بهینه‌سازی آبشار شبه ایده‌آل با استفاده از پارامتر M* برای جداسازی ایزوتوپ‌های زینان

INC29-1103

فاطمه منصورزاده*[۱]، محمدمهدی شادمان[۱]، ولی‌اله غضنفری[۱]

۱. پژوهشکده چرخه سوخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران، ایران

چکیده:

اولین مرحله در فرآیند طراحی آبشار جهت عملیاتی نمودن آن، ایجاد یک آبشار مدل است که پس‌ازآن مربعی کردن آبشار جهت جداسازی عملی ایزوتوپ‌های چندجزیی به‌عنوان مرحله دوم در نظر گرفته می‌شود. در این تحقیق با استفاده از ارتباط آبشار مدل شبه‌ایده‌آل و آبشار Q جداسازی ایزوتوپ‌های چندجزیی موردمطالعه قرار گرفت. براساس نتایج به‌دست‌آمده می‌توان محدوده مناسب برای تعیین برش جزئی را متناسب با M* تعیین نمود. مطالعات به‌عنوان نمونه برای ایزوتوپ‌های چهارم و نهم زینان انجام شد. مطابق نتایج، با انتخاب بهترین M* می‌توان بیشترین غنا را برای ایزوتوپ موردنظر در جریان محصول به‌گونه‌ای ایجاد کرد که کمترین نرخ جریان میان‌مرحله‌ای برای آن لحاظ گردد. براساس محاسبات انجام‌گرفته برای یک آبشار با ۱۵ مرحله، بیشترین مقدار غنا برای ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ زینان برابر با ۰/۷۴۲۴ و ۰/۹۰۳۹ است که مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای کمینه آن به ترتیب برابر ۵۷۴ و ۲۳۵ است.

کلیدواژه‌ها: جداسازی ایزوتوپی، شبه ایده‌آل، زینان، آبشار

Investigating the quasi-ideal cascade with the specified stages for the separation of Xe isotopes

F. Mansourzadeh[1*], M. M. Shadman, V. Ghazanfari

1. Fuel Cycle Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, Tehran, Iran.

Abstract:

In this research, the separation of multicomponent isotopes was studied by using the relationship between the quasi-ideal and the Q cascades. Based on the results, it is possible to determine the appropriate range for determining the partial cut in accordance with M*. for example, studies were carried out for the fourth and ninth isotopes of Xe. According to the results, by choosing the best partial cut, it is possible to produce the highest enrichment of desired isotope in accordance with the minimum total flow rate. For a cascade with 15 stages, the highest concentration for the fourth and ninth isotopes of Xe is equal to 0.7424 and 0.9039. This is resulted in the minimum total flow rates equal to 574 and 235, respectively.

Keywords: Isotope separation, Quasi Ideal, Xenon, Cascade

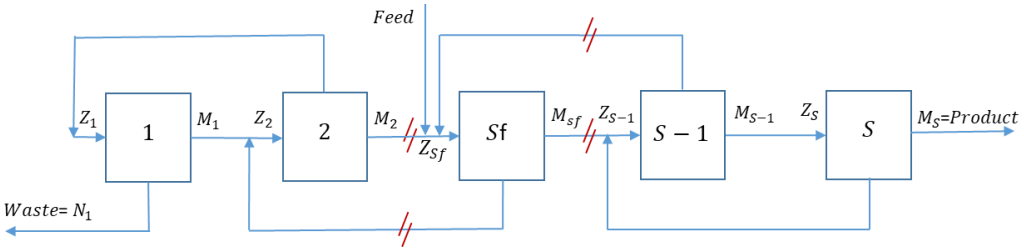
۱. مقدمه

اولین مرحله در فرآیند طراحی آبشار جهت عملیاتی نمودن آن، ایجاد یک آبشار مدل است که پس از آن مربعی کردن آبشار جهت جداسازی عملی ایزوتوپ‌های چندجزیی به‌عنوان مرحله دوم در طراحی آبشار در نظر گرفته می‌شود. بر اساس یک آبشار مدل و با در نظر گرفتن ملاحظات اقتصادی و مهندسی، تقریب مربعی‌سازی یک آبشار عملی انجام می‌شود. برخلاف جداسازی ایزوتوپ‌های دوجزئی مانند اورانیوم، مدل‌های مختلفی برای آبشارهای جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزئی معرفی شده است. اولین بار در سال ۱۹۶۱ دلاگارزا و همکاران، نظریه آبشار ایده‌آل را به مخلوط‌های چندجزئی تعمیم دادند که آبشار مدل تطبیق یافته R نام گرفته است [۱و ۲]. مبانی آبشار Q توسط کوچروو و مینکو در سال ۱۹۶۵ [۳] بیان شد و در سال ۱۹۷۰ توسط کلکوتسو معرفی شد [۴]. آبشار QI بر اساس مبانی آبشار ایده‌آل نیز برای سیستم‌های دوجزئی توسط اپلبلات و ایلمد در سال ۱۹۶۸ معرفی گردید [۵]. برای بررسی این مدل‌ها در ابتدا روش‌های حل تحلیلی توسط محققین ارائه شد که با پیشرفت محاسبات عددی، روش‌های عددی نیز جهت تعیین پارامترهای آبشار در جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزئی معرفی شد [۶]. زنگ و همکاران در سال ۲۰۱۲ به تشریح آبشار Q پرداخته و نشان دادند با توجه به اینکه پارامتر Q در طول آبشار ثابت است، درنتیجه برش جزئی نیز برای ایزوتوپ موردنظر در طول آبشار ثابت بوده و آبشار Q در طبقه QI قرار می‌گیرد و رابطه این دو پارامتر را باهم به دست آوردند [۷]. سولابریدز و همکاران نیز در سال ۲۰۲۰ در یک مقاله به تقسیم‌بندی آبشارهای مدل و بیان معادلات و فرض‌های لازم در هر یک پرداخته‌اند که تنها جنبه تئوری و تحلیلی دارد[۸]. در مرجع [۱۰] به بررسی برش جزئی در آبشار شبه ایده‌آل بدون در نظر گرفتن M* برای ایزوتوپ ۸ زینان پرداخته شد. در مرجع [۱۱] نیز با تشریح الگوریتم طراحی برای ایزوتوپ Xe-136، آبشار شبه ایده‌آل با آبشار R مقایسه شد. در هیچ یک از مقالات ارائه شده به بهینه‌سازی زنجیره شبه ایده آل با استفاده از پارامتر M* و تعیین برش جزئی متناسب بر اساس آن به‌منظور بیشترین جداسازی یک جزء پرداخته نشده است.

در میان عناصر موجود در طبیعت، زینان بیشترین ایزوتوپ‌های پایدار را به خود اختصاص می‌دهد. بنابراین بررسی جداسازی ایزوتوپ‌های این عنصر جهت کسب دانش فنی جداسازی ایزوتوپ‌های چندجزئی و بررسی گلوگاه‌های موجود بسیار کمک‌کننده است. در این مقاله پس از شبیه‌سازی آبشار مدل شبه‌ایده‌آل و با استناد به ارتباط آن با آبشار Q به بررسی آن جهت جداسازی ایزوتوپ‌های میانی و انتهایی ۴ و ۹ زینان پرداخته شده است. در این راستا با استفاده از روابط ارائه‌شده در مرجع [۷]، بازه قابل‌قبول برای انتخاب برش جزئی و شماره ایزوتوپ موردنظر تعیین می‌شود.

۲. تئوری و معادلات حاکم

نمایی از آبشار مخروطی مدل در شکل (۱) نشان داده شده است. جریان خوراک در مرحله s_f با غنای $z_{i,f}$ وارد آبشار می‌شود. جریان‌های میان مرحله‌ای با نرخ جریان M_s و N_s و ترکیب درصدهای $y_{i,s}$ و $x_{i,s}$ و جریان‌های پسماند و محصول به ترتیب با ترکیب درصد $x_{i,w}$ و $y_{i,p}$ بیان می‌گردد ($i=1, 2, \ldots N_c$).



شکل۲. شمایی از آبشار مخروطی مدل

در آبشار شبه‌ایده‌آل مطابق رابطه (۱) مقدار برش جزئی ایزوتوپ kام در تمامی مراحل ثابت در نظر گرفته می‌شود [۵و ۶]. منظور از برش جزئی همان ضریب بازیابی در آبشار جداسازی اورانیوم است که برای آبشار ایده‌آل ثابت است.

$$\frac{y_{k,s}M_s}{z_{k,s}Z_s} = \theta_{k,s} \qquad (۱)$$

در آبشار Q پارامتر Q_i برای ایزوتوپ iام از رابطه (۲) قابل‌محاسبه است:

$$Q_i = \varepsilon_0(M^* - M_i) \qquad (۲)$$

که M* در آن عدد جرمی یک جزء فرضی است و جداسازی‌ها بر اساس آن سنجیده می‌شوند. در این روابط ε_0 معادل با لگاریتم α_0 که همان فاکتور جداسازی برای اختلاف جرم واحد است در نظر گرفته شده است. در مرجع [۷] به تفصیل به ارتباط آبشار مدل Q و QI اشاره شده است که با استناد به آن ارتباط بین پارامترهای اصلی در دو مدل Q و QI به شکل زیر است:

$$\theta_{i,s} = \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{2}Q_i) \qquad (۳)$$

مطابق رابطه فوق، ارتباط برش جزئی و پارامتر Q به شکل خطی است. بنابراین متناسب با انتخاب جرم ایزوتوپ فرضی M* که عددی پیوسته در بازه جرم ایزوتوپی موردنظر است، می‌توان برش جزئی را نیز تعیین نمود.

۳. روش کار

جهت بررسی آبشار شبه‌ایده‌آل یک کد عددی با ایده از روش ارائه شده در مرجع [۶] تهیه شده است. با این تفاوت که در مرجع مذکور از روش‌های نیوتن جهت حل معادلات غیرخطی استفاده‌شده و در این تحقیق از الگوریتم ناحیه اطمینان استفاده شده است که همگرایی کد را بسیار بالا می‌برد. همچنین با تغییرات در الگوریتم تکنیک پیوستگی تعداد تکرارهای لازم جهت همگرایی به‌شدت کاهش می‌یابد.

مطابق الگوریتم شکل (۲)، پس از دادن ورودی‌های لازم، حدس اولیه برای حل معادلات غیرخطی تولید می‌شود. پس‌ازآن معادلات غیرخطی با استفاده از روش ناحیه اطمینان حل شده و همچنین با استفاده از تکنیک پیوستگی برش جزئی در هر تکرار اصلاح می‌گردد. این محاسبات تا زمانی که شرط آبشار شبه‌ایده‌آل در کل مراحل آبشار فراهم گردد، انجام می‌گیرد. روابط (۴-۸) معادلات غیرخطی هستند که به ترتیب موازنه جرم در مراحل و نقاط تلاقی را نشان می‌دهند. رابطه (۹) تعریف فاکتور جداسازی بوده و بر اساس رابطه (۱۰) مجموع غلظت ایزوتوپ‌ها در هر نقطه تلاقی باید برابر با یک باشد. رابطه (۱۱) نیز بیانگر تکنیک پیوستگی در کد محاسباتی برای دستیابی به آبشار شبه‌ایده‌آل است. جهت استفاده از توضیحات تکمیلی به مرجع [۹] مراجعه گردد.

$$\boldsymbol{Z_s z_{i,s} = M_s y_{i,s} + N_s x_{i,s}} \qquad (۴)$$

$$\boldsymbol{Z_s z_{i,s} = M_{s-1} y_{i,s-1} + N_{s+1} x_{i,s+1} + F z_{i,F} \quad , s = s_f} \qquad (۵)$$

$$\boldsymbol{Z_s z_{i,s} = M_{s-1} y_{i,s-1} + N_{s+1} x_{i,s+1} \quad , s \neq s_f} \qquad (۶)$$

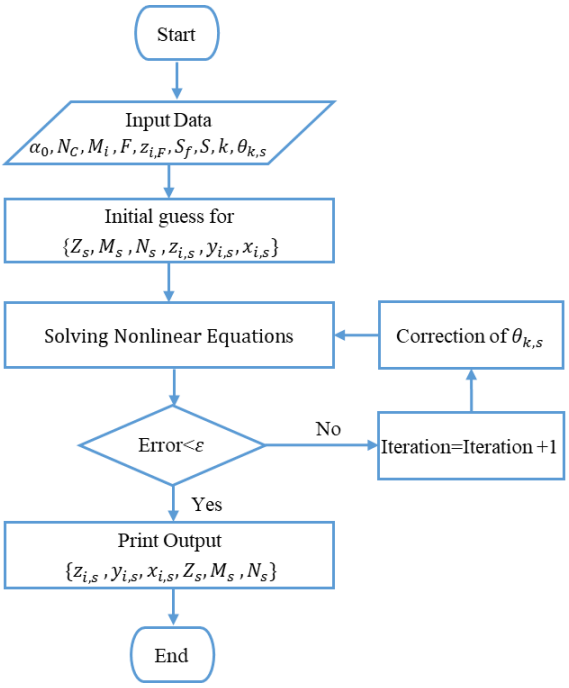
$$\boldsymbol{Z_s z_{i,s} - M_{s-1} y_{i,s-1} = 0 \quad , s = S} \qquad (۷)$$

$$\boldsymbol{Z_s z_{i,s} - N_{s+1} x_{i,s+1} = 0 \quad , s = 1} \qquad (۸)$$

$$\boldsymbol{\alpha_{ij,s} = \frac{(y_{i,s}/y_{j,s})}{(x_{i,s}/x_{j,s})} = \alpha_{0,s}^{(M_j - M_i)} \, , (i = j-1, j = 2, \dots, N_c)} \qquad (۹)$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} z_{i,s} = \sum_{i=1}^{N_c} y_{i,s} = \sum_{i=1}^{N_c} x_{i,s} = 1 \qquad (۱۰)$$

$$\theta_{k,s}^{Itr} = \theta_{k,s}^{Itr-1} . e^{-\tau.Itr} + \theta_{k,s}\left(1 - e^{-\tau.Itr}\right) \qquad (۱۱)$$



شکل۲. الگوریتم شبیه‌سازی آبشار مدل شبه‌ایده‌آل

با استفاده از روابط (۲) و (۳) رابطه (۱۲) قابل محاسبه است. در این تحقیق با استفاده از رابطه (۱۲) آبشار شبه‌ایده‌آل برای جداسازی ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ زینان بررسی می‌شود که غلظت ایزوتوپ‌های طبیعی آن در جدول (۱) ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود آبشار شبه‌ایده‌آل نسبت به آبشار Q تعداد آبشارهای بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد. بنابراین آبشار شبه‌ایده‌آل جهت دستیابی به آبشار بهینه می‌تواند مفید باشد. بنابراین در این رابطه i را می‌توان از ۱ تا ۹ به‌منظور بررسی بهترین آبشار برای ایزوتوپ ۴ و ۹ تغییر داد. با توجه به رابطه (۱۲)، با تغییر پارامتر M^* در بین جرم ایزوتوپی، می‌توان مقدار برش جزئی را برای ایزوتوپ هدف محاسبه کرد. از طرفی دیگر ممکن است با تعیین برش جزئی مناسب برای دیگر ایزوتوپ‌ها، مقادیر بهینه برای جداسازی ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ تعیین شود. بنابراین در این مقاله به بررسی تمام حالات ممکن برای بیشینه کردن غلظت ایزوتوپ هدف با در نظر گرفتن کمینه نرخ جریان میان مرحله‌ای پرداخته می‌شود.

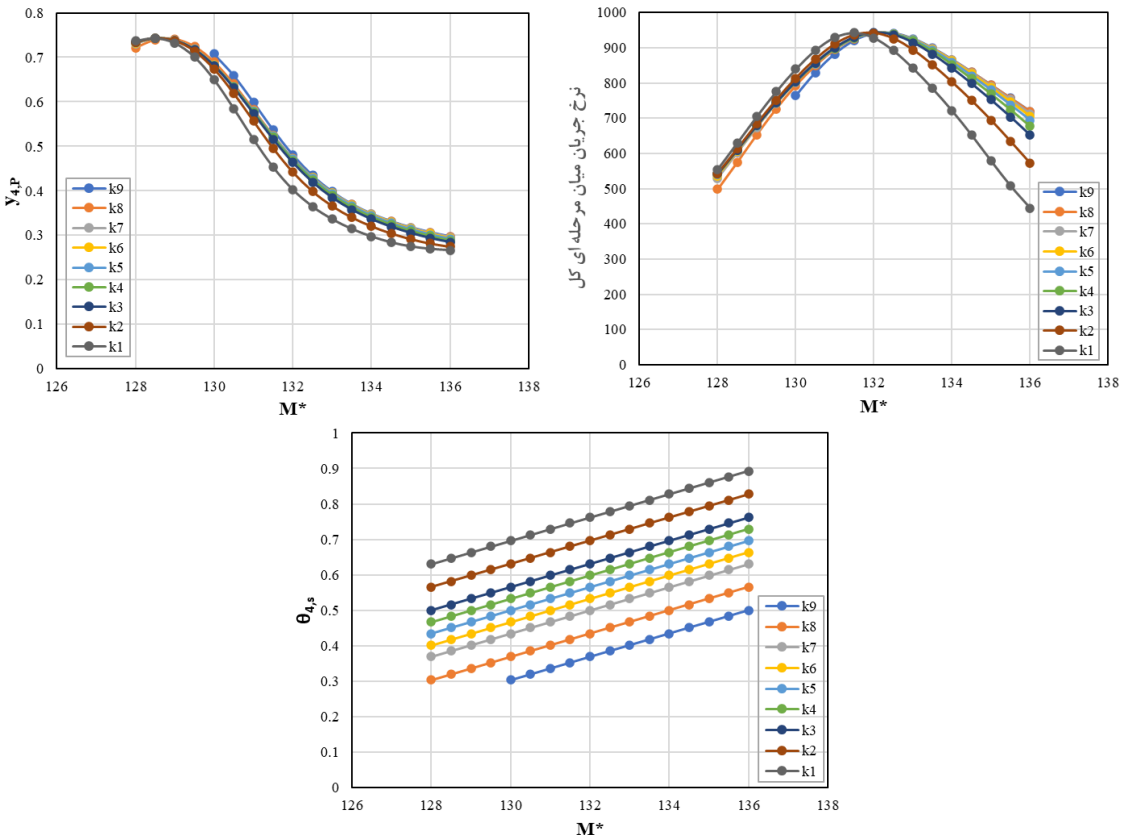
$$\theta_{i,s} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon_0}{2}(M^* - M_i)\right) \qquad (۱۲)$$

جدول ۱. غلظت ایزوتوپ‌های زنون در جریان خوراک

شماره ایزوتوپ		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
زنون	ایزوتوپ	زنون-۱۲۴	زنون -۱۲۶	زنون -۱۲۸	زنون -۱۲۹	زنون -۱۳۰	زنون -۱۳۱	زنون -۱۳۲	زنون -۱۳۴	زنون -۱۳۶
	غلظت (درصد وزنی)	۰/۰۹۳	۰/۰۹	۱/۹۱۷	۲۶/۴۴	۴/۰۸	۲۱/۱۸	۲۶/۸۹	۱۰/۴۴	۸/۸۷

۴. نتایج

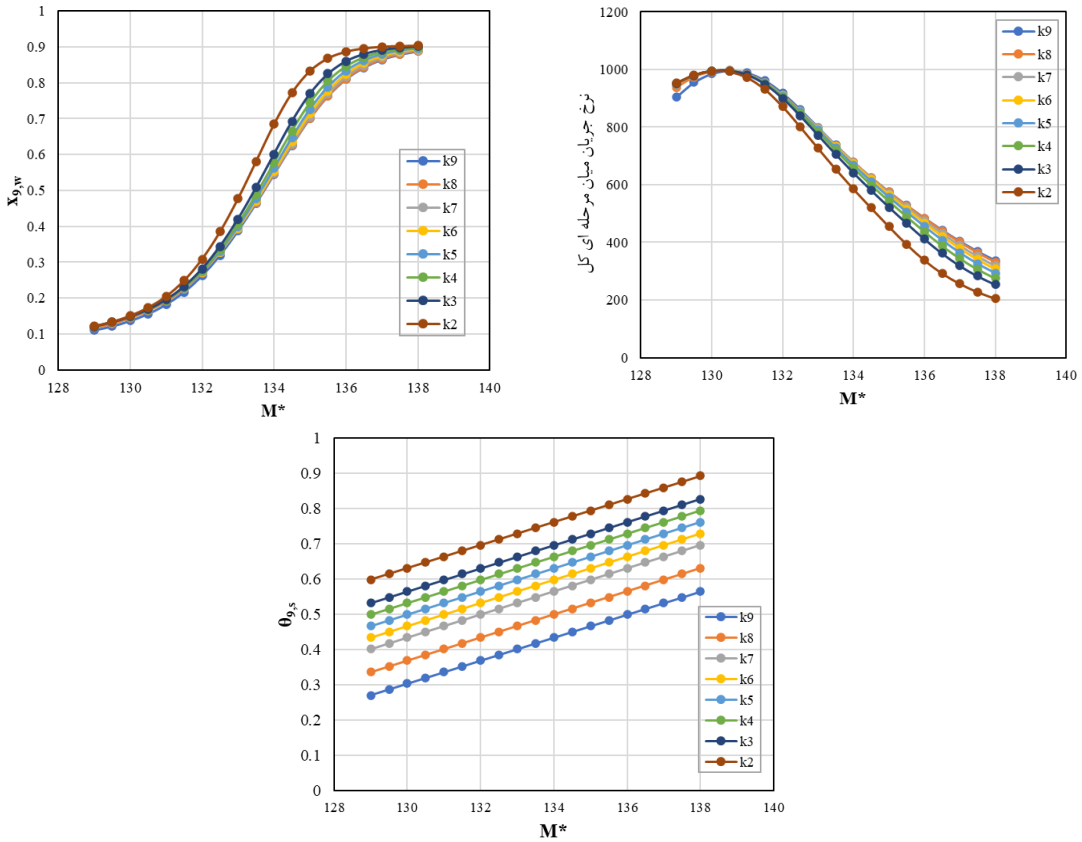
بررسی‌ها برای یک آبشار با ۱۵ مرحله که فاکتور جداسازی مراحل آن ۱/۱۴ است انجام شده است. شکل (۳) تغییرات نرخ جریان میان مرحله‌ای، مقدار غلظت ایزوتوپ چهارم در محصول سبک و تمام برش‌های جزئی را با تغییر پارامتر M* نشان می‌دهد. در بررسی ایزوتوپ چهارم، خوراک در مرحله ۵ وارد می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود ارتباط برش جزئی و پارامتر M* به شکل خطی است و با استفاده از شکل می‌توان بازه قابل‌قبول برای انتخاب برش جزئی را تعیین کرد. با توجه به شکل۳، بیشترین مقدار غنای ایزوتوپ چهارم مربوط به M* =۱۲۸/۵ است که تفاوت شماره ایزوتوپ تا حدی در تعیین بیشینه غنا، تأثیر دارد. مطابق با شکل‌های فوق بیشترین غنای به‌دست‌آمده برابر با ۰/۷۴۲۴ است که مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای کمینه برای آن مربوط به k= ۸ بوده و برابر با ۵۷۴ است.



شکل۳. تغییرات نرخ جریان میان مرحله‌ای، غلظت ایزوتوپ چهارم در محصول سبک و برش جزئی برحسب M^*

شکل (۴) تغییرات نرخ جریان میان مرحله‌ای، مقدار غلظت ایزوتوپ نهم در محصول سنگین و تمام برش‌های جزئی را با تغییر پارامتر M* نشان می‌دهد.

در بررسی ایزوتوپ نهم، خوراک در مرحله ۱۰ وارد می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود بازه قابل‌قبول برای انتخاب برش جزئی ۰/۲۷ تا ۰/۸۹ است. با توجه به شکل فوق، بیشترین مقدار غنای ایزوتوپ نهم مربوط به M* =۱۳۸ است. مطابق با شکل‌های فوق بیشترین غنای به‌دست‌آمده برابر با ۰/۹۰۳۹ است که مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای کمینه در آن برابر ۲۰۵ است. این ارقام بهینه مربوط به k= ۲ است.



شکل۴. تغییرات نرخ جریان میان مرحله‌ای، غلظت ایزوتوپ نهم در محصول سنگین و برش جزئی برحسب M^*

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق آبشار مدل شبه‌ایده‌آل با توجه به ارتباط آن با آبشار Q موردبررسی قرار گرفت. در این راستا یک کد عددی جهت بررسی این آبشار و شبیه‌سازی آن تهیه شد. براساس نتایج به‌دست‌آمده می‌توان محدوده مناسب برای تعیین برش جزئی را متناسب با M* تعیین نمود. مطالعات به‌عنوان نمونه برای ایزوتوپ‌های چهارم و نهم زینان انجام شد. براساس نتایج به‌دست‌آمده، با انتخاب بهترین برش جزئی می‌توان بیشترین غنا را برای ایزوتوپ موردنظر در جریان محصول ایجاد کرد به‌گونه‌ای که کمترین نرخ جریان میان مرحله‌ای برای آن لحاظ گردد. مطابق محاسبات انجام‌گرفته درصورتی‌که ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ زینان موردنظر باشند برش جزئی ایزوتوپ‌های ۸ و ۲ برای آن‌ها باید به ترتیب برابر با ۰/۳۱۹۸ و ۰/۸۹۳۱ باشد. همچنین بررسی‌ها نشان می‌دهد که جهت جداسازی ایزوتوپ‌های میانی نرخ جریان میان مرحله‌ای بسیار بیشتر از نرخ جریان میان مرحله‌ای برای ایزوتوپ‌های انتهایی است. این درحالی است که مقدار غنای ایزوتوپ هدف در جریان محصول برای ایزوتوپ میانی کمتر از ایزوتوپ انتهایی است. همچنین روش حل عددی آبشار شبه‌ایده‌آل نسبت به حل عددی سایر آبشارها زمان همگرایی کمتری داشته و با روش تحلیلی Q قابل‌مقایسه بوده و در حد چند ثانیه است.

۶. مراجع

1. De la Garza, A., Garret, G.A., Murphy, J.E., 1961. “Multicomponent isotope separation in cascade,” Chem. Eng. Sci. 15, 188.
2. De la Garza, A., 1963. “A generalization of the matched abundance-ratio cascade for multicomponent isotope separation,” Chem. Eng. Sci., 18, 73.
3. Kucherov, R.Ya, Minenko, V.P., 1965. Theory of cascade for separating multi-component isotope mixtures. At. Energy 19 (4), 1290–1300.
4. Kolokol’tsov, N.A., Minenko, V.P., Nilolaev, B.I., Sulaberidze, G.A., Tret’yak, S.A., 1970. Design of cascades for separating isotope mixtures. At. Energy 29 (6), 1193–1198.
5. Apelblat, A., Ilamed-Lehrer, Y., 1968. The theory of a real isotope enriching cascade – I. J. Nucl. Energy 22, 1–14.
6. Zeng, S., Cheng, Y., 2013, “A numerical method of cascade analysis and design for multicomponent isotope separation,” J. Chem. Eng. Res. Des. 92, 2649.
7. Zeng, S., Sulaberidze, G.A., Jiang, D., Borisevich, V.D., Smirnov, A.Y., 2012. “The Q Cascade Explanation,” Sep. Sci.Tech. 47, 1591.
8. Sulaberidze, G. A. et al., 2020, Classification of model cascades for separation of multicomponent isotope mixtures, Sep. Sci. Tech., 56,1060.
9. Mansourzadeh, F., Khamseh, A.A.G., Safdari, J., Norouzi, A., 2019. Utilization of harmony search algorithm to optimize a cascade for separating multicomponent mixtures. Prog. Nucl. Energy 111, 165–173.

۱۰. پیری‌زاد و همکاران، شبیه‌سازی زنجیره چندجزئی با جریان برگشتی به روش شبه ایده‌آل به منظور دستیابی به بهترین غلظت ایزوتوپ زنون۱۳۴، بیست و چهارمین کنفرانس هسته‌ای، ۱۳۹۶(In Persian).

۱۱. منصورزاده و همکاران، طراحی آبشار شبه ایده‌آل جهت غنی سازی ایزوتوپ های پایدار و مقایسه آن با مدل تطبیق‌یافته R، بیست و پنجمین کنفرانس هسته‌ای، ۱۳۹۷(In Persian).