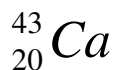




## بهینه‌سازی محاسبات احتمال گذارهای هسته‌ای با استفاده از روش کوانتش ثانویه در هسته



ناصر فولادی، فرهاد ایزدی، هادی صبری

دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک، گروه هسته‌ای

### چکیده:

مطالعه ساختارهای هسته‌ای و در پی آن پدیده‌های متعدد موجود که در این ساختارها در اثر عوامل داخلی یا خارجی حاصل می‌گردد، شناخت ما را نسبت به هسته‌ها افزایش می‌دهد.

گذارهای هسته‌ای که در مطالعه ساختارهای ریزش هسته‌ای و یا بررسی تاثیر هامیلتونین خارجی روی هسته‌های نمونه امری محرز و بسیار قطعی می‌باشد به صورت‌های مختلف و توسط گروه‌های مختلف مطالعه شده است که ما نیز در این مقاله علاوه بر بیان روش مطالعه گذارهای هسته‌ای با استفاده از روش کوانتش ثانویه - *Second quantization* - ضمن تحقیق صحت روابط قبلی با استفاده از روش کاربردی خود، در خصوص نتایج حاصل و منحصر به فرد این روش که به تفصیل بیان خواهیم نمود بحث کرده و نهایتاً نتایج عددی را برای هسته نمونه  ${}_{20}^{43}\text{Ca}$  اعمال می‌نمائیم.

واژه‌های کلیدی: ساختار لایه‌ای هسته، روش کوانتش ثانوی، گذارهای الکترومغناطیسی هسته، ضرائب کلبش - گوردن، قضیه ویگنر - اکارت.

### مقدمه:

مطالعه گذارهای هسته‌ای که میان ترازها و زیر ترازهای مختلف هسته‌ای صورت می‌پذیرد از آن جهت مهم و پراهمیت می‌باشد که علاوه بر تائید ساختار لایه‌ای موجود در هسته، با امکان شناسائی و مطالعه پرتوهای حاصل از این گذارها، که هر کدام انرژی خاص خود را حمل می‌نماید، اثباتی بر فرضیات اولیه و تئوریهای متعدد ارائه شده را ممکن می‌سازد.

استفاده از روش کوانتش ثانوی در مطالعه ساختارهای هسته‌ای و حال در مورد بخصوص گذارهای هسته‌ای از آن جهت که به ما امکان بررسی و مطالعه مرحله به مرحله فرآیند و در نظر گرفتن ساختار پله‌ای در یک گذار صورت گرفته از میان چند زیر تراز را فراهم می‌کند، اهمیت می‌یابد.

اساس عملکرد ما در مرحله اولیه این تحقیق، بررسی وجود ساختار لایه‌ای در هسته‌ها، سپس مطالعه روش کوانتس ثانویه و نهایتاً اعمال این روش در فرآیند گذار هسته‌ای می‌باشد. یعنی با تعریف پارامترهای مربوط به

گذار هسته‌ای و از جمله احتمال گذار الکتریکی و مغناطیسی، این کمیات را با استفاده از روش کوانتس ثانویه بازنویسی نموده و با حل معادلات حاصل با استفاده از روش‌های عددی و نهایتاً اعمال محاسبات برای هسته نمونه  $^{43}_{20}Ca$  میزان تطبیق نتایج را تحقیق می‌نمائیم.

نکته مهمی که قبل از بررسی لازم به ذکر می‌نماید اشاره به این مطلب است که ما در محاسبات، فرآیند گذار هسته‌ای را بدون در نظر گرفتن عامل به وجود آورنده - خواه فعل و انفعالات داخلی هسته‌ای مبنی بر اکتیویته بودن یا سهم و اثر یک هامیلتونین خارجی - مطالعه می‌کنیم.

### روش کار:

ساختار لایه‌ای هسته‌ها [2], [3]: مفیدترین و ساده‌ترین پتانسیل جهت توجیه ویژگی‌های هسته‌ای مشاهده شده در مطالعه ساختار هسته‌ای بدون وارد شدن به مباحث مربوط به تغییر شکل هسته و مدل‌های پدیده شناختی، را می‌توان به صورت زیر معرفی نمود.

$$V(r) = \frac{1}{2} Kr^2 \quad (1)$$

با در نظر گرفتن این پتانسیل و حل معادله شرودینگر و محاسبه ویژه مقادیر و ویژه حالات برای بخش شعاعی داریم:

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + K^2 - V(r) \right] R(r) = 0 \quad (2)$$

که می‌توان گفت:

$$\phi(r) = \frac{R_{ne}(r)}{r} Y_l^m(\theta, \phi) \quad (3)$$

که در معادله (۱) داریم:

$$V(r) = \frac{2M}{\hbar^2} V(r) \quad \text{و} \quad K^2 = \frac{2E}{\hbar^2} M \quad (4)$$

حال با تعریف کمیت بدون بعد  $\rho$  به صورت  $\rho = \frac{r}{b}$ ، معادله شرودینگر شعاعی به صورت زیر در می‌آید:

$$\left[ \frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} + 2\varepsilon - \rho^2 \right] R(r) = 0 \quad (5)$$

که در آن

$$\varepsilon = b^2 K^2 = \frac{E}{\hbar \omega} \quad (6)$$

حال با حل این معادله در دو حد به جوابهای زیر خواهیم رسید:

$$\rho \rightarrow 0 \quad R(\rho) = \begin{cases} \rho^{l+1} \\ \rho^{-l} \end{cases} \quad (7)$$

$$\rho \rightarrow \infty \quad R(\rho) = \begin{cases} e^{-\rho^2/2} \\ \rho^2/2 \end{cases} \quad (8)$$

و نیز:

$$E_{nl} = \hbar \varepsilon \omega = \hbar \varepsilon \left( 2n + l + \frac{3}{2} \right) \quad (9)$$

و لیکن در جهت پوشش هرچه بهتر ویژگیهای مشاهده شده هسته‌ای منجمله تعداد مجاز قرار گرفتن ذرات در ترازهای مختلف (اعداد magic) مجبور به وارد کردن سهم و اثر پتانسیل ترویج اسپین - مدار به این پتانسیل هستیم. لذا با در نظر گرفتن سهم این پتانسیل مازاد به صورت زیر به همان اعداد magic می‌رسیم.

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - \frac{2\alpha}{\hbar^2} L.S \quad (10)$$

که در آن  $\alpha$  همان ثابت ساختار ریز است

کوانتش ثانویه [1] و [4]: یکی از روشهای رایج و ابزارهای مکانیک کوانتومی موجود در دسترس ما جهت دستیابی به مفاهیم مهم پنهان در ساختارهای مورد مطالعه، استفاده از عملگرهای خلق و نابودی و ایجاد فضای جدید مطالعه با استفاده از این عملگرها می‌باشد.

تابع موج زیر که به آن دترمینان اسلاتر گویند، توصیف کننده سیستمهای فرمیونی است.

$$\phi_{(n_v)}(1...N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum \text{sign}(p) P\{\varphi_{v_1}(1).....\varphi_{v_N}(N)\} \quad (11)$$

که  $n_v$  تنها می‌تواند مقادیر ۰ و ۱ را اختیار کند. و می‌توان  $\varphi_{\{n_v\}}$  را در فضای هیلبرت بصورت زیر نشان داد:

$$\phi_{\{n_v\}}(1.....N) = \langle 1.....N | n_1, n_2, \dots \rangle \quad (12)$$

رابطهٔ تعامدی یا اورتونرمال این حالتها بصورت زیر است:

$$\langle n'_1, n'_2, \dots, n'_v | n_1, n_2, \dots, n_v \dots \rangle = \sigma_{n_1 n'_1} \delta_{n_2 n'_2} \dots \delta_{n_v n'_v} \dots \quad (13)$$

حال عملگرهای خلق و نابودی را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$a_v | n_1, \dots, n_v = 0, \dots \rangle = 0 \quad \text{و} \quad a_v | n_1, \dots, n_v = 1, \dots \rangle = | n_1, \dots, n_v = 0, \dots \rangle \quad (14)$$

$$a_v^+ | n_1, \dots, n_v = 1, \dots \rangle = 0 \quad \text{و} \quad a_v^+ | n_1, \dots, n_v = 0, \dots \rangle = | n_1, \dots, n_v = 1, \dots \rangle \quad (15)$$

اگر کت حالت خلأ را با  $| - \rangle$  نشان دهیم می‌توان نوشت:

$$|n_1, n_2, \dots, n_v, \dots, n_{v_N}, \dots\rangle = a_{v_1}^+ \dots a_{v_N}^+ | - \rangle \quad (16)$$

حال اگر عملگر تک-جسمی را بصورت  $F = \sum_{i=1}^N \hat{f}_i$  تعریف کنیم بطوریکه  $\hat{f}_i$  همواره روی مختصات ذره  $i$  ام تأثیر می‌گذارد.

$$f_{v'v} = \langle v | \hat{f} | v' \rangle \quad (17)$$

بنابراین

$$\hat{f}_i \varphi_v(i) = \sum_{v'} f_{v'v} \varphi_{v'}(i) \quad (18)$$

و نمایش  $F$  در عملگرهای  $a_v$  و  $a_v^+$  بصورت زیر است:

$$F = \sum_{v'} \hat{f}_{v'v} a_v a_v^+ \quad (19)$$

و نهایتاً به اندازه فاکتور  $\frac{1}{\sqrt{N!}}$  می‌توان بدست آورد:

$$\sum_i \hat{f}_i \langle - | a(N) \dots a(i) \dots a(1) | \phi \rangle = \sum_{v'} \sum_{v_1 \dots v_N} f_{v'v} \varphi_{v_N}(N) \dots \varphi_{v_1}(1) \langle - | a_{v_N} \dots a_{v_1} a_v^+ a_{v'} | \phi \rangle \quad (20)$$

گذار هسته‌ای: در مطالعه گذارهای هسته‌ای و با توجه به اینکه ما صرفاً مسئله خودگذار را مطالعه کرده و با توجه به نحوه مطالعه صرفاً به دنبال یافتن فرمول کلی جهت بازنویسی و ایجاد تغییرات با استفاده از روش کوانتوم ثانوی هستیم. از مسئله گذار الکترومغناطیسی کلاسیک و حرکت بار و جریان گذشته و روش مکانی کوانتومی رایج یعنی در نظر گرفتن گشتاورهای الکترومغناطیسی چندقطبی و سپس در نظر گرفتن احتمال گذار چند قطبی الکتریکی و مغناطیسی ره به صورت زیر دنبال می‌کنیم:

احتمال گذار الکتریکی میان دو حالت  $J_f, J_i$  در حالت کلی برای چندقطبی مرتبه  $L$  بصورت زیر است:

$$\lambda(EL) = \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]} \frac{K}{\hbar} \sum [Q_M^L + Q_M'^L]^2 \quad (21)$$

و احتمال گذار مغناطیسی:

$$\lambda(ML) = \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \frac{K}{\hbar} \sum [M_M^L + M_M'^L]^2 \quad (22)$$

که در روابط فوق داریم:

$$Q_M^L = e \langle J_f M_f \left| \sum_{\alpha=1}^z (\bar{r}_\alpha)^L y_M^L(\theta, \phi) \right| J_i M_i \rangle \quad (23)$$

$$M_M^L = \frac{2}{L+1} \frac{e}{2MC} \langle J_f M_f \left| \sum_{\alpha=1}^z (\bar{p}_\alpha^L y_M^L(\theta, \phi)) \bar{L}_\alpha \right| J_i m_i \rangle \quad (24)$$

که در آن  $\bar{r} = kr$  و  $\bar{P} = -i\hbar\bar{\nabla}$  و  $\bar{l} = \bar{l}$  اندازه حرکت زاویه‌ای می‌باشد و  $KR \cong 0.21$

تطبیق و جایگذاری روش کوانتس ثنوی در روش مطالعه گذارهای هسته‌ای:

اثر عملگر روی تابع موج عبارتست از:

$$\hat{f}\phi(r, s) = \sum_{s'} d^3 r' f_{ss'}(r, r') \phi(r', s') \quad (25)$$

حال آنرا در مورد احتمالات گذار بکار می‌بریم:

$$Q_M^L = e \left\langle - \left| a^{J_f} \sum_{\alpha=1}^{\infty} \int (\bar{r}_{\alpha})^L y_M^L(\theta, \phi) d^3 r (a^+)^{J_i} \right| - \right\rangle \quad (26)$$

$$M_M^L = \frac{2}{L+1} \frac{e}{2MC} \left\langle - \left| a^{J_f} \sum_{\alpha=1}^{\infty} \int \bar{P} \bar{r}^L y_M^L(\theta, \phi)_{\alpha} \cdot \bar{l}_{\alpha} d^3 r (a^+)^{J_i} \right| - \right\rangle \quad (27)$$

نتایج:

حل معادلات فوق به روش تحلیلی امکان پذیر نمی‌باشد، در این مقاله معادلات فوق را با روش های عددی حل می‌کنیم. که نتایج حاصل از حل این معادلات برای هسته نمونه  $^{43}_{20}Ca$  به صورت زیر می‌باشد

جدول شماره ۱- مقادیر احتمال گذار به همراه واحد مربوط به آن.

|                           |                                  |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $5/2^- \rightarrow 7/2^-$ | $\lambda(M1) = 0.0016 (fs)^{-1}$ | $\lambda(E2) = 0.0779 (ns)^{-1}$ |
| $3/2^- \rightarrow 5/2^-$ | $\lambda(M1) = 0.0003 (ns)^{-1}$ | $\lambda(E2) = 0.005 (ns)^{-1}$  |
| $3/2^- \rightarrow 7/2^-$ | $\lambda(M2) = 0.802 (fs)^{-1}$  | $\lambda(E2) = 0.0409 (ns)^{-1}$ |
| $3/2^+ \rightarrow 7/2^-$ | $\lambda(M2) = 0.264 (ns)^{-1}$  | -----                            |
| $3/2^+ \rightarrow 5/2^-$ | $\lambda(M2) = 0.2949 (fs)^{-1}$ | $\lambda(M2) = 0.0248 (ns)^{-1}$ |
| $3/2^+ \rightarrow 3/2^-$ | $\lambda(E1) = 0.079 (fs)^{-1}$  | $\lambda(M2) = 0.002 (ns)^{-1}$  |
| $5/2^+ \rightarrow 3/2^+$ | $\lambda(M1) = 0.002 (fs)^{-1}$  | $\lambda(E2) = 0.117 (ns)^{-1}$  |
| $5/2^+ \rightarrow 3/2^-$ | $\lambda(E1) = 0.645 (fs)^{-1}$  | $\lambda(M2) = 0.091 (ns)^{-1}$  |
| $5/2^+ \rightarrow 5/2^-$ | $\lambda(E1) = 1.336 (fs)^{-1}$  | $\lambda(M2) = 0.0308 (ns)^{-1}$ |
| $5/2^+ \rightarrow 7/2^+$ | $\lambda(E1) = 3.401 (fs)^{-1}$  | $\lambda(M2) = 1.461 (ns)^{-1}$  |



## بحث و نتیجه گیری:

- ۱- مقادیر تجربی در اختلاف ۰/۱ با نتایج عددی حاصل از محاسبات ما می‌باشد [5].
- ۲- اختلاف حاصل را می‌توان به عدم وارد کردن سهم هامیلتونین اندر کنش‌های داخلی هسته در محاسبه احتمال گذار منتسب کرد.
- ۳- روش کوانتس ثابویه به ما اجازه محاسبه مرحله به مرحله گذار و محاسبه انتگرال در میان هر زیر تراز را حاصل کرده و لذا می‌توان با محاسبه پارامترهای منتسب به هر یک از این مراحل گذار امکان مقایسه با نتایج تجربی را حاصل کرد.

## منابع:

1. M. k. pal, "*theory of nuclear structure*", saha institute of nuclear physics, Calcutta. January. 1981.
2. Mayer, M. G., and Jensen, J. H. D., *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, Wiley, New York, 1955.
3. de-Shalit, A., and Talmi, I., *Nuclear Shell Theory*, Academic Press, New York, 1963.
4. Peter Ring, and Petr Schuck., *The Nuclear Many Body Problem*, Physic-Department, der TU, Munich, February, 1980.
5. Richard, B. Firestone, *Table of Isotopes*, Wiley-Interscience, March, 1996.