محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی ایزوتوپ U^{239} در مدل گاز فرمی جابجاشده با انرژی زوجیت وابسته به دما

INC29-1053

اصغر خوی[1*]، محمدرضاپهلوانی[1]

۱. گروه فیریک هسته‌ای، دانشکده علوم پایه، دانشگاه مازندران

چکیده:

کمیت‌های ترمودینامیکی ایزوتوپ U^{239} با استفاده از مدل جابجایی گاز فرمی با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی و انرژی زوجیت وابسته به دما محاسبه شده است. در مدل جابجایی گاز فرمی انرژی زوجیت ثابت در نظر گرفته می‌شود اما برطبق تئوری بردن- کوپر –اسچریفر و همچنین مدل قظرمایع وابسته به دما، انرژی زوجیت تابعی از دما فرض می-شود. چگالی تراز، آنتروپی، دما، و ظرفیت گرمایی ایزوتوپ U^{239} با استفاده از این روش‌ها محاسبه شده‌اند. نتایج حاصل از این دو روش نظری با یکدیگر و همچنین با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. این مقایسه نشان داد که نتایج حاصل از مدل جابجایی گاز فرمی با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی از نتایج به دست آمده از مدل جابجایی گاز فرمی با انرژی زوجیت وابسته به دما توافق بهتری با داده‌های تجربی دارد. نتایج محاسبات در شکل‌های ۱ تا ۴ برای چگالی تراز، آنتروپی، دما و ظرفیت گرمایی، برای ایزوتوپ U^{239} نشان داده شده است.

کلیدواژه‌ها :چگالی تراز، کمیت‌های ترمودینامیکی، دما، آنتروپی، ظرفیت گرمایی

Calculation of thermodynamic quantities of U^{239} isotope in the back-sifted Fermi gas model with temperature-dependent pairing energy.

Asghar Khooy[*1], M. R. Pahlavani[1]

1. University of Mazandaran, Faculty of basic science, Department of Nuclear Physics

Abstract:

The thermodynamic quantities of ^{239}U isotope have been calculated using the back shifted Fermi gas model with the energy-dependent level density parameter and the temperature-dependent coupling energy. Also, the temperature-dependent BCS model and the temperature dependent liquid drop model assumed that the coupling energy is a function of the temperature. The level density, entropy, temperature, and heat capacity of ^{239}U isotope have been calculated using the energy-dependent level density parameter and the temperature-dependent coupling energy methods. The results of these two theoretical approaches have been compared with each other as well as the experimental data. This comparison showed that the results obtained from the back shifted Fermi gas model with the energy-dependent level density parameter have a better agreement with the experimental data than the results obtained from the back shifted Fermi gas model with temperature-dependent pairing energy. The results of the calculations are shown in figures 1 to 4 for the level density, entropy, temperature, and heat capacity, for the ^{239}U isotope.

Keywords: Level density, thermodynamic properties, temperature, entropy, heat capacity

۱. مقدمه

چگالی تراز هسته‌ای کمیتی بنیادین در فیزیک هسته‌ای است که کاربردهای وسیعی در آنالیز آماری ساختار هسته‌ای و واکنش‌های هسته‌ای دارد. تاکنون روش‌های زیادی برای محاسبه چگالی تراز هسته ابداع و مورد استفاده قرار گرفته است. از جمله این روش‌ها به مدل گاز فرمی (FGM) [۱]، مدل گاز فرمی جابجایی (BFGM) [۲]، مدل دمای ثابت (CTM) [۳] می‌توان اشاره کرد که به طور مستقیم و مدل لایه‌ای مونت‌کارلو[۴]، روش بردین- کوپر- اسچریفر[۵]، تقریب ایستایی و تقریب فاز تصادفی [۶] را می‌توان نام برد که چگالی تراز هسته را به‌طور غیرمستقیم و از طریق قوانین ترمودینامیک کلاسیک بازتولید می‌کنند. اولین بار در سال۱۹۳۶ هانس بته به بررسی تئوری چگالی ترازهای هسته‌ای پرداخت[۷] . در محاسبات او هسته به‌صورت گازی متشکل از فرمیون‌های بدون برهمکنش که در مدارهای تک ذره‌ای با فاصله مساوی از هم قرار گرفته بودند، در نظر گرفته شده بود. از مشخصه‌های مهم این سیستم وابستگی دمای ترمودینامیکی T هسته به انرژی برانگیختگی, U آن می‌باشد که به‌صورت $T \propto U$ بیان می‌شود. مدل گاز فرمی بعدها با افزودن یک جابه‌جایی انرژی E1 توسعه یافت. این پارامتر افزایش انرژی بستگی حالت پایه نوکلئون‌ها را، در اثر جفت‌شدگی فرمیون‌ها وارد مسئله می‌کند. این فرمول‌بندی از مدل گاز فرمی را که تاکنون بسیار پرکاربرد بوده، مدل گاز فرمی جابجا شده (BSFGM) می‌نامند. مدل گاز فرمی جابجا شده مدل رایجی است که با استفاده از آن چگالی تراز هسته‌ای را به‌طور مستقیم می‌توان به دست آورد. این مدل شامل دو پارامتر است: پارامتر جابجایی انرژی برانگیختگی $E1$ و پارامتر چگالی تراز a.

مدل‌هایی که با انرژی زوجیت سروکار دارند وابستگی دمایی برای آن در نظر می‌گیرند. برای مثال مدل قطره مایعی وابسته به دما وابستگی دمایی را برای هامیلتونی هسته مطرح می‌سازد، در صورتی‌که مدل BCS کاهش در انرژی زوجیت بر حسب دما را پیشنهاد می‌کند. این نکته در مدل گاز فرمی جابجایی وارد نشده بود. گذارهای فازی برای توصیف خواص گرمایی و افت و خیزهای آماری مناسب به نظر می‌رسند. بنابراین با استفاده از فرمول وابسته به دما برای پارامتر جابجایی انرژی، مدل جابجایی گاز فرمی بدون هیچ پارامتر تطبیق‌پذیری به دست می‌آید.

از چگالی تراز هسته علاوه بر محاسبه سطح مقطع واکنش، در محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته‌ها نیز می‌توان استفاده نمود. به عبارت دیگر کمیت‌های ترمودینامیکی هسته مانند آنتروپی، دمای هسته و ظرفیت گرمایی را با استفاده از چگالی تراز هسته می‌توان محاسبه کرد. همچنین شکسته شدن اولین جفت نوکلئونی را از طریق محاسبه چگالی تراز هسته و با استفاده از مدل گاز فرمی جابجای شده می‌توان مشاهده نمود. از آن‌جایی‌که برای درک رفتار هسته برانگیخته، چگالی تراز و کمیت‌های ترمودینامیکی از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند، در این پژوهش براساس مدل گاز فرمی جابجا شده، پارامترهای چگالی تراز را برای هسته با استفاده از داده‌های تجربی جدید گروه اسلو ($Oslo$) [۸- ۹]، محاسبه نموده‌ایم. روش گروه اسلو ($Oslo$) تنها روشی است که در آن برای استخراج توان تابشی گاما و چگالی تراز، تنها به یک آزمایش بسنده شده است و از طریق طراحی فقط یک آزمایش این کمیت را محاسبه می‌کنند. اساس کار در این روش بر پایه‌ی اندازه‌گیری طیف انرژی برانگیختگی هسته‌ها با استفاده از گذارهای تابشی گاما ناشی از چند واکنش انتقالی یا به‌وسیله‌ی واکنش پراکندگی کشسان است. نتیجه چنین اندازه‌گیری‌هایی تشکیل ماتریس تصادفی ذره‌ای گاما است. که این ماتریس تصادفی ذره‌ای گاما میانگین انرژی برانگیختگی هسته‌های باقی‌مانده و میانگین انرژی گذارهای اشعه‌ی گاما است که ترازهایی را که انرژی آن‌ها نزدیک به انرژی برانگیختگی است را از حالت برانگیختگی خارج می‌گرداند.

گذارهای اشعه گامای گسیل شده از طریق انرژی برانگیختگی تعیین شده اطلاعاتی را در زمینه چگالی تراز در انرژی برانگیختگی هسته‌ای که واپاشی می‌کند و درباره‌ی تابع توان گسیل اشعه گاما در انرژی اشعه گاما که برابر با اختلاف دو مقدار انرژی برانگیختگی اولیه و نهایی $E_\gamma = E_i - E_f$ است، به‌دست می‌دهد[۱۰].

۲. محاسبات نظری وتجزیه وتحلیل نتایج

فرمول چگالی تراز هسته در مدل $BFGM$ با یک پارامتر آزاد به‌صورت زیر بیان می‌شود. [۱۱- ۱۳]

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{1}{12\sqrt{2}\,\boldsymbol{\sigma}} \frac{\exp\left(2\sqrt{(\mathbf{aU})}\right)}{\mathbf{a}^{\frac{1}{4}}\mathbf{U}^{\frac{5}{4}}} \quad (۱)$$

که در آن

$$\boldsymbol{\sigma}^2 = \frac{0.876}{\pi^2} \boldsymbol{A}^{\frac{2}{3}} \sqrt{\boldsymbol{aU}} \quad (۲)$$

و

$$a = 0.21\boldsymbol{A}^{.87} \quad (۳)$$

و

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{E} - \boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{pair}} \quad (۴)$$

است که در آن a و σ ، U ، E، E_1 و $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{pair}}$ بترتیب پارامتر چگالی تراز، پارامتر قطع اسپین، انرژی برانگیختگی موثر، انرژی برانگیختگی، پارامتر جابجایی انرژی و انرژی زوجیت هسته‌اند. انرژی زوجیت را با استفاده از رابطه زیر می‌توان محاسبه نمود.

$$E_{pair} = \chi \frac{12}{\sqrt{A}} \quad (۵)$$

مقدار χ را برای هسته های زوج- زوج،۱ برای هسته های فرد- فرد، ۱- و برای هسته های زوج و فرد، صفر در نظر می گیرند. در این مدل a پارامتر چگالی تراز و E_1 جابجایی انرژی برانگیختگی به‌صورت پارامترهای آزاد در نظر گرفته شده اند که از طریق برازش با داده های تجربی تعیین می‌شوند. دمای هسته را با استفاده از رابطه زیر می‌توان محاسبه نمود،

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)^{-1} \quad (۶)$$

که در آن S آنتروپی هسته است که بصورت زیر تعریف می‌شود؛

$$S(\mathrm{E}) = \mathrm{K}_B\, Ln \frac{\rho}{\rho_0} \quad (۷)$$

در این رابطه ρ_0 ثابت نرمالیزاسیون است که آن را با استفاده از قانون سوم ترمودینامیک می‌توان محاسبه نمود. بااستفاده از فرمول مدل گاز فرمی جابجایی و انرژی زوجیت وابسته به دما داریم

$$\frac{1}{\mathrm{T}} = \left(\sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U}\right)\left(1 - \frac{d\Delta(T)}{dT}\frac{dT}{dE}\right) \quad (۸)$$

که $\Delta(T)$به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\Delta(T) = \frac{\mathrm{E_{pair}}(0)}{1 + e^{\left(\frac{\mathrm{T}}{.03} - \frac{7.37}{0.03\sqrt{\mathrm{A}}}\right)}} \quad (۹)$$

برای حل معادله‌ی (۸) مجموعه ای از چند جمله‌ای‌های تا توان ۳ بصورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\mathrm{E(T)} = \mathrm{a_0} + \mathrm{a_1 T} + \mathrm{a_2 T^2} + \mathrm{a_3 T^3} \quad (۱۰)$$

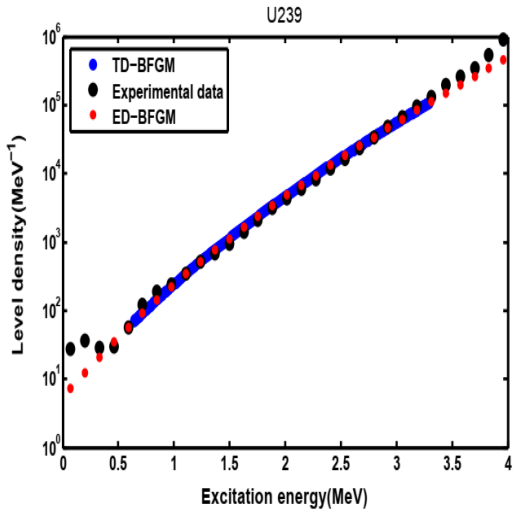
ضرایب $\boldsymbol{a_0}$ و $\boldsymbol{a_1}$ و $\boldsymbol{a_2}$ و $\boldsymbol{a_3}$ با جایگذاری $E(T)$ از معادله بالا در معادله (۸) در هربازه کوچک دمایی به دست می‌آید. سپس با استفاده از این ضرایب انرژی بصورت تابعی از دما به دست می‌آید. و در نهایت ظرفیت گرمایی با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود

$$C_V = \left(\frac{\partial T}{\partial E}\right)^{-1} \qquad (۱۱)$$

هرکدام از روابط مربوط به چگالی تراز دو پارامتر آزاد دارند. ابتدا این پارامترها را به کمک داده‌های تجربی از طریق برازش با داده‌های تجربی محاسبه نموده و بهترین مقدارهای به دست آمده را در جدول ۱ نشان داده ایم.

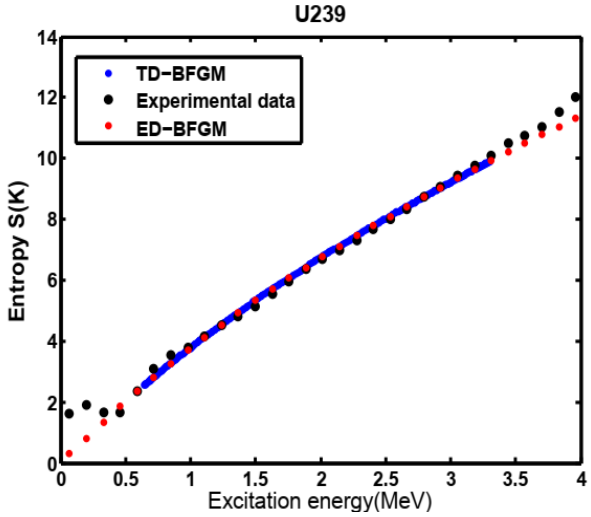
جدول ۱. مقادیر بهینه به دست آمده برای پارامترهای موجود در مدل گاز فرمی جابجا شده *BFGM*

هسته	a	E_1
اورانیوم ۲۳۹	۲۴/۶۲	-۰/۱۸



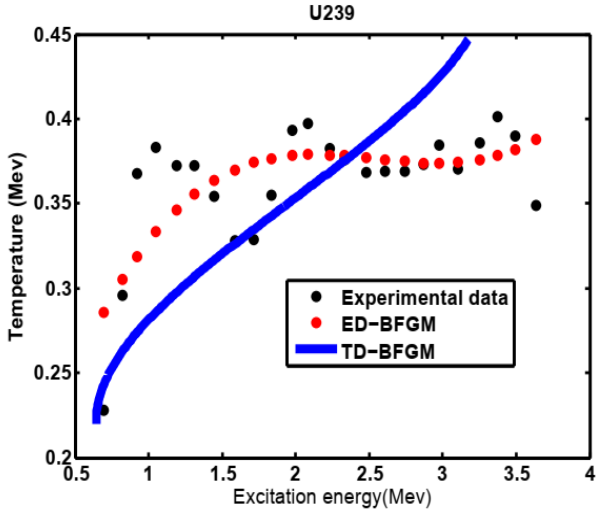
شکل ۱. چگالی تراز ایزوتوپ ^{۲۳۹}U محاسبه شده با استفاده از مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی و انرژی زوجیت وابسته به دما برحسب انرژی برانگیختگی هسته با داده‌های تجربی (۸) مقایسه شده است

در شکل ۱ نمودار چگالی تراز محاسبه شده برای هسته ^{۲۳۹}U با استفاده از مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی و انرژی زوجیت وابسته به دما بصورت تابعی از انرژی برانگیختگی هسته رسم و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. با توجه به این نمودار توافق خوبی بین داده‌های تجربی و دو مدل نظری مشاهده می‌شود.



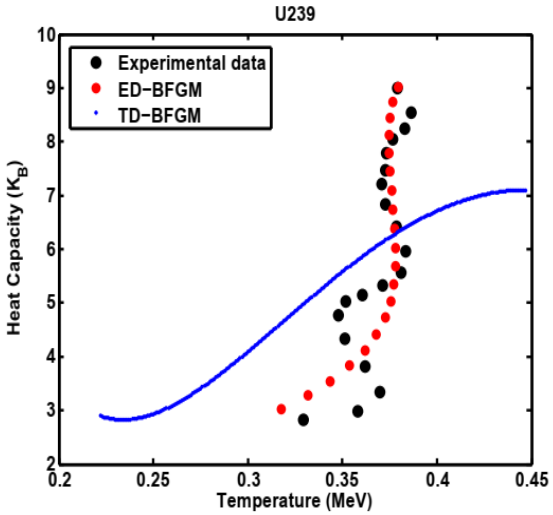
شکل ۲. آنتروپی ایزوتوپ $U^{۲۳۹}$ که با استفاده از مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی و انرژی زوجیت وابسته به دما محاسبه شده است بصورت تابعی از انرژی برانگیختگی هسته با داده‌های تجربی (۸) مقایسه شده است.

در شکل ۲ نمودار تغییرات آنتروپی ایزوتوپ $U^{۲۳۹}$ که با استفاده از مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی و انرژی زوجیت وابسته به دما محاسبه شده است برحسب انرژی برانگیختگی به همراه داده‌های تجربی رسم شده‌اند. با توجه به این نمودار توافق خوبی بین داده های تجربی و دو مدل نظری وجود دارد.



شکل ۳. دمای ایزوتوپ $U^{۲۳۹}$ که با استفاده از دو مدل نظری مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به دما و انرژی زوجیت وابسته به انرژی برحسب انرژی برانگیختگی با داده‌های تجربی (۸) مقایسه شده است.

در شکل ۳، دمای ایزوتوپ U^{239} که با استفاده از دو مدل نظری مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به دما و انرژی زوجیت وابسته به انرژی بصورت تابعی از انرژی برانگیختگی هسته با داده‌های تجربی (۸) مقایسه شده است. همانگونه که از شکل۳ پیداست، دمای هسته U^{239} که با استفاده مدل گاز فرمی جابجا شده با انرژی زوجیت وابسته به انرژی توافق بهتری نسبت به مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چکالی تراز وابسته به دما با داده های تجربی دارد.



شکل ۴. ظرفیت گرمایی ایزوتوپ U^{239} که با استفاده از دو مدل نظری مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به دما و انرژی زوجیت وابسته به انرژی محاسبه شده است بصورت تابعی از دما با داده‌های تجربی (۸) مقایسه شده است.

در شکل۴ ظرفیت گرمایی ایزوتوپ U^{239} که با استفاده از دو مدل نظری مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به دما و انرژی زوجیت وابسته به انرژی محاسبه شده است بصورت تابعی از دما با داده‌های تجربی (۸) مقایسه شده است. همانگونه که این شکل نشان می‌دهد، نتایج حاصل از مدل نظری گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی نسبت به نتایج حاصل از مدل گاز فرمی جابجا شده با انرژی زوجیت وابسته به دما توافق بهتری با داده‌های تجربی دارد.

۳.نتیجه‌گیری

در این پژوهش، چگالی‌تراز و کمیت‌های ترمودینامیکی ایزوتوپ U^{239} را با استفاده از مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چکالی تراز وابسته به انرژی و مدل گاز فرمی جابجا شده با انرژی زوجیت وابسته به دما محاسبه نمودیم. در مدل گاز فرمی جابجا شده دو پارامتر آزاد وجود دارد که این پارامترها شامل a، پارامتر چگالی تراز و E_1 جابجایی انرژی برانگیختگی‌اند که با استفاده از برازش با داده‌های تجربی به دست آمده‌اند. نتیجه حاصل از محاسبات که در شکل‌های ۱ تا ۴ بترتیب برای چگالی تراز، آنتروپی، دما و ظرفیت گرمایی ایزوتوپ U^{239} رسم شده است. در کل نشان دهنده توافق بهتر مدل گاز فرمی جابجا شده با پارامتر چگالی تراز وابسته به انرژی نسبت به مدل گاز فرمی جابجا شده با انرژی زوجیت وابسته به دما با داده‌های تجربی می‌باشد. همچنین می‌توان گفت که هر دو مدل توافق راضی کننده‌ای با مقادیر تجربی دارند.
داده‌های تجربی مورد استفاده در این پژوهش چه برای برازش و چه برای مقایسه و اعتبارسنجی دو مدل نظری از داده-های تجربی گروه اسلو (*Oslo*) انتخاب شده‌اند.

۴. مراجع

1. A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure, (Word Scientific, 1998) Vol. 1.
2. A. J. Koning, S. Hilair and S. Goriely, Global and local level density models, Nucl. Phys. A **810**, 13 (2008).
3. A. Gilbert and A. G. W. Cameron, Can. J. Phys. **43**, 1446 (1965).

4. Y. Alhassid, G. F. Bertsch and L. Fang, phys. Rev. **C 68**, 044322 (2003).
5. R. Razavi, A.N. Behkami and V. Dehghani, Nucl. phys.A **930**, 57 (2014).
6. H. Attias and Y. Alhassid, Nucl.Phs. A625, 565 (1997)
7. H. A. Bethe, Phys. Rev. **50**, 332 (1936).
8. M. Guttormsen, B. Jurado, J. N. Wilson, M. Aiche et. al, Phys. Rev. **C 89**, 014302 (2014).
10 A. Schiller, L. Bergholt, M. Guttormsen, E. Melby, J. Rekstad, S. Siem., Meth. Phys. Res. A **447**, 498 (2000).
11. V. Dehghani and S. A. Alavi, Eur.Phys. J. A**52**, 306 (2016)
12. A. J. Koning, S. Hilaire and S. Goriely, Nucl. Phys. A **810**, 13 (2008)
13. G. Rohr, Z. Phys. A318, 299 (1984)