

## مشخصه های دام یون استوانه ای

علیرضا درودی\*، الیا جعفرزاده

بخش فیزیک نظری و ریاضیات، مرکز تحقیقات هسته ای، سازمان انرژی اتمی ایران، تهران

### چکیده:

معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت یون در میدان الکتریکی متغیر با زمان در دام یون استوانه ای به دست آمده و به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مربوط به دستگاه حل شده اند. منحنی های مکان یون به صورت تابعی از زمان به دست آمده و رسم شده اند. هم چنین نواحی پایدار اول و دوم برای دام یون استوانه ای محاسبه شده اند.

**کلید واژه ها:** دام یون استوانه ای، ناحیه پایداری، روش رانج - کوتا، معادله مسیر

### مقدمه:

دام های یون چهار قطبی با سه الکتروود هذلولوی در مطالعات یونی به صورت وسیعی مورد استفاده قرار گرفته اند. مثلاً با میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ایستا در آزمایشهای شکافت فوق ریز [۱] و ترکیب مجدد الکترون [۲] و با میدانهای نوسانی فرکانس رادیویی به عنوان طیف سنج جرمی [۳] و محفظه واکنش یون - ملکول [۴] به کار گرفته شده اند. دام های یون چهار قطبی هم چنین در خنک سازی یونی و اسپکتروسکوپی [۵]، استانداردهای فرکانسی و محاسبات کوانتومی (Quantum computing) [۶] مورد استفاده قرار گرفته اند. طیف سنج های جرمی دام یونی در جریان توسعه و پیشرفت مراحل مختلفی را پشت سر گذاشته اند تا به مرحله امروزی برسند. این طیف سنج ها عملکرد نسبتاً بالایی دارند و عمومیت فراوانی را کسب کرده اند. در کاربرد برای اهداف مختلف طیف سنجی جرمی، دام های یون با هندسه های مختلفی پیشنهاد شده اند. به خصوص دام یون استوانه ای (CIT) به دلیل مزایای زیاد آن مورد توجه تعداد زیادی از گروههای تحقیقاتی در سراسر جهان قرار گرفته است.

ساخت دام یون استوانه ای از دام پاول با سطوح هذلولوی ساده تر است. سادگی نسبی و اندازه کوچک (CIT) باعث شده است که یک کاندیدای ایده آل در مینیاتور سازی از این دستگاه باشد. بهمین دلیل گروههای زیادی مثل گروه دانشگاه پردو و آزمایشگاه ملی Oak Ridge تحقیقات زیادی روی کاربردهای (CIT) در طیف سنجی جرمی مینیاتوری انجام داده اند.

دام یون استوانه ای هندسه ساده ای دارد ولی معادلات حرکت یون در آن پیچیده است و نمی توان آنها را به صورت تحلیلی حل کرد. در حالی که دام پاول با سطوح هذلولوی معادلات حرکت نسبتاً ساده ای

\* بخش فیزیک نظری و ریاضیات، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی ۱۳۳۹-۱۴۱۵۵، تهران

پست الکترونیک: adoroudi@aeoi.org.ir

دارد که همان معادله معروف ماتیو است و حل شناخته شده ای نیز دارد. بنابراین برای تحلیل حرکت یون در (CIT) بسیار مفید است که رابطه هندسی بین (CIT) و دام پاول که منجر به مشخصه یکسانی برای حرکت یون در دام ها می شود را بدانیم. در این مقاله معادلات حرکت یون در (CIT) را استخراج می‌کنیم و ناحیه پایداری اول و دوم حرکت یون را حساب می‌کنیم. همچنین مسیر حرکت یون به صورت تابعی از زمان و نیز منحنی های مسیر یون در صفحه r-z در چند نقطه مختلف نمودار پایداری به دست آمده است.

## روش کار:

دام یون استوانه ای از یک الکتروستاتوانه ای توخالی (الکتروستاتوانه رینگ) و دو الکتروستاتوانه تخت (کلاهکهای انتهایی) که همان قاعده های استوانه هستند تشکیل شده است. کلاهکها به پتانسیل صفر و رینگ به پتانسیل  $\Phi_0$  وصل می شود.  $z_1$  فاصله دو کلاهک تا مرکز استوانه و  $r_1$  شعاع داخلی الکتروستاتوانه است. در این مقاله  $r_1 = 2.5(mm)$  و  $z_1 = 2.88(mm)$  در نظر گرفته شده است. برای به دست آوردن معادلات حرکت در (CIT) باید پتانسیل را در فضای داخل استوانه بدانیم. این پتانسیل  $\Phi(r, z)$  که از حل معادله لاپلاس با شرایط مرزی ذکر شده در بالا به دست می آید عبارت است از [۷]

$$\Phi(r, z) = 4\Phi_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)\pi} \frac{I_0(r l_n)}{I_0(r_1 l_n)} \cos(l_n z), l_n = \frac{(2n+1)\pi}{2z_1} \quad (1)$$

که  $I_0$  تابع بسل تغییر یافته مرتبه صفر نوع اول است. به کمک این عبارت معادله حرکت یک یون با یک بار مثبت از رابطه

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{e}{m} \vec{\nabla} \Phi(r, z) \quad (2)$$

به دست می آید.

$m$  جرم یون و  $e$  بار یک الکترون است. وقتی هر دو الکتروستاتوانه انتهایی به زمین وصل می شوند (پتانسیل صفر) و پتانسیل الکتریکی  $\Phi_0 = U + V \cos(\Omega t)$  به الکتروستاتوانه اعمال می گردد معادله حرکت بالا را می توان به دو معادله زیر برای  $r$  و  $z$  تبدیل کرد:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{2e}{mz_1} (U + V \cos \Omega t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_1(r l_n)}{I_0(r_1 l_n)} \cos(n\pi) \cos(l_n z) \quad (3)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{2e}{mz_1} (U + V \cos \Omega t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_0(r l_n)}{I_0(r_1 l_n)} \cos(n\pi) \sin(l_n z) \quad (4)$$

$U$  و  $V$  به ترتیب ولتاژهای dc و فرکانس رادیویی اند و  $\Omega$  فرکانس زاویه ای ولتاژ rf است.

با تعریف پارامترهای زیر:

$$\tau = \frac{1}{2} \Omega t, \alpha_r = \frac{8eU}{mz_1^2 \Omega^2}, \xi_r = \frac{-4eV}{mz_1^2 \Omega^2}, \alpha_z = \frac{-16eU}{mz_1^2 \Omega^2}, \xi_z = \frac{8eV}{mz_1^2 \Omega^2} \quad (5)$$

معادلات حرکت بالا به صورت زیر ساده می شوند [۸]:

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} + (\alpha_r - 2\xi_r \cos(2\tau)) R(r, z) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} + (\alpha_z - 2\xi_z \cos(2\tau)) Z(r, z) = 0 \quad (7)$$

که  $R(r, z)$  و  $Z(r, z)$  توسط روابط زیر داده می شوند:

$$R(r, z) = z_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_1(r l_n)}{I_0(r l_n)} \cos(n\pi) \cos(z l_n) \quad (8)$$

$$Z(r, z) = \frac{z_1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_0(r l_n)}{I_0(r l_n)} \cos(n\pi) \sin(z l_n) \quad (9)$$

در دستگاه متشکل از معادلات (۶) و (۷) دو معادله دیفرانسیل برای دو مجهول  $r$  و  $z$  داریم که با هم کوپل شده اند و برای آن جواب تحلیلی در دست نیست و باید به صورت عددی حل شوند.

با حل این معادلات  $r$  و  $z$  به صورت تابعی از زمان به دست می آیند. در صورتی که این جوابها در تمام زمانها محدود باقی بمانند و واگرا نشوند جواب پایدار تلقی می شوند و در غیر این صورت ناپایدار خواهند بود. به ازای یک زوج  $(\xi, \alpha)$  ممکن است جوابهای به دست آمده برای  $r$  و  $z$  هر دو پایدار باشند که در این صورت آن زوج  $\alpha$  و  $\xi$  متعلق به ناحیه پایداری است و یک نقطه از ناحیه پایداری را به دست می دهد و در غیر این صورت متعلق به نواحی ناپایدار است.

### نتایج به دست آمده:

دستگاه معادلات دیفرانسیل کوپل شده (۶) و (۷) را با استفاده از روش رانج - کوتای مرتبه چهار به ازای هر زوج  $(\xi, \alpha)$  حل کرده و  $r$  و  $z$  را به صورت توابعی از زمان،  $t$ ، به دست می آوریم. در شکلهای ۱ و ۲ منحنی های مسیر یون یعنی  $r(t)$  و  $z(t)$  و در شکل ۳ منحنی مسیر در صفحه  $(r, z)$  به ازای  $\alpha_z = -1.5$  و  $\xi_z = 3.5$  که متعلق به ناحیه پایداری است رسم شده است. در شکلهای ۴ تا ۶ همین منحنی ها به ازای  $\alpha_z = -0.6$  و  $\xi_z = 3.05$  رسم شده اند و بالاخره در شکلهای ۷ تا ۹ منحنی های فوق به ازای  $\alpha_z = 0$  و  $\xi_z = 0.7$  نشان داده شده اند. در تمام محاسبات فوق شرایط اولیه برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل عبارت است از:

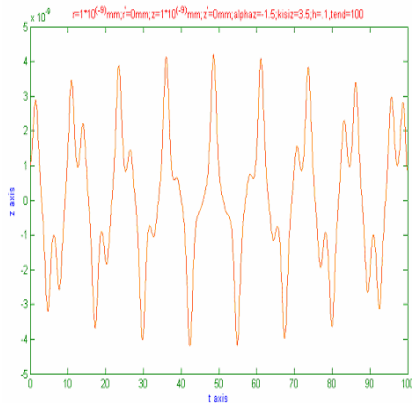
$$z_0 = 0 \text{ و } r_0 = 0, z_0 = 1 * 10^{-9} (mm), r_0 = 1 * 10^{-9} (mm)$$

برای به دست آوردن نواحی پایداری اول و دوم و غیره کافی است که پارامترهای  $\alpha$  و  $\xi$  را به دلخواه انتخاب کنیم آنگاه در صورتی که پاسخ  $r(t)$  و  $z(t)$  هر دو پایدار باشند این زوج  $(\xi, \alpha)$  متعلق به یک ناحیه پایداری است در غیر اینصورت از آن ناحیه ناپایدار است.

به این ترتیب می توان تمام نقطه صفحه  $(\xi, \alpha)$  را از نظر پایداری و یا نا پایداری تفکیک کرد و نواحی پایدار مختلف را جدا نمود. در شکلهای ۱۰ و ۱۱ به ترتیب نواحی پایدار اول و دوم رسم شده است \*

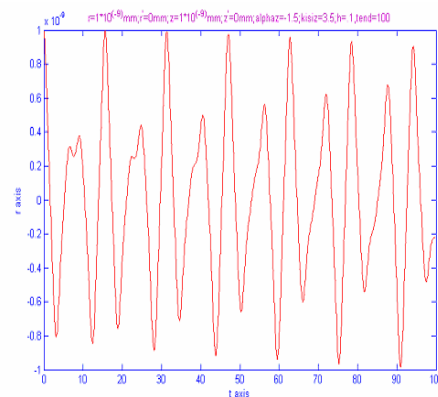
### بحث و نتیجه گیری:

در این مقاله نواحی پایدار اول و دوم و نیز منحنی های مسیر یون در بعضی از نقاط پایداری محاسبه شده اند. با انتخاب شرایط اولیه به صورتی که مکان اولیه یون بسیار نزدیک به مبدا باشد منحنی هایی به دست می دهد که بسیار شبیه منحنی های مربوط به دام  $QIT$  است. لازم به ذکر است که دیاگرام پایداری در  $QIT$  مستقل از شرایط اولیه است در حالی که در دام  $CIT$  این دیاگرامها به شرایط اولیه بستگی پیدا می کنند و برای شرایط اولیه متفاوت، نمودارهای متفاوتی خواهیم داشت.



شکل ۱-

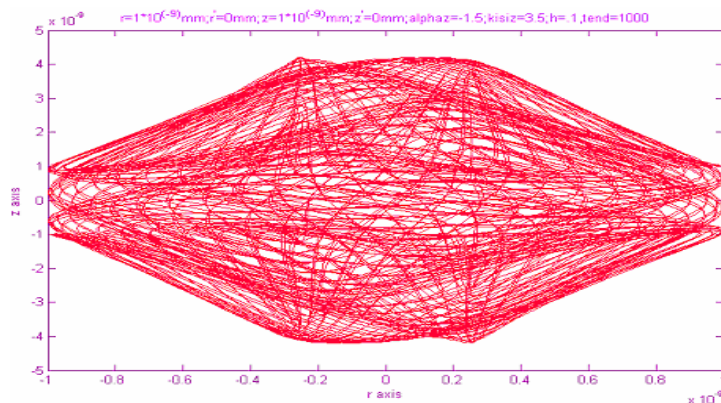
(۲)



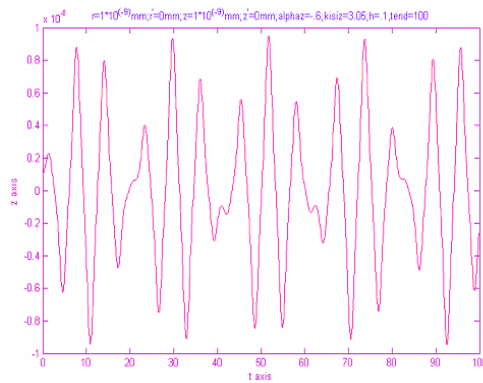
(۱)

منحنی مکان  $r$  بر حسب زمان به ازای  $\alpha_z = -1.5$  و  $\xi_z = 3.5$ .

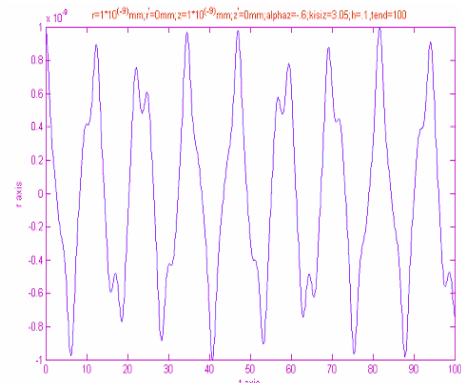
شکل ۲- منحنی مکان  $z$  بر حسب زمان به ازای  $\alpha_z = -1.5$  و  $\xi_z = 3.5$ .



شکل ۳- منحنی مسیر یون در صفحه  $r$ - $z$  به ازای  $\alpha_z = -1.5$  و  $\xi_z = 3.5$ .



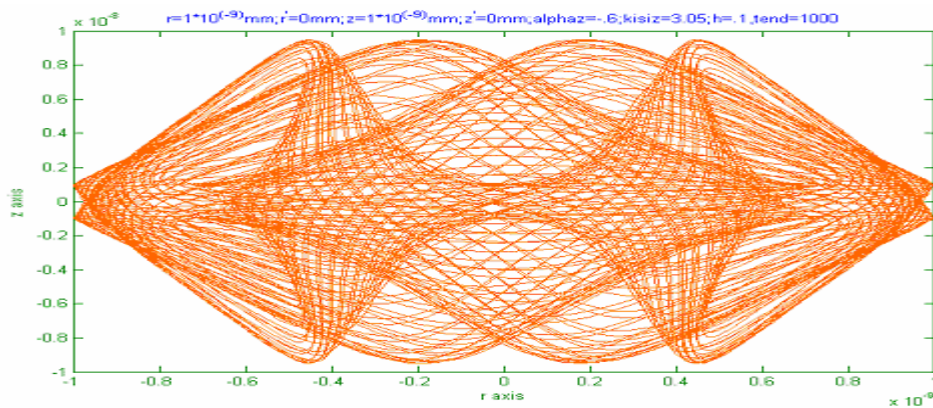
(۵)



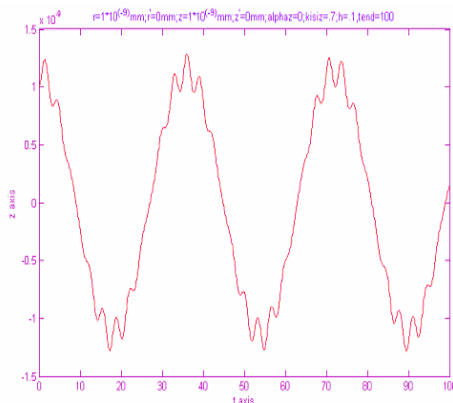
(۴)

شکل ۴- منحنی مکان  $r$  بر حسب زمان به ازای  $\alpha_z = -0.6$  و  $\xi_z = 3.05$ .

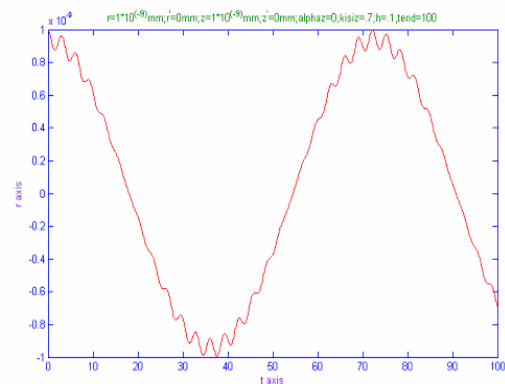
شکل ۵- منحنی مکان  $z$  بر حسب زمان به ازای  $\alpha_z = -0.6$  و  $\xi_z = 3.05$ .



شکل ۶- منحنی مسیر یون در صفحه  $r$ - $z$  به ازای  $\alpha_z = -0.6$  و  $\xi_z = 3.05$ .



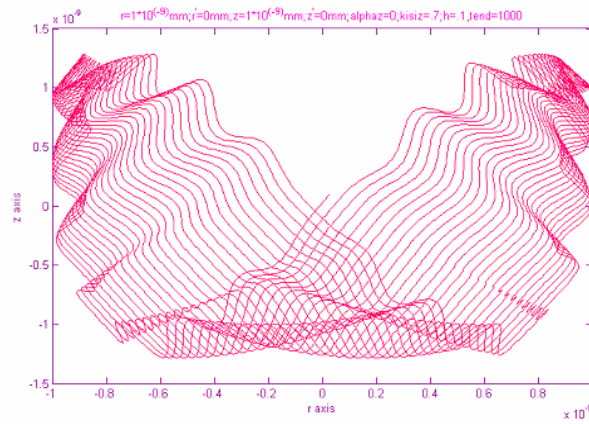
(۸)



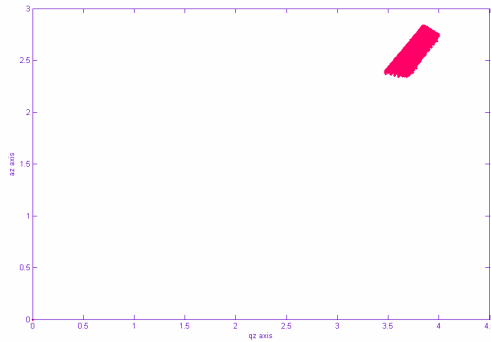
(۷)

شکل ۷- منحنی مکان  $r$  بر حسب زمان به ازای  $\alpha_z = 0$  و  $\xi_z = 0.7$ .

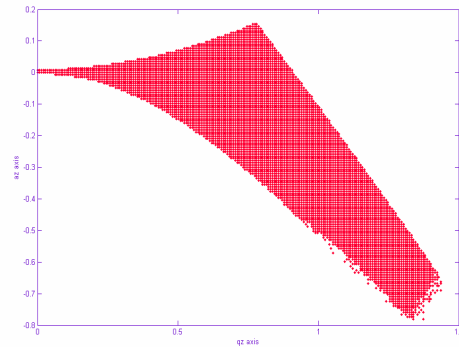
شکل ۸- منحنی مکان  $z$  بر حسب زمان به ازای  $\alpha_z = 0$  و  $\xi_z = 0.7$ .



شکل ۹- منحنی مسیر یون در صفحه r-z به ازای  $\alpha_z = 0$  و  $\xi_z = 0.7$ .



(۱۱)



(۱۰)

شکل ۱۰- ناحیه اول پایداری CIT

شکل ۱۱- ناحیه دوم پایداری CIT



## مراجع :

- [1]. H. G. Dehmelt, *Adv. Atom. Mol. Phys.*, 3, 53 (1967) 5, 109 (1969).
- [2]. G. H. Dunn, *Atom. Phys.*, 4, 575 (1975).
- [3]. P. H. Dawson and N. R. Whetten, *J. Vac. Sci. Technol.*, 5, 1, 11 (1968).
- [4]. R. F. Bonner, R. E. March and J. Durup, *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.*, 22, 17 (1976) .
- [5]. W. M. Itano, J. C. Bergquist, R.G. Hulet, D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987) 2732 .
- [6]. A. Steane, C.F. Roos, D. Stevens, A. Mundt, D. Leibfried, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, *Phys. Rev. A* 62 (2000) 042305 .
- [7]. R. F. Bonner, J. E. Fulford, R.E. March, G.F. Hamilton, *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.*, 24 (1977) 255.
- [8]. W. W. Lee, C. H. Oh, P.S. Kim, M. Yang. K. Song, *Int. J. Mass Spectrometry*. 230 (2003) 25.