابق کامل با نتایج مرجع [۸] می‌باشند.

جدول ۱. پارامترهای هامیلتونین α,β,δ ، γ مورد استفاده .

Nucleus	g	α	δ	γ	η	c_d
IBM[6]	1	1000	-95	-143	-	1
IBFM with j=1/2 (Eq.4)	1	1000	-95	36	-143	1
IBFM with j=3/2 (Eq.5)	1	1000	-	-95	-50	1



شکل۲. نحوه تغییرات سطوح انرژی برای (الف) هسته زوج-زوج، (ب) هسته A فرد با تک فرمیون با $j=\frac{1}{2}$ و (پ) هسته A فرد با تک فرمیون با $j=\frac{3}{2}$ بصورت تابعی از پارامتر تغییرشکل β.



شکل(۳). نحوه تغییرات پارامتر تغییرشکل β_e در (الف) هسته‌های زوج-زوج، (ب) هسته A فرد با تک فرمیون با $j=\frac{1}{2}$ (پ) هسته A فرد با تک فرمیون با $j=\frac{3}{2}$ و (ت) در سه نقطه بحرانی در هسته‌های زوج وفرد بصورت تابعی از کنترل پارامتر C_s در منطقه گذار U(5)-SO(6).

۴ . نتیجه گیری

در این مقاله، یک تحلیل نیمه کلاسیکی از گذار فاز کوانتومی در سیستمی از بوزونها و تک فرمیون ارائه شد. سطوح انرژی با استفاده از تقریب نیمه کلاسیکی و فرمالیسم حالت همدوس محاسبه و برحسب پارامتر تغییرشکل β رسم شد. تاثیر جفت‌شدگی تک فرمیون به سیستم بوزونی(هسته زوج-زوج) که گذار ارتعاشی به چرخنده گامای ناپایدار را انجام می‌دهد در نقطه بحرانی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد که ویژگی‌های شناخته شده در هسته‌های زوج-زوج در هسته‌های فرد نیز وجود دارد. همچنین جفت شدگی فرمیون به سیستم بوزونی ماهیت گذار را تغییر نداده و تنها موقعیت نقطه بحرانی را شیفت می‌دهد. مطالعه ما اهمیت استفاده از تقریب نیمه کلاسیکی در هسته‌های فرد را به عنوان نشانه‌های لازم برای توصیف وقوع گذار فازی شکلی و تعیین موقعیت دقیق نقطه بحرانی تأیید می‌کند.

۵. مراجع

[1] Cejnar, P., & Jolie, J. (2009). Quantum phase transitions in the interacting boson model. Progress in Particle and Nuclear Physics, 62(1), 210-256.

[2] Sachdev, S. (1999). Quantum phase transitions. Physics world, 12(4), 33.

[3] Vojta, M. (2003). Quantum phase transitions. Reports on Progress in Physics, 66(12), 2069.

[4] Pan, F., & Draayer, J. P. (1998). New algebraic solutions for SO (6)↔ U (5) transitional nuclei in the interacting boson model. Nuclear Physics A, 636(2), 156-168.

[5] Jafarizadeh, M. A., Ghapanvari, M., & Fouladi, N. (2015). Algebraic solutions for U B F (5)− O B F (6) quantum phase transition in odd-mass-number nuclei. Physical Review C, 92(5), 054306.

[6] Fathi, H., Ghadami, M., Sabri, H., Fouladi, N., & Jafarizadeh, M. A. (2014). Investigation of shape phase transition in the U (5)↔ SO (6) transitional region by catastrophe theory and critical exponents of some quantities. International Journal of Modern Physics E, 23(09), 1450045..

[7] Jafarizadeh, M. A., Fouladi, N., Ghapanvari, M., & Fathi, H. (2016). Phase transition studies of the odd-mass 1 2 3− 1 3 5 Xe isotopes based on SU (1, 1) algebra in IBFM. International Journal of Modern Physics E, 25(08), 1650048.

[8] Böyükata, M., Alonso, C. E., Arias, J. M., Fortunato, L., & Vitturi, A. (2010). Shape phase transition in odd-even nuclei: From spherical to deformed γ-unstable shapes. Physical Review C, 82(1), 014317.