

ناپایداری های هیدرودینامیکی در همجوشی محصور شدگی لختی

حنیف زرین قلم، عباس قاسمی زاد*

گروه فیزیک، دانشگاه گیلان

چکیده:

در این مقاله به بررسی تحلیلی و عددی ناپایداری رایلی-تیلور در همجوشی محصور شدگی لختی پرداخته ایم. ابتدا با استفاده از روابط آهنگ رشد بتی و دیگران و روش پارامتریزه کردن آتزنی و دیگران، عامل رشد در سطح خارجی و داخلی ساچمه سوخت در مراحل شتاب دار شدن و شتاب معکوس محاسبه شده اند. سپس عامل رشد کل محاسبه شده است و راهکارهایی جهت کاهش و کنترل این ناپایداری پیشنهاد شده اند.

کلید واژه: ناپایداری های هیدرودینامیکی، همجوشی محصور شدگی لختی، آهنگ رشد، عامل رشد

مقدمه:

یکی از اساسی ترین مشکلات در برابر همجوشی محصور شدگی لختی، وجود ناپایداری های هیدرودینامیکی از جمله ناپایداری های کلونین- هلمهولتز، ریخت مایر- مشکوف و رایلی- تیلور است. در این بین، ناپایداری رایلی- تیلور از اهمیت خاصی برخوردار است، به طوریکه در دو دهه گذشته تلاش بسیار گسترده ای جهت مطالعه ناپایداری رایلی- تیلور و ناپایداری های وابسته به آن صورت گرفته است. برای بررسی ناپایداری های هیدرودینامیکی در همجوشی محصور شدگی لختی باید از حالت کلاسیکی شروع کرد و نتایج را به موارد مشابه در همجوشی محصور شدگی لختی تعمیم داد. ناپایداری رایلی- تیلور کلاسیک زمانی به وقوع می پیوندد که دو شاره با چگالی های متفاوت روی هم قرار گرفته باشند و شاره سبک تر باعث شتاب دادن به شاره سنگین تر شود. از نظر ریاضی ثابت می شود که این ناپایداری زمانی به وجود می آید که گرادیان فشار ($\vec{\nabla} p$) و گرادیان چگالی ($\vec{\nabla} \rho$) مختلف الجهت باشند و یا به عبارت کاملتر رابطه زیر بین آنها برقرار باشد:

$$\vec{\nabla} p \vec{\nabla} \rho < 0 \quad (1)$$

لازم به ذکر است که رابطه فوق تحت عنوان شرط عمومی ناپایداری شناخته می شود و از اهمیت بسیار زیادی در تعیین ناپایداری رایلی- تیلور در همجوشی محصور شدگی لختی برخوردار است. در این همجوشی، ناپایداری رایلی- تیلور در دو مرحله به وجود می آید. ابتدا این ناپایداری در سطح خارجی ساچمه سوخت در مرحله شتاب دار شدن بوجود می آید، زیرا در این مرحله دو ناحیه از نظر فشار و

چگالی وجود دارد. یک ناحیه سوخت سرد با چگالی زیاد و فشار کم است و ناحیه دیگر ها له اطراف سوخت سرد است که در آن فشار زیاد اما چگالی کم است. از اینرو شرط (۱) برقرار است و ناپایداری اتفاق می افتد. در مرحله شتاب معکوس نیز این ناپایداری در سطح داخلی ساچمه سوخت اتفاق می افتد. زیرا داخل لکه داغ، فشار بیشتر و چگالی کمتر از سوخت اطراف آن است پس شرط عمومی ناپایداری برقرار است. باید توجه داشت که این دو ناپایداری با هم اتفاق نمی افتند. آهنگ رشد ناپایداری ریلی تیلور کلاسیک با فرض ناپیوستگی در چگالی دو شماره با رابطه زیر داده می شود:

$$\sigma = \sqrt{Aak} \quad (2)$$

که در آن k عدد موج، a شتاب و A عدد اتود است که با رابطه زیر به چگالی دو شماره مربوط می شود:

$$A = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (3)$$

در سال ۱۹۸۸ میلادی، بتی و دیگران [۱] روابط زیر را برای آهنگ رشد در همجوشی محصورشدگی لختی بدست آوردند:

$$\sigma = \alpha_1(F, \nu) \sqrt{ak} - \beta_1(F, \nu) k u_a \quad (4)$$

$$\sigma = \alpha_2(F, \nu) \sqrt{\frac{ak}{1 + kL_{\min}}} - \beta_2(F, \nu) u_a \quad (5)$$

که روابط فوق به ترتیب تحت عناوین رابطه تاکابه و رابطه تاکابه تعمیم یافته شناخته می شوند. در روابط فوق ضرایب α_1 ، α_2 ، β_1 و β_2 توابعی از عدد بدون بعد فرود $(F = \frac{u_a^2}{aL_0})$ و نمای رسانش (ν) هستند و از روی نمودارهای بتی [۱] تعیین می شوند و u_a نیز سرعت قطع می باشد. طول گرادیان (L) نیز عبارتست از:

$$L = \frac{\rho}{\vec{\nabla} \rho} \quad (6)$$

که رابطه فوق بیانگر نوعی پیوستگی در چگالی است. کمینه طول گرادیان (L_m) با رابطه زیر مشخص می شود:

$$L_{\min} = \min(L) = \min\left(\frac{\vec{\nabla} \rho}{\rho}\right)^{-1} \quad (7)$$

(L_0) نیز طول مقیاس مشخصه است که در عدد فرود ظاهر شده است. روابط (۴) و (۵) اساس درک امروزی ما از تئوری خطی ناپایداری ریلی-تیلور در همجوشی محصور شدگی لختی را تشکیل می دهند.

روش کار:

عامل رشد مربوط به مد l در سطح خارجی ساچمه سوخت (G_l^{out}) در مرحله شتاب دار شدن با رابطه زیر داده می شود [۲]:

$$G_l^{out} = \exp\left(\int_0^t \sigma_l^{out}(t) dt\right) \quad (۸)$$

که در آن σ_l^{out} آهنگ رشد مربوط به مد l در سطح خارجی ساچمه است. عامل رشد در سطح داخلی ساچمه عبارتست از:

$$G_l^{in} = \exp\left(\int_{dec}^{dec+\Delta t_{dec}} \sigma_l^{in}(t) dt\right) \quad (۹)$$

که $\sigma_l^{in}(t)$ آهنگ رشد مربوط به مد l در سطح داخلی ساچمه سوخت در مرحله شتاب معکوس و انتگرال گیری از لحظه شروع شتاب معکوس تا لحظه احتراق است. عامل رشد انتقال (G_l^{fed}) مربوط به مد l ، نا پایداری ها را از سطح خارجی ساچمه به سطح داخلی منتقل می کند و می توان آن را با رابطه زیر بصورت تقریبی محاسبه نمود:

$$G_l^{fed} \approx \exp\left(-\frac{l\Delta R}{R}\right) \quad (۱۰)$$

که $\frac{\Delta R}{R}$ نسبت ضخامت ساچمه سوخت در حال انفجار داخلی به شعاع آن است و معکوس آن ($A_{if} = \frac{R}{\Delta R}$) تحت عنوان نسبت ظاهری پرواز شناخته می شود. در نهایت عامل رشد کل (G_T) از حاصل ضرب سه عامل رشد فوق قابل محاسبه است:

$$G_T = G_l^{out} G_l^{fed} G_l^{in} \quad (۱۱)$$

برای به دست آوردن آهنگ رشد در هندسه کروی بجای k در رابطه (۵) عبارت $k = \frac{l(l+1)}{R} \approx \frac{l}{R}$ را قرار می دهیم [۲] و به رابطه زیر می رسیم:

$$\sigma = \alpha_2 \sqrt{\frac{a l/R}{1+l/R L_{min}}} - \beta_2 \frac{l}{R} u_a \quad (۱۲)$$

حال فرض می کنیم که سطح خارجی ساچمه سوخت در مرحله شتاب دار شدن سوخت با شتاب ثابت از $R = R_0/3$ تا $R = R_0$ دستخوش انفجار داخلی شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$t_0 = \sqrt{\frac{4R_0}{3a}} \quad (۱۳)$$

حال طبق روش پارامتریزه کردن آترنی و دیگران [۳] و [۴] کمیات L_{min} و u_a را پارامتریزه می کنیم:

$$L_{min} = f_1 (\Delta R)^4$$

$$u_a = f_2 \frac{\Delta R(t_0)}{t_0} \quad (۱۵)$$

که f_1 و f_2 ثابت های عددی هستند. با جاگذاری روابط (۱۴) و (۱۵) در رابطه (۱۲) و قرار دادن رابطه بدست آمده در رابطه (۸) و محاسبه انتگرال (برای کران بالای انتگرال از رابطه (۱۳) استفاده می کنیم). سرانجام رابطه زیر را برای عامل رشد در سطح خارجی ساچمه سوخت بدست می آوریم:

$$G_l^{out} = \exp \left[\alpha_2 \left(\frac{\frac{4}{3}l}{1 + lf_1 \frac{\Delta R}{R}} \right)^{1/2} - \beta_2 f_2 l \frac{\Delta R}{R} \right] \quad (16)$$

و با قرار دادن $G_l^{out} = 1$ و پس از انجام محاسبات جبری، مد قطع (l_{cut}) را بصورت زیر بدست می آوریم:

$$l_{cut} = \frac{1}{2f_1} \frac{R}{\Delta R} \left(\sqrt{1 + \frac{16}{3} \frac{f_1 \alpha_2^2}{f_2^2 \beta_2^2} \frac{R}{\Delta R}} - 1 \right) \quad (17)$$

که مد های با $l > l_{cut}$ پایدار هستند. برای محاسبه عامل رشد در سطح داخلی ساچمه سوخت فرض می کنیم که شعاع لکه داغ از R_{dec} به R_h با شتاب ثابت کاهش یابد. بنابر این خواهیم داشت:

$$(R_{dec} - R_h) = \frac{1}{2} a (\Delta t_{dec})^2 \quad (18)$$

حال کاهش شعاع لکه داغ را به صورت:

$$R_{dec} - R_h = f_3 R_h \quad (19)$$

و کمیات طول گردایان (L_{in}) و سرعت قطع (u_{ain}) در سطح داخلی ساچمه سوخت را به صورت:

$$L_{in} = f_4 R_h \quad (20)$$

و

$$u_{ain} = f_5 \frac{R_h}{\Delta t_{dec}} \quad (21)$$

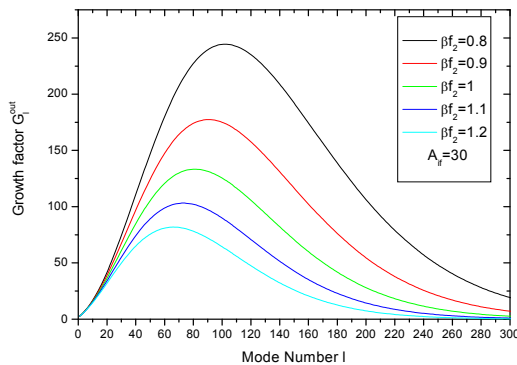
پارامتریزه می کنیم [۳] و [۴]. با جایگزین کردن روابط (۱۸) تا (۲۱) در رابطه (۹) و با انجام انتگرال گیری خواهیم داشت:

$$G_l^{in} = \exp \left[\alpha_2 \left(\frac{2f_3 l}{1 + f_4 l} \right)^{1/2} - \beta_{in} f_5 l \right] \quad (22)$$

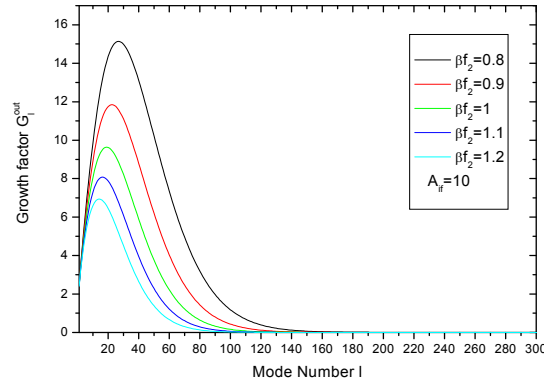
و نهایتاً با قرار دادن $G_l^{in} = 1$ ، مد قطع را برای سطح داخلی ساچمه سوخت بدست می آوریم:

$$l_{cut} = \frac{1}{2f_4} \left[\sqrt{1 + \frac{8f_3 f_4 \alpha_2^2}{\beta_{in}^2 f_5^2}} - 1 \right] \quad (23)$$

در شکل های (۱) و (۲) نمودارهای عامل رشد سطح خارجی بازای پارامترهای فیزیکی مربوطه رسم و ارائه شده است.



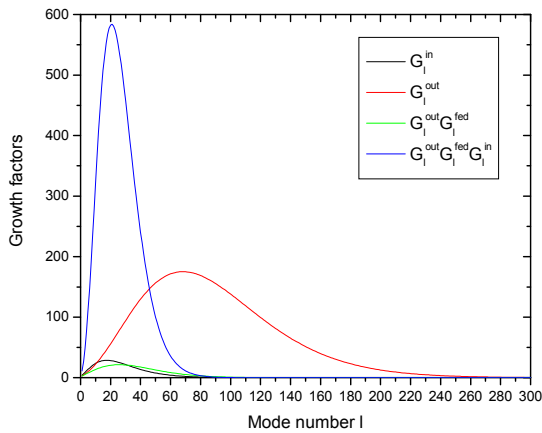
شکل (۲): نمودار عامل رشد سطح خارجی بر حسب مد به ازای مقادیر مختلف βf_2 و مقدار ثابت $A_{if} = 30$.



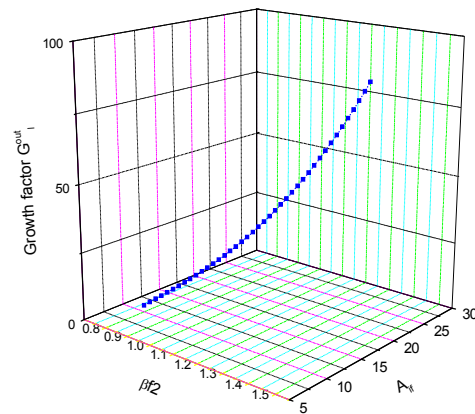
شکل (۱): نمودار عامل رشد سطح خارجی بر حسب مد بازای مقادیر مختلف βf_2 و مقدار ثابت $A_{if} = 10$.

از شکل (۱) نتیجه می شود افزایش βf_2 باعث کاهش عامل رشد و در نتیجه کاهش ناپایداری می شود، بطوریکه افزایش βf_2 به عنوان یک عامل مثبت شناخته می شود. حال برای آنکه اثر افزایش نسبت ظاهری پرواز ($A_{if} = \frac{R}{\Delta R}$) مشخص شود باید عامل رشد به ازای مقدار دیگری از آن ($A_{if} = 30$) رسم شود. (شکل (۲)).

از مقایسه دو نمودار فوق نتیجه می شود افزایش A_{if} باعث افزایش ناپایداری می شود و در نتیجه افزایش آن یک عامل منفی است. اکنون برای آنکه تاثیر پارامترهای βf_2 و A_{if} به ترتیب در پایدار کردن و نا پایدار کردن مشخص شود در شکل (۳) عامل رشد در سطح خارجی را بر حسب βf_2 و A_{if} رسم کرده ایم. چون منحنی بدست آمده صعودی است پس نتیجه می گیریم که قدرت A_{if} در نا پایدار کردن از قدرت βf_2 در پایدار کردن بیشتر است در غیر این صورت منحنی باید نزولی می شد. همچنین در شکل (۴) عامل رشد کل (رابطه (۱۱)) و عامل رشد در سطح داخلی و خارجی و حاصلضرب $G_1^{out} G_1^{fed}$ به ازای مقادیر $\alpha_2 = 1$ و $\beta_{in} f_5 = 0.08$ ، $f_4 = 0.04$ ، $f_3 = 0.9$ ، $\beta_2 f_2 = 0.9$ ، $f_1 = 0.1$ ، $A_{if} = 20$ خاص رسم شده اند. از نظر مفهومی همان گونه که از شکل (۴) مشخص شده است کوچکتر شدن مقدار نسبت به $G_1^{out} G_1^{fed}$ بیانگر آن است که ناپایداری هایی که از سطح خارجی ساچمه سوخت در مرحله شتابدار شدن به سطح داخلی انتقال می یابند در بین راه تضعیف می شوند.



شکل (۴): عوامل رشد بر حسب مد.



شکل (۳): عامل رشد سطح خارجی بر حسب

پارامترهای β_2 و β_1

بحث و نتیجه گیری:

با محاسبه عوامل رشد مد های قطع و رسم آنها، گستره و پیک مدهای خطر ناک که دانستن آنها از نظر تکنولوژیک در ناپایداریهای هیدرودینامیکی ایجاد شده در همجوشی محصورشدگی لختی اهمیت دارند، بدست می آیند. مشخص نموده ایم که نسبت ضخامت ساچمه سوخت به شعاع آن، نقش مهمی در ایجاد ناپایداری دارد بطوریکه هر چه این نسبت کوچکتر باشد میزان ناپایداری هیدرودینامیکی کمتر است. در حالی که افزایش پارامتر β_2 که نمودی از سرعت قطع است باعث کاهش ناپایداری می گردد.

مراجع:

- [1] R. Betti et al., Growth and Rates of ablative Rayleigh-Taylor instability in inertial confinement fusion, Phys. Plasmas, 5, 1446, (1998).
- [2] S. W. Hann, Onset of nonlinear saturation for Rayleigh-Taylor growth in the presence of full spectrum of modes, Phys. Rev. A39, 5812, (1989).
- [3] S. Atzeni et al., Mechanism of growth reduction of deceleration phase ablative Rayleigh-Taylor instability, Phy. Rev. E67, 057401 (2003).
- [4] S. Atzeni et al., The physics of inertial fusion, Oxford university press, Oxford (2004).