توسعه کد JALIL 1 جهت حل معادله ترانسپورت نوترون در مختصات یک بعدی توسط معادلات شبه دیفیوژن با دقت روش P_n

احمد ذوالفقاری [1] ،عبدالحمید مینوچهر [2] ،کاوه جلیلی [3*] ،مهدی زنگیان [4]

4،3،2،1 دانشگاه شهید بهشتی

× +989126364863

چکیده مقاله :

حل معادله ترانسپورت نوترون با استفاده از روش های مختلف امکان پذیر است اما تفاوت این روشها در دقت نتایج بدست آمده و سهولت استفاده از این روش ها می باشد. روش هارمونیک های کروی از امتیاز داشتن دقت بالا برخوردار می باشد اما استفاده از این روش پیچیده می باشد و نسبتا هم زمان زیادی صرف می شود خصوصا در مواردی که مساله را در 2 یا 3 بعد بخواهیم حل کنیم مساله پیچیده تر می شود.ضمنا گاهی کدی برای حل کردن به روش هارمونیک های کروی در دسترس نمی باشد. کد JALIL 1 در همین خصوص توسعه داده شده که در این کد از روش معادلات شبه دیفیوژن استفاده می شود.در این روش ابتدا دستگاه معادلات مربوط به روش تقریب هارمونیک های کروی را می نویسیم و پس از اعمال تغییرات مناسب بر روی آنها به معادلاتی شبیه معادلات دیفیوژن می رسیم،که بدین ترتیب روش مذکور از دقت روش حل با تقریب هارمونیک های کروی برخوردار است اما سادگی حل همانند روش تقریب دیفیوژن می باشد.

1-معادلات شبه دیفیوژن :

با نوشتن معادله ترانسپورت یک گروهی یک بعددی در حالت پایا بصورت زیر خواهیم داشت : [1]

$$\mu\frac{\partial\phi(x,\mu)}{\partial x}+\alpha\phi(x,\mu)=\frac{\alpha C}{2}\int_{-1}^{1}\phi(x,\mu')d\mu'+S_0(x) \qquad (1)$$

$\phi(x,\mu)$ فلاکس زاویه ای در نقطه x و درجهت $\cos^{-1}\mu$ است .

$S_0(x)$ توزیع چشمه ایزوتروپ می باشد .

α سطح مقطع کل واکنش نوترون می باشد .

C حاصل تقسیم سطح مقطع پراکندگی بر سطح مقطع کل می باشد.

همانطور که می دانیم با استفاده از تقریب هارمونیک های کروی رابطه زیر را بدست خواهیم آورد که یک دستگاه معادلات دیفرانسیل درجه 1

می باشد[2]:

$$(l+1)\frac{\partial\phi_{l+1}(z)}{\partial z}+l\frac{\partial\phi_{l-1}(z)}{\partial z}+(2l+1)\Sigma_l(z)\phi_l(z)=(2l+1)Q_l(z) \qquad (2)$$

این روش را می توان برای هر درجه فرد از روش هارمونیک های کروی انجام داد اما در اینجا جهت سهولت در نوشتن روابط ، از دقت با درجات P_3 و P_5 استفاده می کنیم.برای P_3 طبق 2 خواهیم داشت:

$$\phi_1'(x)+\alpha(1-C)\phi_0(x)=S_0(x)$$

$$2\phi_2'(x)+\phi_0'(x)+3\alpha\phi_1=0$$

$$3\phi_3'(x)+2\phi_1'(x)+5\alpha\phi_2(x)=0 \qquad (3)$$

$$3\phi_2'(x)+7\alpha\phi_3(x)=0$$

که با استفاده از ترکیب معادلات 3 با هم و افزایش درجه معادلات دیفرانسیل به درجه 2 وحذف مومنتوم های فرد و تغییر متغیری مناسب 4 می توان تعداد این معادلات را کاهش داد .با دقت در دستگاه معادلات 5 جدید می توان مشاهده نمود که دستگاه معادلات جدید شباهت بسیار زیادی به معادلات دیفیوژن دارد به این صورت که در مختصات کارتزین این معادلات دقیقا از جملاتی تشکیل شده اند که در معادلات دیفیوژن چند گروهی نیز مشاهده می شوند با این تفاوت که ضرایب ثابت معادلات با ضرایب معادلات دیفیوژن چند گروهی متفاوت هستند اما این معادلات را می توان همانند معادلات دیفیوژن و با کدهایی که این معادلات را حل می کنند حل نمود در حالت کلی می توان هر تقریب مرتبه فرد P_M را با $\frac{M+1}{2}$ معادله کوپل شبه دیفیوژن جایگزین نمود [3].در مختصات های کروی و استوانه ای هم تقریبا شرایط مشابهی بدست می آید با این تفاوت که جملاتی اضافی نیز نمایان می شوند که البته با دور شدن تنها چند مسیر آزاد متوسط حرکت نوترون از مرکز مختصات این جملات به سمت صفر میل می کنند و می توان از اثر آنها صرفنظر نمود.

بنابراین با استفاده از تغییر متغیر 4 دستگاه معادلات 3 به معادله شبه دیفیوژن 2 گروهی 6و5 تبدیل می شود .

$$\theta_0=\phi_0+2\phi_2$$

$$\theta_2=\phi_2 \qquad (4)$$

$$-\frac{\theta_0''}{3\alpha}+\alpha(1-C)\theta_0+2\alpha(C-1)\theta_2=S \qquad (5)$$

$$\frac{3\theta_2''}{7\alpha}+\frac{\alpha}{3}(4(1-C)+5)\theta_2+\frac{2}{3}\alpha(C-1)\theta_0=\frac{-2}{3}S \qquad (6)$$

مزیت استفاده از این روش داشتن دقت روش هارمونیک های کروی اما در عین حال استفاده از روش حل معادلات دیفیوژن چند گروهی می باشد در واقع با این روش با پیچیدگی های روش هارمونیک های کروی برخورد نمی کنیم اما دقت بدست آمده همان دقت روش هارمونیک های کروی می باشد و می توان این روش را حتی در محیطهای جاذب قوی نوترون یا جاهایی که خصوصیات به شدت در حال تغییرند اعمال نمود.

با استفاده از تغییر متغیر های دیگر نیز می توان به روابط مشابه رسید،در زیر یک نوع دیگر از تغییر متغیر طبق رابطه های 7 استفاده شده و یک دستگاه معادلات دیگر طبق معادلات 8و9 بدست آمده است :

$$\theta_0 = \phi_0$$

$$\theta_2 = \phi_0 + \frac{55}{14}\phi_2 \qquad (7)$$

$$\frac{\theta_0''}{3\alpha} + \frac{\alpha}{297}\{605(C-1)-196\}\theta_0 + \frac{196}{297}\alpha\theta_2 + \frac{55}{14}S_0 = 0 \qquad (8)$$

$$\frac{\theta_2''}{3\alpha} - \frac{7}{11}\alpha\theta_2 + \frac{7}{11}\alpha\theta_0 = 0 \qquad (9)$$

2- تعبیر فیزیکی جملات معادلات شبه دیفیوژن :

با توجه به معادلات 8 و9و مقایسه آنها با معادلات کلاسیک دیفیوژن می توان گفت که:

در معادله 8 :

جمله $\frac{1}{3\alpha}$ در حکم ضریب پخش D در معادله دیفیوژن می باشد ،

جمله $\frac{-\alpha}{297}\{605(C-1)-196\}$ معادل با سطح مقطع Removal در معادلات دیفیوژن می باشد،

جمله $\frac{196}{297}\alpha$ معادل سطح مقطع پراکندگی از گروه نوترون های حرارتی به گروه نوترون های سریع یا به عبارت دیگر سطح مقطع پراکندگی از انرژی پایین به انرژی بالا می باشد،

جمله $\frac{55}{14}S_0$ معادل جمله چشمه در معادلات دیفیوژن می باشد،

و در معادله 9 :

جمله $\frac{1}{3\alpha}$ معادل ضریب پخش D در معادله دیفیوژن می باشد ،

جمله $\frac{7}{11}\alpha$ معادل با سطح مقطع Removal در معادلات دیفیوژن می باشد،

جمله $\frac{7}{11}\alpha$ معادل سطح مقطع پراکندگی از گروه نوترون های سریع به گروه نوترون های حرارتی یا به عبارت دیگر سطح مقطع پراکندگی از انرژی بالا به انرژی پایین می باشد،

3-استخراج روابط با دقت P_5 :

معادلات مشابه برای استفاده از هارمونیک های کروی مرتبه 5 که به تولید یک دستگاه معادلات شبه دیفیوژن 3 گروهی می انجامد نیز در زیر استخراج شده اند .

با استفاده از معادلات روش تقریب هارمونیک های کروی وحذف مومنتوم های فردو جایگذاری روابط بطور مناسب و استفاده از تغییر متغیر مناسب 10 به روابط 11،12،13 می رسیم[4] :

$$\theta_0 = \phi_0 + 2\phi_2$$

$$\theta_2 = 3\phi_2 + 4\phi_4 \qquad (10)$$

$$\theta_4 = 5\phi_4$$

$$\frac{\ddot{\theta_0}}{3\alpha} + \frac{\alpha(1-C)}{27}[55 + \frac{88*8}{25}]\theta_0 = \frac{1}{27}[55 + \frac{88*8}{25}]S + \frac{\alpha}{27}[70 + \frac{88*4}{5}]\theta_2 - \frac{88}{25}\alpha\theta_4 \qquad (11)$$

$$-\frac{\ddot{\theta_2}}{3\alpha} + \frac{\alpha}{27}[35 + \frac{88*2}{5}]\theta_2 = \frac{-1}{27}[14 + \frac{88*4}{25}]S + \frac{\alpha}{27}[14 + \frac{88*4}{25}](1-C)\theta_0 - \frac{88}{25}\alpha\theta_4 + \frac{4}{25}\alpha\theta_4 \qquad (12)$$

$$-\frac{\ddot{\theta_4}}{3\alpha} + \frac{33}{25}\theta_4 = \frac{88}{15^2}S - \frac{88}{15^2}\alpha(1-C)\theta_0 + \frac{4}{25}\alpha\theta_2 \qquad (13)$$

همانگونه که مشاهده می شود با تعبیری درست از معادلات بدست آمده می توان آنها را همانند معادلات کلاسیک دیفیوژن حل کرد.

4- شرایط مرزی

4-1- شرایط مرزی در مرز های داخلی :

شرایط مرزی که در مرزهای داخلی استفاده می شوند شبیه به شرط هایی است که در معادلات دیفیوژن نیز استفاده می کردیم.

$$\begin{cases} \theta_0 \\ \theta_2 \\ \frac{\theta_0'}{3\alpha} \\ \frac{\theta_2'}{3\alpha} \end{cases} \qquad \text{پیوستگی فلاکسهای گروهها و پیوستگی جریانها}$$

4-2-شرایط مرزی در مرزهای خارجی :

بازتابنده کامل:

این شرط دقیقا همانند شرط معادل درمعادلات کلاسیک دیفیوژن اعمال می شود :

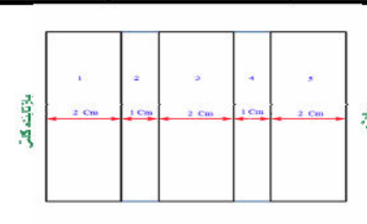
$$\begin{cases} \theta_0' = 0 \\ \theta_2' = 0 \end{cases}$$

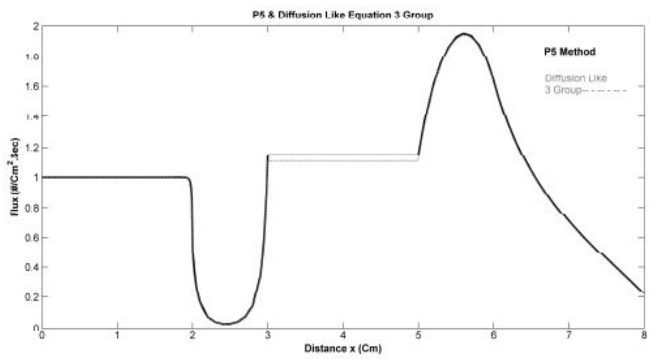
شرط سطح برهنه(شرط خلاء)

در مرزهای خارجی که سطح بدون پوشش دیگری می باشد و ماده دیگری بعد از مرز نداریم اعمال دقیق این شرط کار پیچیده ای می باشد اما با تقریبی خوب و دقتی بسیار خوب می توان محیط بی نهایت خلاء را با لایه نازکی از ماده جاذب کامل جایگزین نمود که استفاده از این روش دقت بسیار خوبی دارد و خللی به کلیت مسئله وارد نمی کند .

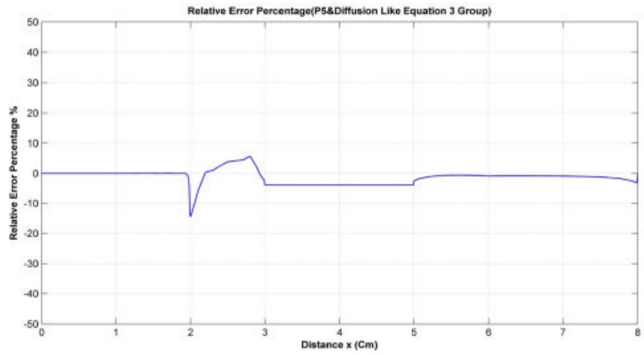
در زیر تست Reed را بعنوان یک مثال حل کرئه ایم.این مثال یک تست بین المللی است.

ناحیه	طول(Cm)	سطح مقطع جذب	سطح مقطع کل	S
1	2	50	50	50
2	1	5	5	0
3	2	0/000001	0/000001	0
4	1	0/1	1	1
5	2	0/1	1	0
6	0/1	10	10	0



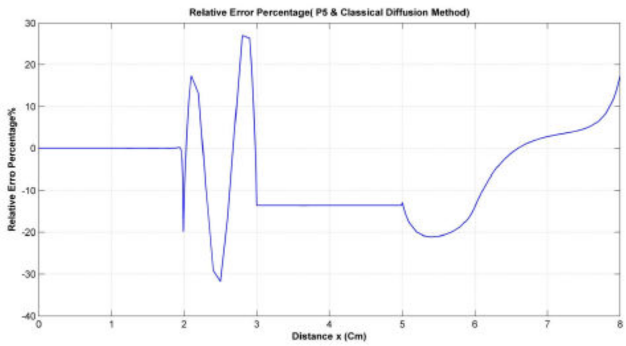


نمودار خطای نسبی دو روش نیز در زیر رسم شده است :

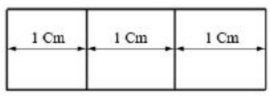


به علت اینکه کد JALIL 1روش شبه دیفیوژن را به روش تفاضل محدود حل می کند و برنامه مرجع استفاده شده برای روش هارمونیک های کروی به روش المان محدود نوشته شده در جاهایی که فلاکس با شیب بی نهایت در حال تغییر است خطای نسبی بیشتری مشاهده می شود.

جهت مقایسه روش دیفیوژن با روش شبه دیفیوژن نمودار خطای نسبی روش دیفیوژن همانندزیر می باشد که کاملا مشخص می کند دقت روش دی‌فبوژن کمتر از روش شبه دی‌فی‌وژن می باشد.



در زیر مثال دیگری نیز با استفاده از روش شبه دی‌فی‌وژن مورد بررسی قرار گرفته که مشخصات مثال مانند شکل و جدول زیر می باشد :

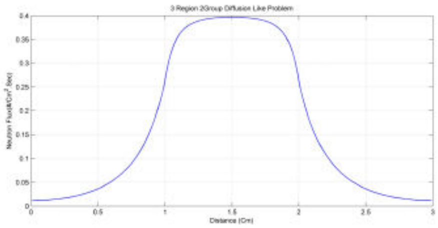


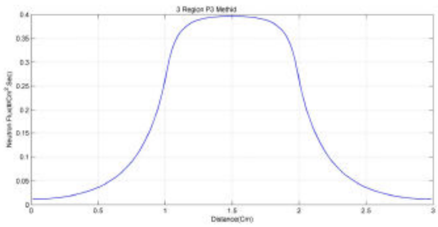
ضرایب و سطح مقطعها بصورت جدول زیر می باشند:

ناحیه	طول(Cm)	سطح مقطع جذب	سطح مقطع کل	S
1	1	1	5	0

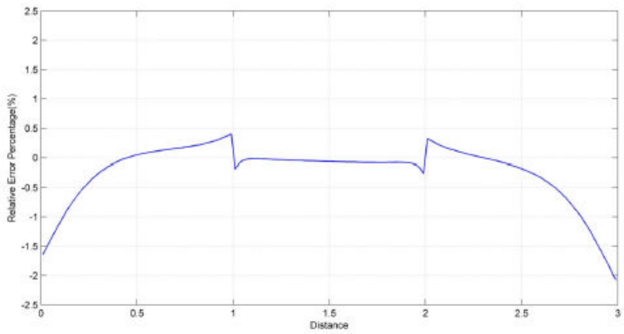
2	7	5	1	2
0	5	1	1	3

نمودار فلاکس محاسبه شده با روش شبه دیفیوژن و روش $\mathbf{P_n}$ مقایسه شده اند .





نمودار خطای نسبی این دو روش در این مسئله نیز در زیر رسم شده است:



همانطور که مشاهده می شود نمودار خطای نسبی در درحدود 2 درصد می باشد.

منابع:

1) James J.Duderstadt & Luis J.Hamilton ، 1975 ، "Nuclear Reactor Analysis",John Wiley & sons

2) Allan F.Henry,"Nuclear – Reactor Analysis", the MIT PRESS

3)R.T Ackroyd ,1967,"Use of Diffusion-Theory for Transport Calculations ",The British Nuclear Energy Society in conjugation With The Institute of Physics and Physical Society ,International Conference

4)R.T Ackroyd ، C.R.E. de Oliveira ، A. Zolfaghari and A.J.H. Goddard"A RIGOROUS RESOLUTION OF THE TRANSPORT EQUATION INTO A SYSTEM OF DIFFUSION-LIKE EQUATIONS"Prog.Nucl.Energy Vol.35,No1,PP.1-64 ,1999

5) Oak Ridge National Laboratoary, Oak Ridge ، Tennessee,"Nuclear Reactor Core Analysis Code System", CITATION_LDI2

6)Shahid Beheshti University, Nuclear Reactor Engineering Department , "P_n Nuclear Reactor Code ", Ahmad Zolfahghari, Abbasi Reza