بررسی ساختار هسته ها و محاسبه ممان مغنا طیسی وشعاع باری پروتون با استفاده از فرم فاکتورهای الکتریکی و مغناطیسی

محمدرضا شجاعی* ـ,علی اکبر رجبی

د انشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده فیزیک

*)M.R.Shojaei@ shahroodut.ac.ir

چکیده :

نوکلئونهاشامل کوارکهای سبک می باشند بنابراین برای بررسی ساختار هسته هااز روابط نسبیتی استفاده می نمائیم . در این مقاله ابتدا معادله دیراک را برای نوکلئونها بادر نظر گرفتن پتانسیل باررنگ , پتانسیل نگاهدارنده نوسانی , پتانسیل ناشی از اثرات اسپینی کوارکها و بر هم کنش کوارک و گلوئون را به طور دقیق و تحلیلی باستفاده از مختصات ژاکوبی حل نموده ایم و تابع موج نسبیتی سیستم را به دست آورده ایم. با استفاده از تابع موج به دست آمده فرم فاکتور های الکتریکی و مغناطیسی را محا سبه نموده ایم. هم چنین با استفاده از فرم فاکتورها ممان مغنا طیسی و شعاع باری پروتون را محا سبه نمو ده ایم.

Investigation of Nucleon and determine the Magnetic Moment and Radius Charge By using Electric and Magnetic Form Factors

Abstract

Nucleons are containing light quark. For investigation of nucleon we can use the Dirac Equation with four potential. In this paper we use the color charge, oscillator potential, interaction spin – spin and interaction between Quarks – Gluon. In the model used, the valence quark interacts with them as hypercentral QCD potential. The relativistic wave – function for quarks in a scalar – vector QCD potential calculated analytically. Finally determain the Electric and Magnetic Form Factors and Radius Chargeof proton.

۱) معادله دیراک با پتانسیل های فوق مرکزی

معادله‌ی دیراک برای ذره‌ای به جرم m که دارای انرژی ε درحضور پتانسیل برداری $V_0(x)$ و پتانسیل اسکالر $U_0(x)$ به صورت زیر می باشد.[3]

$$[\vec{\alpha}.\vec{p}+\beta(m+U_0)]\psi(x)=(E-V_0)\psi(x) \qquad (1)$$

که در آن $\psi(x)=\begin{pmatrix}\varphi\\ \chi\end{pmatrix}$ تابع موج ذره میباشد.در این مقاله فرض می کنیم که $U_0(x)=V_0(x)$ باشد.ابتدا پتانسیل بین کوارکها را که به صورت $\frac{-c}{x}$ در نظر می گیریم و منشأ آن بار رنگ است. پتانسیل دیگر ax^2 نقش پتانسیل نگاهدارنده را دارد علت انتخاب این پتانسیل آن است که نوسانات یک کوارک را نسبت به کوارک دیگر در فاصله x از آن بیان می کند[4,5],از طرفی بر هم کنش مربوط به ممان دو قطبی وبر هم کنش اسپینی کوارکهارا $\frac{b}{x^3}$ درنظر می گیریم[6]هم چنین بر هم کنش کوارک گلوئون را می توان به شکل $\frac{d}{x^4}$ منظور نموده ایم.بنا براین در این حالت پتانسیل کل بین ذرات به صورت زیر در می آید.

$$2u_0(x)=2v_0(x)=(ax^2+\frac{b}{x^3}-\frac{c}{x}+\frac{d}{x^4}) \qquad (۲)$$

اگر تابع موج رابه صورت $\psi(x)=\begin{pmatrix}\varphi\\ \chi\end{pmatrix}$ در نظر بگیریم. در این حالت معادله (۱) به شکل زیر در می آید .

$$(\sigma.p)\chi+(m+u_0+v_0)\varphi=\varepsilon\varphi \qquad (الف-۳)$$

$$(\sigma.p)\varphi-(m+u_0-v_0)\chi=\varepsilon\chi \qquad (ب-۳)$$

ازمعادله(ب-۳)، χ را حساب کرده و در معادله ی (۲-الف) قرار دهیم این کار را برای ذرات دیگرنیز انجام داده و معادلات به دست آمده را با هم جمع کنیم به معادله ی زیر می رسیم :

$$(p_1^2+p_2^2+p_3^2)\varphi=3(\varepsilon^2-m^2)\varphi-3A(x)(\varepsilon+m)\varphi \qquad (٤)$$

برای حل معادله (۴)از مختصات ژاکوبی به صورت زیر استفاده می کنیم.

[7]

$$\rho = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{2} \quad \vec{\lambda} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3}{\sqrt{6}} \quad \text{و} \quad \vec{R} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3}{3} \qquad (۵)$$

با جداسازی متغیرها و کنارگذاشتن قسمت مرکز جرم معادله (۴) به صورت زیر در می آید.

$$(p_\rho^2 + p_\lambda^2)\varphi = 3(\varepsilon^2 - m^2)\varphi - 3A(x)(\varepsilon + m)\varphi \qquad (۶)$$

با توجه به اینکه $p_\rho{}^2 = -\Delta^2{}_\rho$ و $p_\lambda{}^2 = -\Delta_\lambda{}^2$ است ، معادله‌ی (۶)به صورت زیر در می آید.

$$-(\Delta_\rho^2 + \Delta_\lambda^2)\varphi = 3(\varepsilon^2 - m^2)\varphi - 3A(x)(\varepsilon + m)\varphi \qquad (۷)$$

برای حل معادله(۷) دستگاه مختصات فوق مرکزی رابا انتخاب تغییر متغیر زیردر نظر می گیـریم.

[8]

$$\xi = arctg\frac{\rho}{\lambda} \quad x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2} \qquad (۸)$$

که در آن xرا فوق شعاع در نظر می گیریم.در این حالت معادله (۷)به صورت زیر در می آید.

$$(\Delta_\rho^2 + \Delta_\lambda^2) = (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{5}{x} + \frac{L^2(\Omega)}{x^2}) \qquad (۹)$$

ویژه مقادیر $L^2(\Omega)$ عبارت است از: $\gamma(\gamma+4)$ که در آن γ عدد کوانتومی زاویه ای می باشـدبا جایگذاری معادله (۸) و (۹) در معادله(۷)داریم:

$$-\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} - \frac{L^2}{x^2}\right]\varphi = \left[3(\varepsilon^2 - m^2) - (\varepsilon + m)(a x^2 - \frac{c}{x} + \frac{b}{x^3} + \frac{d}{x^4})\right]\varphi \qquad (۱۰)$$

در این حالت برای سادگی متغییر های زیر را در نظر می گیریم.

$$E = 3(\varepsilon^2 - m^2) \quad , (\varepsilon + m)a = A_1 \quad , (\varepsilon + m)c = c_1$$

$$(\varepsilon + m)b = B_1 \quad , (\varepsilon + m)d = D_1$$

با مرتب کردن معادله (۱۰) خواهیم داشت:

$$\phi''_\gamma(x) + \frac{5}{x}\phi'_\gamma + \left[E' - A_1x^2 + \frac{c_1}{x} - \frac{B_1}{x^3} - \frac{D_1}{x^4} - \frac{\gamma(\gamma+4)}{x^2})\right]\phi \tag{11}$$

در این مقاله ما با پیش بینی یک جواب مناسب و پیداکردن ضرایب آن می توانیم جواب معادلـه فوق را به دست آوریم.جواب معادله را به صورت زیر انتخاب می کنیم.

$$\varphi(x) = h(x)\exp[y(x)] \tag{13}$$

توابع $h(x)$ و $y(x)$ را به صورت مناسب زیر انتخاب می‌کنیم

$$h(x) = 1, y(x) = \frac{-1}{2}\alpha x^2 - \frac{\beta}{x} + \delta Ln(x) \tag{14}$$

این جوابها را در معادلهٔ (۱۱)قرار می دهیم. در این صورت داریم

$$\beta = \gamma \qquad , \alpha = \frac{(\varepsilon^2 - m^2)}{2(3+\gamma)} \qquad , \ \delta = \frac{(\gamma+3)}{(\varepsilon - m)}c \tag{15}$$

با در نظر گرفتن رابطه (۷) و (۴) می‌توان ضرایب پتانسیل را به صورت زیر به دست آورد :

$$A_1 = \frac{(\varepsilon^2 - m^2)^2}{4(3+\gamma)^2}, \quad B_1 = \frac{(2\gamma+3)(\gamma+3)c_1}{\varepsilon^2 - m^2}, \ D_1 = \frac{(3+\gamma)^2 c_1^2}{(\varepsilon^2 - m^2)^2}$$

با در نظر گرفتن این ضرایب و قرار دادن در رابطه تابع موج $\varphi(x)$ را می تـوان بـه شـکل زیـر نوشت:

$$\varphi(x) = \exp(-\frac{1}{2}\alpha x^2 - \frac{\delta}{x} - \beta Ln(x)) \quad (۱۶)$$

با توجه به مولفه بالائی به دست آمده مولفه پائینی را محا سبه نموده بنا براین تابع موج برای حالت پایه $\gamma = l = 0$ به صورت زیر در می آید.

$$\psi(x) = N\begin{bmatrix} \exp(-\frac{1}{2}\alpha x^2 - \frac{\delta}{x}) \\ \frac{-i\vec{\sigma}.x}{3(\varepsilon+m)}\frac{d}{dx}(\exp(-\frac{1}{2}\alpha x^2 - \frac{\delta}{x}) \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

که در آن α, δ از روابط (١٤) بدست می آید.حال با توجه به تابع موج به دست آمده به معرفی و محاسبه فرم فاکتور های الکتریکی و مغناطیسی نوکلئونها می پردازیم.

۳–فرم فاکتور های الکتریکی و مغناطیسی نوکلئو نها

فرم فاکتورهای الکتریکی و مغنا طیسی را می توان بر حسب مولفات بالائی و پائینی تابع موج معا دله دیراک به صورت زیر محا سبه نمود.اگر تابع موج را به صورت $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\begin{pmatrix} \frac{ig(x)}{x} \\ \sigma.\vec{x}\frac{f(x)}{x} \end{pmatrix}$ در نظر بگیریم که

درآن $f(x), g(x)$ مولفات بالائی وپائینی تابع موج می باشد در این حالت داریم. [11]

$$G_E(q^2) = \int_0^\infty dx\; j_0(x)\left[g^2(x) + f^2(x)\right] \quad (۱۸)$$

$$G_M(q^2) = \frac{-4M}{q}\int_0^\infty dx\; j_1(qx) f(x) g(x) \quad (۱۹)$$

می توانیم با استفاده از فرم فاکتور های الکتریکی و مغناطیسی , ممان مغنا طیسی پروتون را به صورت زیر محا سبه کنیم. [12,13]

$$\mu = \frac{e}{2M}G_E(q^2 = 0) = -\frac{2}{3}e\int_0^\infty x\, dx\, f(x) g(x) \quad (۲۰)$$

با به کار بردن معا دله دیراک می توانیم رابطه زیر را برای محا سبه ممان مغنا طیسی پروتون به کار ببریم

$$\mu_p = \frac{e}{2E_0}(1-\frac{2}{3}\int_0^\infty dx\, f^2(x)) \qquad (21)$$

که در آن E_0 ویژه مقدار انرژی در پا ئین ترین حالت می باشد. با استفاده از تابع موج به دست آمده از حل معادله دیراک در قسمت قبل وپس از محاسبه انتگرالهای(28) ,(29) , (31) مقدار $\mu_p = 2.98nm$ به دست اورده ایم.

هم چنین با استفاده از رابطه می توانیم شعاع باری را به صورت زیر محاسبه نمو ده ایم.

$$\left\langle r^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} = \left(-6\frac{dG_E(q^2=0)}{dq^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.82\, fm \qquad (۲۲)$$

مقدارفوق با مقدارتجربی شعاع باری پروتون ۸٦ fm. همخوانی دارد.

نتیجه گیری:

با توجه به مدل ارائه شده در این مقاله و جوابهای به دست آمده نتیجه می گیریم که بررسی ساختار نو کلئونها بر اساس مدل کوارکی به واقعیت فیزیکی آنها نزدیکتر می باشد..هم چنین پیشنهاد می نمائیم که از این مدل می توان سایر باریونها را مورد بررسی قرار داد.از طرفی می توانیم پتانسیلهای دیگری از جمله پتانسیل ایزو اسپین –ایزو اسپین را در نظر گرفت.

مراجع

1. M. M Giannini., E. Santopinto and A. Vassallo., Nuclear Physics A699, 308 –311 (2002).
2. A. A Rajabi, Indian Journal of pure and applied physics vol41, pp. 89-94 February (2003).
3. M.Aiello, M.Ferraris, M. M Giannini, M.Pizzo Physics letterB 387(1196).
4. M. R. Shojaei , A.A.Rajabi Iranian Jouranal of Physics Research, Vol.7, No.2,2007
5. A.A Rajabi,., Iranian Journal of physics Research ,vol.6 ,No 2,(2006)
6. M..M Giannini., E .Santopinto., and A.Vassallo. Eur. Phy. J.A12, 447-452 (2001).
7. Fabre dela lareplle, M, phys Lett B 205 (1988) 97
8. R.Tegen, M , Schedl,.W. Weisephys Lett, vol125(1983)
9. Reinders, L.J., H.R. Rubinstein and S.Yazaki, Nucl. Phys. B186, 109 (1981).
10. M.R.Shojaei , A.A.Rajabi and H.Hasanabadi, proceeding of the 6-th International Conference , Nuclear and Radiation Physics , June 4-7 ,2007, Almaty, Kazakhstan
11. B.Silvestre-Brac, Nuclear Physics A712 ,303-326(2002)
12. D.H.Lu, W.Thomas,and A.G.Williams Physical Rewiew C , Volume 57 Number 5 (1998)
13. M. R.Shojaei , A.A.Rajabi and H.Hasanabadi , acceptrd for publication in International Journal of Modern Physics A