

## محاسبه سیگماوی و تعیین شرط لاوسون برای واکنشهای $dt, ddt, ddh$

محمد رضا اسکندری ، خسرو بنام\*

بخش فیزیک دانشگاه شیراز

\*khosrobenam@gmail.com

### چکیده

برای واکنشهای مهم همجوشی  $dt, ddt, ddh$  سطح مقطع هر واکنش را از برازش کردن مدل تئوری با داده های تجربی بدست آورده ایم. سپس پارامتر آهنگ واکنش همجوشی یا سیگماوی مربوط به هر واکنش محاسبه شده است. از نتایج حاصل معادله توازن انرژی که همان شرط لاوسون است را بدست آورده ایم.

کلید واژه : همجوشی ، شکافت ، توان تابش ترمزی ، شرط لاوسون ، واکنشهای  $ddh, ddt, dt$

### مقدمه

در سیستمهای همجوشی مقداری انرژی از طریق تابش یا فرایندهای دیگر تلف می شود. در این مقاله ما اتلاف انرژی از طریق تابش ترمزی را برای واکنشهای  $ddh, ddt, dt$  در نظر می گیریم. در واقع انرژی خارجی برای جبران انرژیهای تلف شده از بیرون به سیستم همجوشی تزریق می شود و در نتیجه از واکنش همجوشی یک انرژی خروجی دریافت می کنیم. از لحاظ عملی باید انرژی دریافتی از انرژی ورودی یا منبع انرژی خارجی بیشتر باشد  $(E_{out} > E_{in})$ . این معادله توازن انرژی، شرط لاوسون است.

### روش کار

به طور کلی اگر دو هسته  $a$  و  $b$  طبق رابطه زیر با هم واکنش همجوشی انجام دهند محصولات  $d$  و  $e$  را پدید می آورند.

$$a + b \rightarrow d + e + Q_{ab} \quad (1)$$

$Q_{ab}$  انرژی آزاد شده از واکنش همجوشی است. توان واکنش همجوشی طبق رابطه زیر بیان می شود [1].

$$P_{fu} = N_a N_b \langle \sigma V \rangle_{ab} Q_{ab} \quad (2)$$

$N_a$  و  $N_b$  به ترتیب چگالی هسته های نوع  $a$  و  $b$  می باشند. کمیت  $\langle \sigma V \rangle_{ab}$   $N_a N_b$  آهنگ واکنش همجوشی است. کمیت  $\langle \sigma V \rangle_{ab}$  پارامتر آهنگ واکنش همجوشی است که آن را سیگماوی می نامیم و به صورت زیر نوشته می شود [2,3].

$$\langle \sigma V \rangle_{ab} = \int_{V_a} \int_{V_b} f_a(v_a) f_b(v_b) \sigma_{ab}(|\vec{v}_a - \vec{v}_b|) |\vec{v}_a - \vec{v}_b| d^3 v_a d^3 v_b \quad (3)$$

$\sigma_{ab}$  سطح مقطع نسبی واکنش می باشد و بر حسب بارن اندازه گیری می شود. توابع  $f_a(v_a)$  و  $f_b(v_b)$  توابع توزیع ماکسولی سرعت هستند که مطابق رابطه زیر بیان می شوند [3].

$$f_i(v_i) = \left( \frac{m_i}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left( \frac{-m_i v_i^2}{2kT} \right) \quad (4)$$

اندیس  $i$  مربوط به هر ذره می باشد. اگر رابطه (4) را در رابطه (3) قرار دهیم داریم [2,3]

$$\langle \sigma V \rangle_{ab} = \left( \frac{8}{\mu\pi} \right)^{\frac{1}{2}} (kT)^{-\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} E \sigma(E) e^{\frac{-E}{kT}} dE \quad (5)$$

که در آن  $E$  انرژی نسبی بین هسته های واکنش دهنده و  $\mu$  جرم کاهش یافته است  $\left( \mu = \frac{m_a m_b}{m_a + m_b} \right)$  حال برای واکنشهای مهم زیر پارامتر سیگماوی را محاسبه می کنیم.

$$d + d \rightarrow n + h + 3.2 \text{ Mev} \quad (6)$$

$$d + d \rightarrow P + t + 4.1 \text{ Mev} \quad (7)$$

$$d + t \rightarrow n + \alpha + 17.6 \text{ Mev} \quad (8)$$

در روابط فوق  $h$  نشانگر  $({}^3_2\text{He})$  است  $t$  و  $d$  به ترتیب نماینده  ${}^2\text{H}$  و  ${}^3\text{H}$  و  $\alpha$  نشان دهنده  $({}^4_2\text{He})$  می باشد.  $n$  و  $p$  نوترون و پروتون هستند. برای کمیت  $\sigma(E)$  مدل زیر پیشنهاد شده است [4].

$$\sigma(E) = \frac{A}{E} e^{\frac{-B}{E^{\frac{1}{2}}}} \quad (9)$$

ازبرازش کردن رابطه (9) با داده های تجربی [5-9] برای هر کدام از واکنشهای فوق ضرایب ثابت  $A$  و  $B$  محاسبه و تابع سطح مقطع بر حسب انرژی را بدست می آوریم. نتایج حاصل در جدول (1) داده شده اند. همچنین نمودار سطح مقطع بر حسب انرژی برای داده های تجربی و مدل پیشنهادی برای هر کدام از واکنشهای فوق در شکلهای 1 تا 3 رسم شده است. با جایگذاری رابطه (9) در رابطه (5) داریم:

$$\langle \sigma V \rangle = 3.74 \left( \frac{2}{27} \right)^{\frac{1}{6}} \left( 1 + \frac{5}{6} \left( \frac{4KT}{B^2} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \left( \frac{kT}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{A}{kT} \left( \frac{B^2}{kT} \right)^{\frac{1}{6}} e^{-3} \left( \frac{B^2}{4kT} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

جدول (1) مقادیر سیگماوی محاسبه شده مربوط به هر واکنش را نشان می دهد. در شکلهای 4 و 5 و 6 نمودار سیگماوی بر حسب  $KT$  برای داده های که از مرجع [10] بدست آمده و مقادیر محاسبه شده از رابطه (10) برای هر واکنش رسم شده است.

محاسبه شرط لاوسون برای واکنشهای مورد بحث:

ابتدا برای واکنش اختیاری که در رابطه (1) آمده است روابط را می نویسیم سپس به جای  $b$  و  $a$  هسته های مورد نظر را قرار می دهیم. با توجه به آنچه در مقدمه بیان شد اگر انرژی خروجی و ورودی به ترتیب  $E_{out}$  و  $E_{in}$  باشد باید رابطه  $E_{out} > E_{in}$  در طول زمان معین  $\tau$  برقرار باشد [1]. زمان  $\tau$  ممکن است زمان لازم برای یک چرخه در سیستم همجوشی پالسی یا زمان تناوبی باشد که انتظار داریم سیستم حالت پایا داشته باشد.

تئوری کلاسیک سینتیک گازها را می‌توان به عنوان پایه ای برای مطالعه محیط همجواری استفاده کرد. در نتیجه برای حالت چگالی اتمی کل  $N$  با عدد اتمی  $Z_i$  محصول یونی‌اسیون کامل  $N_i$  یون در واحد حجم و  $Z_i N_i = N_e$  الکترون در واحد حجم داریم که  $N = N_i + N_e = N_i + Z_i N_i$  اما چون محیط مورد مطالعه هیدروژنی می‌باشد  $Z_i = 1$ ، پس  $N_e = N_i$  است. در یک سیستم همجواری انرژی را می‌توان به سه شکل به هم ربط داد. اول انرژی آزاد شده از واکنش همجواری که با  $E_{fu}$  نمایش می‌دهیم. دوم تمام انرژی‌هایی که از راه تابش از دست می‌روند که با  $E_{ra}$  و در نهایت انرژی حرارتی ذرات که به صورت  $E_{th}$  بیان می‌کنیم [1]. در محیط‌های همجواری بازدهی صد در صد امکان پذیر نمی‌باشد. بنابراین فقط کسری از انرژی در دسترس قرار می‌گیرد و لذا داریم:

$$E_{out} = \eta_{fu} E_{fu} + \eta_{ra} E_{ra} + \eta_{th} E_{th} \quad (11)$$

که در آن  $\eta$  ها ضرایب تبدیل برای هر مؤلفه انرژی می‌باشند. انرژی توزیع شده به سیستم  $E_{in}$  به صورت زیر است.

$$\eta_{in} E_{in} = E_{ra} + E_{th} \quad (12)$$

اگر برای سادگی محاسبات فرض کنیم که ضرایب تبدیل با هم برابر باشند  $\eta_{fu} = \eta_{ra} = \eta_{th} = \eta_{out}$  و سیستم در حالتی کار کند که توان ثابتی را در طول زمان معین  $\tau_E$  تولید کند داریم:

$$E_{fu} = \tau_E P_{fu}, E_{ra} = \tau_E E_{ra}, E_{th} = \frac{3}{2} (N_i + N_e) kT$$

و انرژی‌های تلف شده از طریق تابش ناشی از تابش ترمزی باشد داریم [1]:

$$E_{ra} = E_{br} = \tau_E P_{br} = \tau_E A_{br} (kT)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

که در آن  $A_{br}$  ثابت توان تابشی ترمزی است و برابر با  $A_{br} = 8.25 \times 10^{-30} J^{\frac{1}{2}} \frac{m^3}{s}$  می‌باشد. آنگاه شرط لاوسون را به صورت زیر می‌نویسیم [1].

$$N_i \tau_E > \frac{3kT(1 - \eta_{in} \eta_{out})}{\eta_{in} \eta_{out} \left( \frac{1}{4} Q_{ab} < \sigma v >_{ab} + A_{br} (kT)^{\frac{1}{2}} \right) - A_{br} (kT)^{\frac{1}{2}}} \quad (14)$$

برای واکنش‌های مورد بحث با این فرض که  $\eta_{in} = \eta_{out} = \frac{1}{3}$  باشد شرط لاوسون محاسبه شده و مقدار  $(kT)_{min}$  که در آن شرط لاوسون را تعیین کردیم بدست آورده ایم نتایج در جدول (2) نشان داده شده است. همچنین نمودار  $N_i \tau_E$  بر حسب  $kT$  در شکل‌های 7 تا 9 رسم شده اند.

نتایج:

جدول ۱- مفادیر سیگماوی برای واکنش های همجوشی ddh, ddt, dt در انرژی های مختلف

kT(Kev)	$\langle \sigma v \rangle_{ddh}$	$\langle \sigma v \rangle_{ddt}$	$\langle \sigma v \rangle_{dt}$
1	1.22-28	7.64-29	6.85-27
2	4.11-27	3.21-27	2.97-25
3	2.06-26	1.74-26	1.86-24
4	5.41-26	4.82-26	5.97-24
5	1.04-25	9.68-26	1.36-23
6	1.71-25	1.61-25	2.55-23
7	2.46-25	2.40-25	4.17-23
8	2.32-25	3.30-25	6.22-23
9	4.25-25	4.29-25	8.63-23
10	5.22-25	5.35-25	1.13-22
20	2.07-24	2.04-24	4.33-22
30	4.67-24	4.80-24	6.68-22
40	7.68-24	8.09-24	7.99-22
50	1.08-23	1.16-23	8.64-22
60	1.40-23	1.52-23	8.90-22
70	1.71-23	1.88-23	8.93-22
80	2.02-23	2.23-23	8.83-22
90	2.31-23	2.58-23	8.66-22
100	2.59-23	2.91-23	8.44-22
200	4.85-23	5.65-23	6.3-22
300	6.38-23	7.55-23	5.02-22
400	7.47-23	8.95-23	4.25-22
500	8.30-23	1.00-22	3.75-22
600	8.29-23	1.08-22	3.41-22
700	9.46-23	1.15-22	3.16-22
800	9.89-23	1.21-22	2.97-22
900	1.02-22	1.25-22	2.82-22

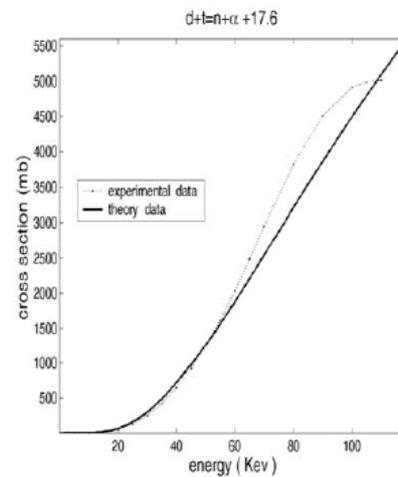
\* توجه کنید که به عنوان مثال  $1.22 \times 10^{-28}$  برابر است با  $1.22 \times 10^{-28} \text{ m}^3/\text{s}$

\* دینامیوهای سیگماوی  $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)$  است.

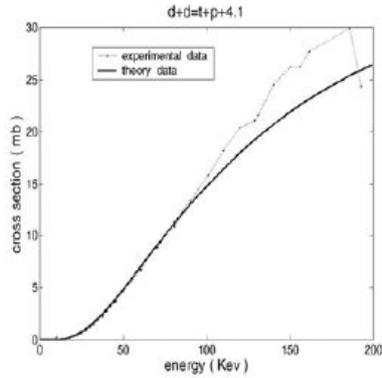
جدول ۲- مفادیر A و B همجنس  $N_i \tau$   $(KT)_{\text{opt}}$

برای واکنشهای مورد نظر

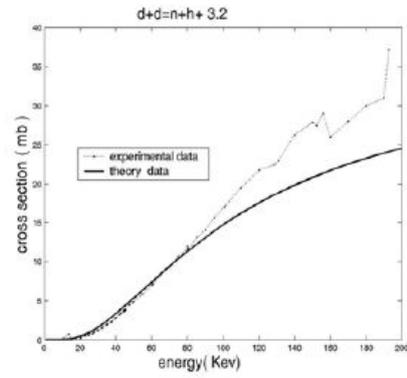
کمیت	ddh	ddt	dt
$A(\text{Kev}(\text{mb})^2)$	$9.07 \times 10^4$	$1.15 \times 10^7$	$5.13 \times 10^7$
$B(\text{Kev})^{-1}$	41.24	43.6	47.38
$N_i \tau_B \left(\frac{\text{s}}{\text{m}^3}\right)$	$1.15 \times 10^{23}$	$7.9 \times 10^{22}$	$7.9 \times 10^{22}$
$(KT)_{\text{opt}}(\text{Kev})$	104	132	25.66



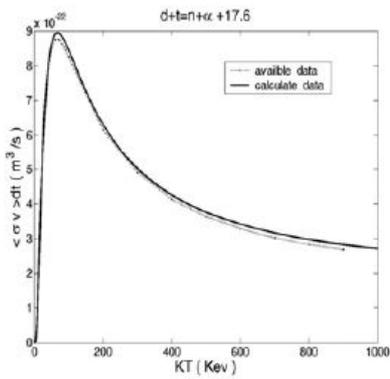
شکل (۱): نمودار سطح مقطع بر حسب انرژی برای واکنش dt



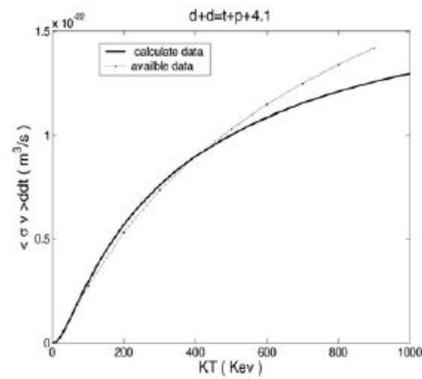
شکل (۳): نمودار سطح مقطع بر حسب انرژی برای واکنش ddt



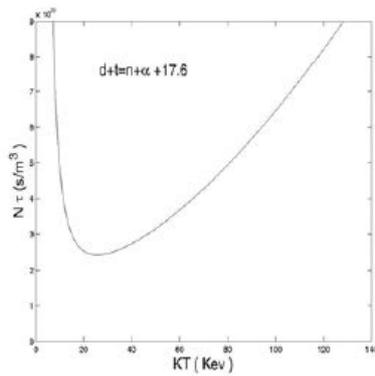
شکل (۲): نمودار سطح مقطع بر حسب انرژی برای واکنش ddh



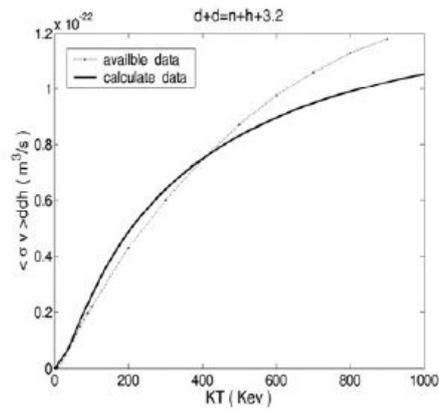
شکل (۵): نمودار سیگماوی بر حسب KT برای واکنش dt



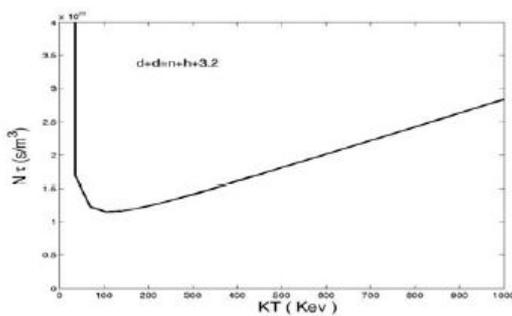
شکل (۴): نمودار سیگماوی بر حسب KT برای واکنش ddt



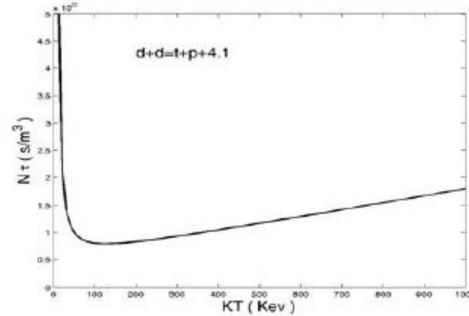
شکل (۷): باندهای شرط لایسون برای واکنش dt



شکل (۶): نمودار سیگماوی بر حسب KT برای واکنش ddh



شکل (۹): باندهای شرط لائوسون برای واکنش ddh



شکل (۸): باندهای شرط لائوسون برای واکنش ddt

### بحث و نتیجه گیری

مدل پیشنهادی برای سطح مقطع در انرژیهای پائین دارای جویهای قابل قبولی است. مقادیر محاسبه شده برای سیگما وی با داده های مراجع مختلف تطابق دارند. شکلهای ۷ تا ۹ به خوبی نشان می دهند که  $N_T \tau_E$  در یک دمای معینی به کمترین حد خود می رسد. کمترین مقدار  $N_T \tau_E$  شرط لائوسون است که آن را بدست آورده ایم. این نتیجه بسیار قابل استفاده است زیرا شرط لازم را بین چگالی ذرات و زمان حبس انرژی  $\tau_E$  و همچنین دمای سیستم تعریف می کند. اما عیب این سیستم این است که همه پارامترها را در نظر نگرفتیم. مثلاً ممکن است ثابت نگه داشتن بعضی از پارامترهای مختلف در طول زمان  $\tau_E$  امکان پذیر نباشند. ولی با این وجود این معادله از لحاظ عملی کاربردهای فراوانی دارد.

مراجع:

- [1] Dr.M.R.Eskandari ,principle of Nuclear Fusion ,Shiraz university press ,(1995).
- [2] V.T.Voroncheve and V.L.Kukuline , J.phys.G:Nucl.part.phys , vol.26,No.6,( 2000)
- [3] S.Atzeni, J.Meyer ,The physics of inertial Fusion ,oxford university press USA,( 2004).
- [4] W.B.Thompson,Thermonuclear reaction rate,The proceedings of the physical society ection B vol.70,No.445B,(1957 ).
- [5] WWW-nds.iaea.org/exfor/servelet/x4getsubent?subbid=101168002,(B.NRLMEN,7,1957).
- [6] WWW-nds.iaea.org/exfor/servelet/x4getsubent?subbid=280025002 (J,PHE,9,6,723,8511).
- [7] WWW-nds.iaea.org/exfor/servelet/x4getsubent?subbid=280025003(J,PHE,9,6,723,8511).
- [8] WWW-nds.iaea.org/exfor/servelet/x4getsubent?subbid=101157002(J,PRS/A,264,1319,445 196112).
- [9] WWW-nds.iaea.org/exfor/servelet/x4getsubent?subbid=120018002,(J,pR,93,483,1954).
- [10] R and Mcnally , R. and et al, Fusion Reactivity Graph and tables for charge and particle reactions ,oak,Ridge Nat.Lab , ORNL/TM6419 ,oak Ridge ,TN (1979).