توسعه شبیه‌ساز نویز نوترونی یک گروهی-یک بعدی در حوزه زمان

عباسی فشمی،سجاد * (۱) - وثوقی،ناصر (۲)

دانشگاه صنعتی شریف ، دانشکده مهندسی انرژی ، گروه مهندسی هسته ای

چکیده:

شار نوترونی راکتور حتی در حالت ایستا حول مقدار متوسط نوسان‌هایی دارد که به آن‌ها نویز گفته می‌شود. در این پژوهش جهت بررسی رفتار گذرای نویز نوترونی پس از بروز اختلال در راکتور، برای اولین بار سعی در حل این معادلات در حوزه زمان داریم. لذا در گام اول معادلات نویز نوترونی را در حوزه زمان و مکان گسسته‌سازی می کنیم، آنگاه با بررسی شرایط همگرایی اقدام به حل آن می‌نماییم. در مرحله آخر به منظور اعتبارسنجی صحت اطلاعات بدست آمده، از پاسخ‌های زمانی تبدیل فوریه گرفته و مقادیر حقیقی و موهومی آن‌ها را با حل فرکانسی معادلات نویز مقایسه می‌نماییم.

کلمات کلیدی: *نویز نوترونی، گسسته‌سازی ضمنی، گسسته‌سازی صریح*

مقدمه :

شار نوترونی و متغیرهای ترموهیدرولیک راکتورهای هسته‌ای حتی در حالت ایستا حول مقدار متوسط نوسان‌های کوچکی دارند که به این نوسانات کوچک نویز گفته می‌شود. پس از ساخت اولین راکتورهای هسته‌ای از مفهوم نویز جهت شناسایی پارامترهای دینامیکی قلب استفاده می‌شد؛ به‌گونه‌ای که با اعمال تغییر در قلب از پاسخ دستگاه‌های اندازه‌گیری تبدیل فوریه می‌گرفتند و به‌وسیله مقایسه آن با حل معادلات نویز در حوزه فرکانس رفتار برخی از متغیرهای دینامیکی ناشناخته قلب را شناسایی می‌کردند. از این میان می‌توان به شناسایی ضریب دمایی کندکننده[۱] در راکتورهای PWR [1] و یا نسبت واپاشی[۲] در راکتورهای BWR [2] اشاره کرد.

با گسترده‌تر شدن مطالعات در حوزه نویز توانستند شرایط خروج راکتور از وضعیت عادی را با استفاده از مفهوم نویز شناسایی کنند. در اینجا نیز با نسبت دادن فرکانس خاصی به هر چشمه نویز و با گرفتن تبدیل فوریه از سیگنال‌های اندازه‌گیری نوع چشمه مورد نظر شناسایی می‌شد. از این میان می‌توان به تعیین مکان یک چشمه نویز مانند وقتی که یک مجتمع سوخت به‌درستی در محل خود قرار نگرفته است اشاره کرد [3].

---
[۱] Moderator Temperature Coefficient

[۲] Decay Ratio

همان‌طور که گفته شد در همه این مراحل از حل معادلات نویز در حوزه فرکانس استفاده می‌شد؛ بنابراین احتیاج به گرفتن تبدیل فوریه از سیگنال‌های اندازه‌گیری جهت مقایسه با این معادلات بود. درصورتی‌که این کار علاوه بر صرف وقت و هزینه زیاد، بخشی از پاسخ سیستم (حالت گذرا) را نادیده می‌گیرد، حال‌آنکه در شرایط خروج راکتور از حالت عادی الزاماً تغییر کمیت‌ها پریودیک نیست و حالت گذرای پیش آمده برای سیستم اهمیت دارد.

روش کار :

برای استخراج معادلات نویز نوترونی بر پایه معادله پخش نوترون یک گروهی فرض می‌شود در اثر عواملی سطح مقطع‌های ماکروسکوپی دچار اختلال شوند؛ آنگاه با نادیده گرفتن جملات مرتبه دوم معادله نویز نوترونی در یک گروه انرژی به صورت زیر است [4]:

$$\frac{1}{\mathrm{v}}\frac{\partial\delta\phi}{\partial \mathrm{t}}-\nabla.\mathrm{D}\nabla\delta\phi+\left[\Sigma_{\mathrm{a_0}}-\frac{(1-\beta)}{\mathrm{k}}\nu\Sigma_{\mathrm{f_0}}\right]\delta\phi-\lambda\delta\mathrm{c}=\left[\frac{(1-\beta)}{\mathrm{k}}\nu\delta\Sigma_{\mathrm{f}}-\delta\Sigma_{\mathrm{a}}\right]\phi_0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial\delta\mathrm{c}}{\partial \mathrm{t}}+\lambda\delta\mathrm{c}-\frac{\beta}{\mathrm{k}}\nu\Sigma_{\mathrm{f_0}}\delta\phi=\frac{\beta}{\mathrm{k}}\nu\delta\Sigma_{\mathrm{f}}\phi_0 \quad (۲)$$

به این معادلات، نویز نوترونی مرتبه اول در یک گروه انرژی گفته می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌کنیم سمت راست معادلات فوق همگی از متغیرهای معلوم (چشمه‌های نویز) تشکیل شده‌اند؛ به همین دلیل این معادلات دیگر از نوع ویژه‌مقداری نیست و راحت‌تر از معادلات پخش حل می‌گردند. حال از آنجایی که در اکثر مواقع اختلال ورودی بر یک نقطه خاص از راکتور اعمال می‌شود و فقط در آن نقطه سطح مقطع‌ها تغییر می‌کند؛ معادلات نویز (روابط (۱) و (۲)) در این حالت به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{1}{\mathrm{v}}\frac{\partial\delta\phi}{\partial \mathrm{t}}-\nabla.\mathrm{D}\nabla\delta\phi+\left[\Sigma_{\mathrm{a_0}}-\frac{(1-\beta)}{\mathrm{k}}\nu\Sigma_{\mathrm{f_0}}\right]\delta\phi-\lambda\delta\mathrm{c}=\left[\frac{(1-\beta)}{\mathrm{k}}\nu\left|\delta\Sigma_{\mathrm{f}}\right|-\left|\delta\Sigma_{\mathrm{a}}\right|\right]\delta(\mathrm{x}-\mathrm{x}')\phi_0 \quad (۳)$$

$$\frac{\partial\delta\mathrm{c}}{\partial \mathrm{t}}+\lambda\delta\mathrm{c}-\frac{\beta}{\mathrm{k}}\nu\Sigma_{\mathrm{f_0}}\delta\phi=\frac{\beta}{\mathrm{k}}\nu\left|\delta\Sigma_{\mathrm{f}}\right|\delta(\mathrm{x}-\mathrm{x}')\phi_0 \quad (٤)$$

چون در تعریف چشمه، تابع دلتای دیراک در $x=x'$ وجود دارد، می توان معادله بالا را در حالت بدون چشمه حل کرد و رابطه چشمه را به‌صورت شرط مرزی در $x=x'$ نوشت؛ بنابراین مسئله مهم پیدا کردن شرط مرزی است. همان‌طور که می دانیم نوترون‌های تولیدی از شکافت، به دلیل انرژی بالا و جرم و حجم کم، موبیلیتی زیادی دارند و به سرعت در راکتور پراکنده می شوند؛ به همین دلیل اگر غلظت آن‌ها در یک نقطه افزایش یابد، به دلیل حرکت نوترون‌ها، این افزایش غلظت در بقیه مکان‌های راکتور هم قابل مشاهده است. بر این اساس نتیجه‌گیری مهمی که می توان کرد این است که نویز شار نوترونی یک تابع پیوسته است و انتگرال آن حول یک نقطه برابربا صفر است ($\int_{x'_-}^{x'_+}\delta\phi=0$).

برخلاف نویز شار نوترونی، هسته‌های پیشرو به سبب جرم و حجم بالاتر، موبیلیتی کمتری (در حد میلی‌متر و میکرومتر) دارند. درنتیجه اگر غلظت آن‌ها در یک نقطه افزایش یابد، با تقریب خوبی می توان گفت غلظت

بقیه نقاط تغییری نمی کند؛ بنابراین غلظت هسته‌های پیشرو را می توان یک تابع ناپیوسته درنظر گرفت. در نتیجه درصورتی که سطح مقطع شکافت، حاوی یک تابع ضربه در $x=x'$ باشد، آنگاه نویز غلظت هسته‌های پیشرو هم در آن نقطه یک ناپیوستگی دارد [5]. پس بنابر آنچه گفته شد معادله نویز غلظت نیاهسته‌ها (رابطه(٤)) را می توان به فرم زیر نوشت:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \delta c_{(x',t)}}{\partial t}+\lambda\delta c_{(x',t)}-\frac{\beta}{k}\nu\Sigma_{f_0}\delta\phi_{(x',t)}=\frac{\beta}{k}\nu\left|\delta\Sigma_f\right|\phi_0(x') \qquad \forall\ x=x'\\ &\frac{\partial \delta c_{(x,t)}}{\partial t}+\lambda\delta c_{(x,t)}-\frac{\beta}{k}\nu\Sigma_{f_0}\delta\phi_{(x,t)}=0 \qquad \forall\ x\neq x'\end{aligned} \tag{۵}$$

حال برای محاسبه شرط مرزی در رابطه (۳) به دلیل پیوستگی نویز شار نوترونی، از کل این رابطه حول نقطه x' انتگرال‌گیری می‌نماییم و با در نظر گرفتن $\int_{x'_-}^{x'_+}\delta\phi=0$ خواهیم داشت:

$$-D\left\{\frac{\partial\delta\phi}{\partial x}\bigg|_{x'_+}-\frac{\partial\delta\phi}{\partial x}\bigg|_{x'_-}\right\}=\left[\frac{(1-\beta)}{k}\nu\left|\delta\Sigma_f\right|-\left|\delta\Sigma_a\right|\right]\phi_0(x')+\lambda\delta c(x') \tag{٦}$$

پس براساس آنچه گفته شد درحالتی که چشمه بر یک نقطه خاص در راکتور اعمال شود، می‌توان معادلات نویز را به صورت همگن حل نمود و شرط چشمه را به صورت شرط مرزی رابطه (٦) درنظر گرفت.

تاکنون برای حل معادلات نویز، از آن تبدیل فوریه می‌گرفتند و بعد از بدست آوردن تابع گرین با انتگرال گیری از آن روی چشمه نویز، نوسانات شار را بدست می آوردند. ولی در این پژوهش برای مشاهده حالت گذرای نویز پس از ورود چشمه اختلال به سیستم، می‌خواهیم به حل این معادلات در حوزه زمان بپردازیم. حل معادلات فوق در حوزه زمان کار مشکلی است، به همین دلیل بهتر است از روش‌های گسسته سازی استفاده نماییم. برای سادگی یک تیغه بحرانی به ضخامت a در نظر میگیریم و معادلات فوق را به روش اختلاف محدود گسسته سازی می‌نماییم.

در گسسته‌سازی به روش صریح[۱] مقدار نویز در هر لحظه، از مقادیر نویز در لحظه قبل بدست می آید. برای همگرا شدن این معادلات شرط لازم، مثبت بودن هرکدام از ضرایب آن است. به این ترتیب مقدار Δx و Δt باید به گونه‌ای انتخاب شود که این شرایط را ارضا نماید. برای مثال اگر سطح مقطع‌های جذب و شکافت و ضریب پخش را به ترتیب برابر با ۰٫۰۰۳ ، ۰٫۰۰۱٦ و ۰٫۹٤۵ در نظر بگیرید ، مشاهده می‌شود که حتی برای طول مش‌های مکانی به بزرگی ۲ سانتی‌متر حتما طول مش‌های زمانی باید کوچکتر از ۰٫۰۰۱ ثانیه باشد. درنتیجه این روش گسسته‌سازی باعث حجیم شدن محاسبات می‌گردد.

در روش گسسته‌سازی به روش ضمنی[۲] مقدار نویز در هر لحظه از مقادیر نویز در همان لحظه بدست می آید. پس با فرض همگن بودن تیغه و تقسیم‌بندی آن به فواصل یکسان روابط (۱) و (۲) به صورت زیر گسسته‌سازی می‌گردند:

---

[۱] Explicit
[۲] Implicit

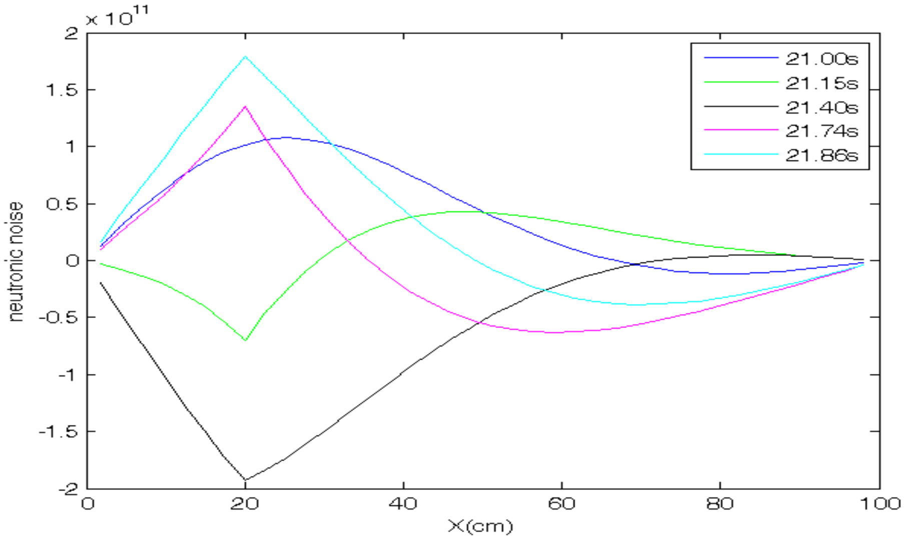
$$\begin{cases} \left\{\dfrac{\delta\phi_{i'+1}^{k+1}-\delta\phi_{i'}^{k+1}}{\Delta x}\right\}-\left\{\dfrac{\delta\phi_{i'}^{k+1}-\delta\phi_{i'-1}^{k+1}}{\Delta x}\right\}=\dfrac{1}{D}\left[\dfrac{(1-\beta)}{k}\nu\left|\delta\Sigma_f\right|-\left|\delta\Sigma_a\right|\right]\phi_0(x') \\ \qquad +\dfrac{1}{D}\lambda\delta c(x') \qquad \forall x=x' \\ -\dfrac{v\Delta t D_i}{\Delta^2 x}(\delta\phi_{i+1}^{k+1}+\delta\phi_{i-1}^{k+1})+\{1-v\Delta t(1-\beta)\nu\Sigma_{f_{0_i}}+v\Delta t\Sigma_{a_{0_i}}+2\dfrac{v\Delta t D_i}{\Delta^2 x}\}\delta\phi_i^{k+1} \\ \qquad -v\Delta t\lambda\delta c_i^{k+1}=\delta\phi_i^k \qquad \forall x\neq x' \end{cases} \tag{۷}$$

$$\begin{cases} -\Delta t\dfrac{\beta}{k}\nu\Sigma_{f_0}\delta\phi_i^k+(1+\Delta t\lambda)\delta c_i^{k+1}=\delta c_i^k+\Delta t\dfrac{\beta}{k}\nu\left|\delta\Sigma_f\right|\phi_0(x') \qquad \forall x=x' \\ -\Delta t\dfrac{\beta}{k}\nu\Sigma_{f_0}\delta\phi_i^k+(1+\Delta t\lambda)\delta c_i^{k+1}=\delta c_i^k \qquad \forall x\neq x' \end{cases} \tag{۸}$$

همانطورکه مشاهده می‌گردد سمت راست تساوی‌های فوق، چشمه نویز نوترونی هستند. برای حل این معادلات باید به‌صورت ماتریسی عمل کرد، به گونه‌ای که:

$$\begin{bmatrix} ....\bar{F}1......... \\ ....\bar{F}2......... \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} \delta\bar{\phi} \\ \delta\bar{c} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \end{bmatrix} \tag{۹}$$

F1 و F2 ضرایب متناظر با معادلات $\delta\phi^{k+1}$ و δc^{k+1} هستند و به همین شکل S_1 و S_2 به ترتیب برابرند با چشمه نویز نوترونی و چشمه نویز غلظت هسته های پیشرو. به این ترتیب برای محاسبه نویز نوترونی در هر لحظه باید از ماتریس F معکوس گرفته شود. نکته حائز اهمیت این است که در این روش دیگر شرط همگرایی نداریم و دستمان برای انتخاب طول مش‌های مکانی و زمانی باز است، به این ترتیب سرعت حل بالاتر است، بنابراین روش ضمنی روش مناسب تری برای انجام محاسبات می‌باشد.



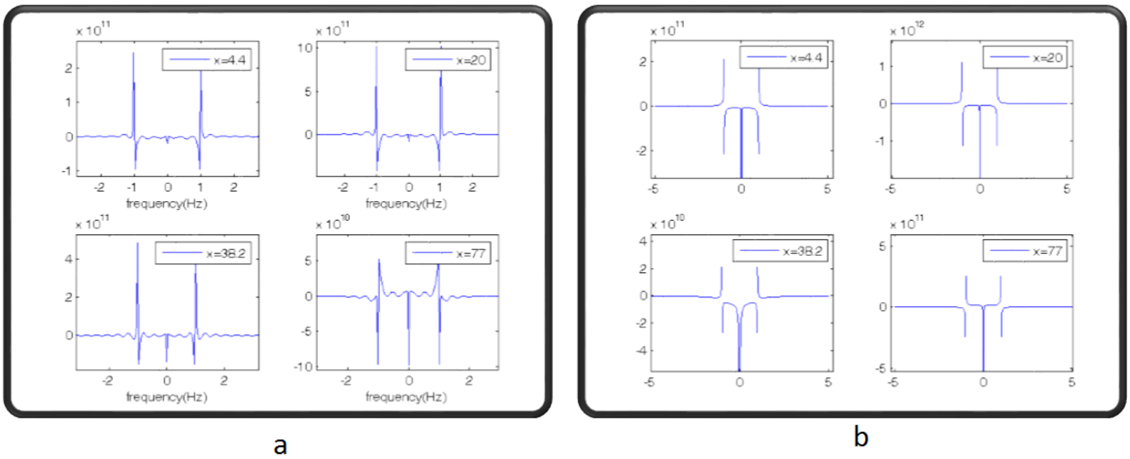
شکل شماره (۱): تغییرات مکانی نویز نوترونی در زمان‌های مختلف

نتایج :

راکتوری به ضخامت ۱۰۰ سانتی متر با سطح مقطع جذب و شکافت ۰,۰۰۳ و ۰,۰۰۱۶ را در نظر بگیرید که ضریب پخش آن ۰,۹٤۵ است. با در نظر گرفتن بهره شکافتی برابر با ۲,٤۵۷۹ ضریب تکثیر این راکتور برابر با یک است. با نوشتن برنامه‌ای برای حل دستگاه رابطه (۱۳) و با فرض x'=20 تغییرات مکانی نویز در زمان‌های مختلف به صورت شکل (۱) خواهد بود. همان‌طور که در شکل بالا دیده می‌شود چون چشمه نویز روی نقطه x=20 بود، به همین دلیل مقدار تغییرات نویز در این نقطه بیشتر از سایر نقاط است. از طرفی همان‌طور که مشاهده می‌گردد همه نقاط با یک تاخیر زمانی تغییرات نویز روی x=20 را دنبال می کنند.

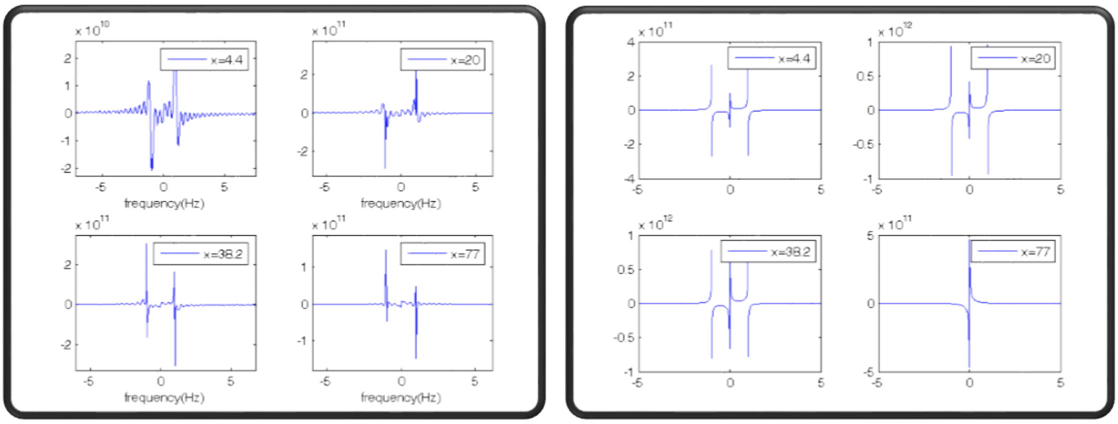
حال برای اعتبارسنجی صحت اطلاعات بدست آمده، از پاسخ نویز نوترونی در نقاط مختلف تبدیل فوریه گرفته و مقدار حقیقی و موهومی آن را با مقدارهای حقیقی و موهومی حل نویز در حوزه فرکانس که در مقالات مختلف [6] آمده است مقایسه می‌نماییم. نکته حائز اهمیت این است که، در حالت محاسبه نویز در حوزه زمان، از نویز نوترونی در حوزه زمان FFT گرفته‌ایم؛ و ازآنجایی‌که FFT به‌صورت تقریبی و با گسسته‌سازی تبدیل فوریه می گیرد، خطوط موجود در شکل آن صاف نیست و کمی خطا دارد.

اگر به مقادیر حقیقی نویز در شکل شماره (۲) دقت کنیم مشاهده می‌شود که در همه نقاط غیر از x=77 مقدار حقیقی نویز از فرکانس ۱- تا ۱+ عددی منفی است؛ درحالی که در هر دو شکل این مقدار برای x=77 مثبت است.



شکل شماره (۲): مقدار حقیقی نویز a) محاسبه شده در این پژوهش b) حل در حوزه فرکانس

به این ترتیب با توجه به شکل‌های شماره (۲) و (۳) و مقایسه آن‌ها مشخص می‌گردد که محاسبات ما در حوزه زمان به درستی صورت گرفته است.



a b

شکل شماره (۲): مقدار موهومی نویز a) محاسبه شده در این پژوهش b) حل در حوزه فرکانس

بحث ونتیجه گیری :

در این پژوهش برای اولین بار نویز نوترونی در حوزه زمان بررسی شد و با تعریف شرایط مرزی برای اختلال ورودی به سیستم، روش حل آن توصیف گردید و در انتها تبدیل فوریه نویز محاسبه شده با مقادیر متناظر آن در مقالات گذشته اعتبارسنجی شد. همانطور که مشاهده شد، با حل معادلات نویز نوترونی در حوزه زمان قادر به مشاهده و تحلیل حالت گذرای سیستم پس از ورود اختلال هستیم؛ درحالی‌که تاکنون با حل این معادلات در حوزه فرکانس این امکان موجود نبود.

مراجع :

[1] Demazier, C., 2002. Development of a noise based method for the determination of the moderator moderator temperature coefficient of reactivity (MTC) in PWRs.

[2] D'Auria, F., et al., 1997. State of the art report on boiling water reactor stability. NEA/CSNI/R (96) 21.

[3] سید ابوالفضل حسینی، توسعه شبیه‌ساز نویز نوترونی بر مبنای روش المان محدود برای راکتور VVER-1000، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی شریف، مرداد ۱۳۹۲

[4] حسام مالمیر، تعیین مکان یک نویز فرضی در قلب راکتورهای VVER-1000 با استفاده از روش‌های تحلیلی نویز نوترونی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، دی ماه ۱۳۸۸

[5] Lamarsh, J.R., 2002, Introduction to nuclear reactor theory, American nuclear society, La Grange Park, IL.

[6] Demaziere, C., Pazsit, I., 2008, Power Reactor Noise, department of nuclear engineering, Chalmers university of technology.