

محاسبه‌ی چگالی تراز هسته‌ای و پارامتر قطع اسپین با استفاده از فرمول بت^۱

لیلاکبرزاده قلی دیزجی^۲، کارشناس ارشد فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مهاباد

عزیز بهکامی^۳، دکتری فیزیک هسته‌ای و عضو هیئت علمی دانشگاه شیراز و علوم تحقیقات فارس

چکیده

مطالعه‌ی اسپین تراز انرژی‌های هسته اطلاعات مفیدی راجع به ساختار هسته‌ای می‌دهند. با بررسی توزیع اسپین ترازها می‌توان پارامتر قطع اسپین را که در ارتباط مستقیم با ممان اینرسی هسته و در نتیجه شکل هسته می‌باشد را بدست آورد. پارامتر قطع اسپین در تمام کدهای آماری برای بررسی واکنش‌های هسته‌ای به کار برده می‌شود و یکی از پارامترهای مهم در محاسبات سطح مقطع واکنش‌های هسته‌ای است و بدست آوردن مقادیر صحیح آن بخصوص برای استفاده محققین علوم هسته‌ای حائز اهمیت می‌باشد. در این مقاله با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی دو پارامتر مربوط به فرمول بت برای تعدادی هسته محاسبه شده و نیز توزیع اسپینی تعدادی از هسته‌ها مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است و پارامتر مهم قطع اسپین و ممان اینرسی موثر محاسبه شده است.

کلیدواژه:

پارامتر قطع اسپین، ممان اینرسی موثر، پارامترهای چگالی تراز

مقدمه

چگالی تراز هسته‌ای^۴ (NLD) کمیته‌ی اساسی برای محاسبه سطح مقطع واکنش‌های هسته‌ای است و نیز در توصیف ویژگیهای هسته‌های برانگیخته و اطلاعات در مورد ساختار آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و در محاسبات مربوط به جذب نوترون و پروتون و واکنش‌های شامل هسته‌های رادیواکتیوی که در حال حاضر برای آزمایش قابل دسترسی نیستند و نیز داده‌های هسته‌ای برای علوم و تکنولوژی و کاربردهایی نظیر طراحی و برنامه چرخه سوخت راکتورهای پیشرفته از اهمیت بالایی بهره‌مند می‌باشد [1].

نظریه اهمیت چگالی ترازهای هسته‌ای و علیرغم پیچیدگی قابل توجه سیستم کوانتومی هسته، یافتن شیوه‌ی تئوری برای پیش بینی آن حائز اهمیت است. به دلیل اهمیت چگالی تراز هسته‌ای گروه‌های زیادی در دنیا به بررسی و تعیین پارامترهای مرتبط با آن پرداخته‌اند. از آنجمله میتوان به محاسبه پارامترهای مربوط به دو مدل دمای ثابت و فرمول بت و برازش چگالی تراز با داده‌های تجربی توسط وان اگدی^۵ [2] و همکارانش اشاره کرد که به برازش چگالی تراز با داده‌های تجربی و یافتن پارامترهای مربوط به مدل دمای ثابت و مدل $BSFG$ منتهی شد و نتایج حاصله نشان دهنده این واقعیت بود که این مدل‌ها با تقریب خوبی چگالی ترازهای تجربی را نتیجه می‌دهند [3].

¹ -Bethe formula

² -spinel@yahoo.com

³ -behkami@susc.ac.ir

⁴ -Nuclear Level Density

⁵ -T. Von Egidy

همچنین دای لگ^۱ و همکارانش [4] با یافتن پارامترهایی مربوط به مدل *BSFG* و برازش چگالی تراز با داده‌های تجربی به تحلیل این دو پارامتر پرداختند. با وجود محاسبات و بررسی‌های گروه‌های مختلف و با گذشت سالها پارامترهای مربوط به مدل‌ها به صورت کاملاً دقیق به دست نیامده‌اند. چگالی تراز هسته‌ای وابسته به اندازه حرکت زاویه‌ای به صورت [5]

$$\rho(E, J) = \frac{2J+1}{2\sigma^2} \exp\left(\frac{-J(J+1)}{2\sigma^2}\right) \rho(E) \quad (1)$$

می‌باشد درای‌نجا J اندازه حرکت زاویه‌ای و σ^2 پارامتر قطع اسپین است که در آن چگالی تراز همراه با پارامترهای قابل تنظیم a, δ به صورت

$$\rho(E) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \frac{1}{12a^4} \frac{\exp(\sqrt{a(E-\delta)})}{(E-\delta)^4} \quad (2)$$

نوشته می‌شود [3], [4] چگالی تراز و a پارامتر چگالی تراز برحسب MeV^{-1} و δ انرژی شیفت به عقب حالت پایه 7 برحسب MeV و E انرژی برانگیختگی برحسب MeV و σ پارامتر قطع اسپین است. در مدل گاز فرمی پارامتر قطع اسپین که در ارتباط با توزیع اسپین می‌باشد بدین گونه است: [6]

$$\sigma^2 = g \langle m_J^2 \rangle t = \frac{I_{eff}}{\hbar^2} t = \frac{I_{eff}}{\hbar^2} \sqrt{\frac{(E-\delta)}{a}} \quad (3)$$

$\langle m_J^2 \rangle$ میانگین مربعی تصویر اسپین ذره منفرد و t دمای هسته‌ای^۹ و I_{eff} ممان ای‌نرسی موثر^{۱۰} است. بادر نظر گرفتن فرض کره جامد هسته‌ای، گشتاور لختی جسم صلب مستقل از انرژی برانگیختگی به صورت $I_{rigid} = \frac{2}{5} \mu AR^2$ خواهد بود که

در آن μ جرم نوکلئون و A عدد جرمی و R شعاع هسته برابر با $1.25A^{\frac{1}{3}} (fm)$ فرمی است. گیلبرت و کمرون [7] با استفاده از $\langle m_J^2 \rangle = 0.158A^{\frac{2}{3}}$ پارامتر قطع اسپین را برای فرمول بت به صورت زیر محاسبه کردند (۴)

$$\sigma^2 = 0.0888A^{\frac{2}{3}} \sqrt{(E-\delta)a}$$

در این مقاله با استفاده از فرمول بت و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی جدید و برنامه نویسی‌های کامپیوتری پارامتر مهم چگالی تراز و پارامتر شیفت به عقب حالت پایه را برای تعدادی هسته به دست آورده ایم و با مقادیر محاسبه شده توسط دانشمندان^۸ چون *T. Von Egidy, Ignatyuk* مقایسه نموده ایم [8] و سپس به بررسی توزیع اسپینی تعدادی هسته پرداخته و با بدست آوردن پارامتر مهم قطع اسپین اطلاعاتی را جمع به ممان اینرسی مربوط بدست آورده ایم که میتواند در تعیین شکل هسته موثر واقع شود.

⁶ -Dilg

⁷ -Ground state back shift energy

⁸ -Spin cut-off parameter

⁹ -Nuclear temperature

¹⁰ -Effective moment of inertia

روش کار:

برای بدست آوردن (a) پارامتر چگالی تراز و (δ) پارامتر شیفت به عقب حالت پایه با استفاده از داده های آزمایشگاهی جدید [9] که از روش شمردن تعداد تشدیدنوترون مشاهده شده در جذب نوترون کم انرژی طی واکنش هایی نظیر اندرکنش ذرات α و نوترون حاصل شده اند برنامه نویسی های کامپیوتری در محیط *Matlab* صورت گرفته است.

NUCLIDE	OUR WORK		IGNATYUK		T. VON EGIDY	
	$a (MeV^{-1})$	$E_1 (MeV)$	$a (MeV^{-1})$	$E_1 (MeV)$	$a (MeV^{-1})$	$E_1 (MeV)$
³¹ P	2.5	-1.347
³⁶ Cl	3.51	-1.439	3.421	-2.457	3.7	-1.0
⁴⁰ K	4.9	-0.875	3.884	-2.71	4.6	-1.2
⁵⁵ Fe	4.776	-0.75
⁶⁰ Co	6.2	-1.789	6.774	-1.564	6.77	-1.24
⁶¹ Ni	5.1	-1.345	5.738	-1.269	6.10	-0.7
⁶⁷ Zn	6.8	-1.194	7.193	-1.28	7.95	-0.62
⁷⁷ Se	8.6	-1.269	9.114	-1.18	9.52	-1.05
⁸⁷ Sr	5.43	-1.278
⁴⁶ Sc	6.48	-1.354	5.74	-1.7	5.71	-2.18
²⁰ F	2.48	-3.23	1.849	-2.8	3.403	-3.187
⁵⁵ Cr	5	-0.72	5.15	-0.819	7.019	-0.75
⁹⁶ Mo	7.55	-0.05	12.95	-0.044	11.48	-0.03
¹²⁴ Sb	15.85	-0.73	13.076	-0.851	13.646	-0.75
¹⁵⁶ Gd	12.04	-0.27
²⁰² Hg	10.01	-0.225	9.805	-0.2	10.22	-0.186

جدول ۱: پارامترهای چگالی تراز در مقایسه با کار دیگر گروهها.

داده های آزمایشگاهی مورد استفاده شامل تعداد ترازهای هسته ای $N(E)$ و انرژی برانگیختگی $E (MeV)$ برای تعدادی هسته میباشد. برای محاسبه تعداد تراز انرژی به صورت تئوری از رابطه $N(E) = \int_0^E \rho(E) dE$ استفاده می کنیم. محاسبه مقدار فوق توسط برنامه های کامپیوتری نیازمند محاسباتی طولانی است. آنچه در این کار مورد تحقیق و بررسی است پیدا کردن مقادیر مناسب پارامترهای a و δ می باشد منظور از مقادیر مناسب و ارزشمند مقادیری از

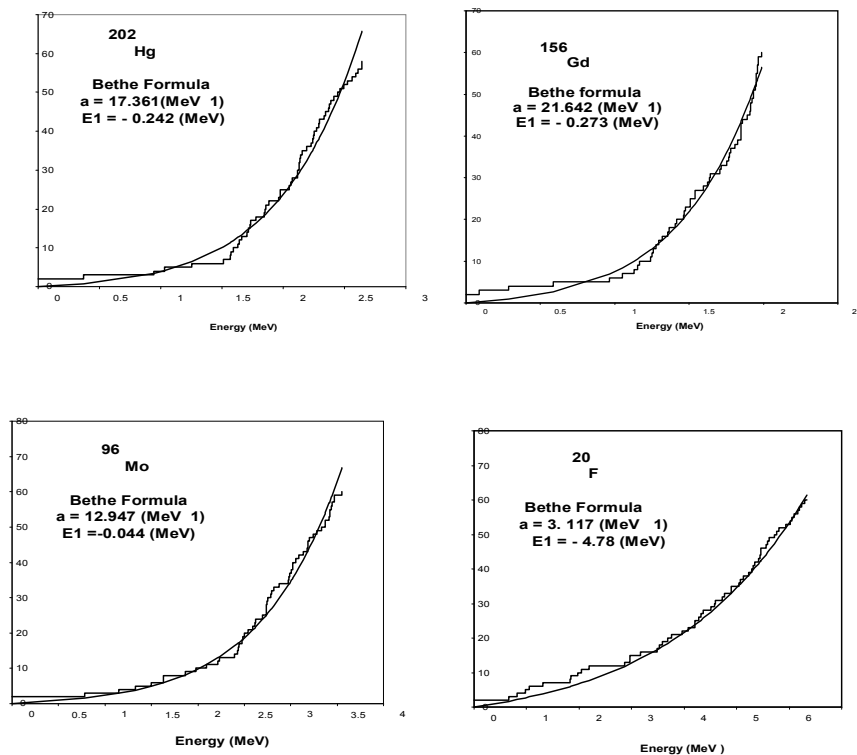
این دو پارامتر می‌باشد که مدل نظری بتواند به ازای آنها داده‌های تجربی را پیش بینی نماید. می‌توان مقادیر مناسب این دو پارامتر آزاد را جستجو کرد و آنها را به گونه‌ای در نظر گرفت که کمترین اختلاف میان تعداد ترازها از دید نظری و تجربی در انرژی‌های برانگیختگی ترازها باشد. تابع توزیع اسپینی به صورت

$$\rho(J) = \exp\left(\frac{-J^2}{2\sigma^2}\right) - \exp\left(\frac{-J(J+1)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

نشان داده میشود [10] در این مورد محاسبه دقیق پارامتر قطع اسپین دشوار است. در اینجا برآزش مقادیر تجربی تجربی این تابع توسط

$$\chi^2 = \sum_{J_1}^{J_2} \frac{(n(J) - F\rho(J))^2}{n(J)} \quad (6)$$

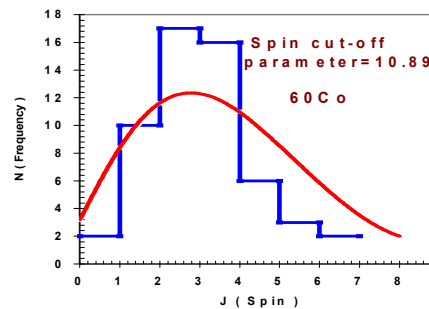
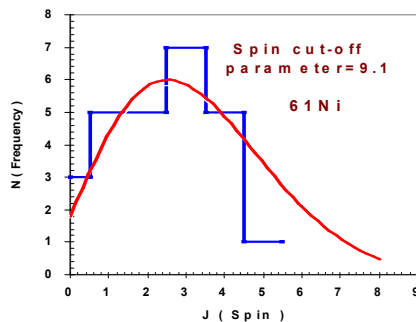
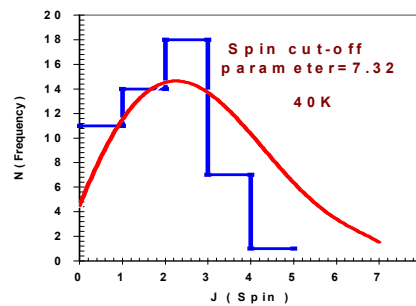
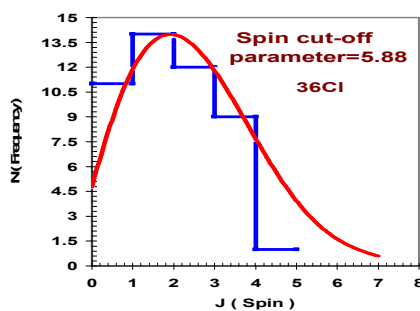
صورت می‌گیرد. پس از محاسبه پارامتر قطع اسپین می‌توان مقدار I_{eff} را از رابطه ۳ تعیین کرد. با مشخص شدن دو پارامتر مذکور نمودار حاصله از روش تئوری را به همراه نمودار تجربی رسم می‌کنیم. این کار برای تعدادی هسته در شکل ۱ آورده شده است.



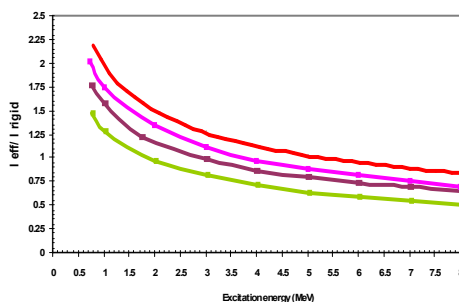
شکل ۱: نمودار تعداد ترازها بر حسب انرژی برانگیختگی در هسته‌های ²⁰²Hg, ⁹⁶Mo, ¹⁵⁶Gd, ²⁰F. نمودار پله‌ای تجربی و منحنی پیوسته مربوط به مقادیر تئوری فرمول بت می‌باشد.

با استفاده از داده‌های تجربی، تعداد ترازهای تجربی بر حسب اسپین را در برنامه وارد می‌کنیم و با استفاده از توزیع اسپینی تئوری به رسم منحنی تئوری می‌پردازیم هدف پیدا کردن پارامتر قطع اسپین است به گونه‌ای که کمترین اختلاف بین تعداد ترازها از دید نظری و تجربی را داشته باشیم شکل ۲ نمودارهای توزیع اسپینی چند هسته می‌باشند.

در شکل ۳ برای تعدادی از هسته‌ها I_{rigid} را بر حسب انرژی برانگیختگی رسم نموده ایم. در نهایت مقادیر بدست آمده دو پارامتر a و δ در جدول ۱ در مقایسه با گزارشات قبلی آورده شده‌اند.



شکل ۲: نمودار تعداد ترازها بر حسب اسپین در هسته‌های ^{36}Cl , ^{40}K , ^{60}Co , ^{61}Ni . نمودار پله‌ای تجربی و منحنی پیوسته تئوری می‌باشد.



شکل ۳: نمودار ممان اینرسی بر حسب انرژی برانگیختگی.

نمودارها به ترتیب از بالا به پایین مربوط به هسته‌های ^{40}K , ^{60}Co , ^{36}Cl , ^{61}Ni می‌باشند.

بحث و نتیجه گیری:

آنچه در شکل ۱ مشاهده می‌کنیم بیانگر توافق بین داده‌های تجربی و نتایج تئوری فرمول بت می‌باشد. آنچه نمایان است این مورد است که فرمول بت در اکثر موارد مطابقت نزدیکی با نتایج تجربی دارد. و این فرمول داده‌های تجربی را به خوبی پیش بینی می‌کند.

مقادیر بدست آمده دو پارامتر a و δ در جدول ۱ در مقایسه با گزارشات قبلی آورده شده‌اند. اختلاف موجود در مقایسه پارامترهای یک هسته در کارهای مختلف به این دلیل است که در این کار از داده‌های جدیدتر و برنامه‌های دقیق‌تر سود جسته ایم. البته این اختلاف چندان فاحش نیست و این بیانگر این مطلب است که کار موجود تاییدی بر گزارشات قبلی است. پارامترهای آزاد فرمول بت به گونه‌ای تعیین شده‌اند که فرمول بت به ازای این پارامترها بهترین پیش بینی را برای نتایج تجربی می‌نماید. با توجه به نمودارها تفاوت کمی بین نتایج تئوری و تجربی مشاهده می‌شود. دلیل این امر محدودیت در آشکار سازی ترازهای با انرژی بالا است. از آنجایی که فاصله بین ترازهای انرژی در بالای ناحیه ترازهای مجزای کم می‌باشد آشکار سازی این ترازها کاری بس دشوار خواهد بود و در داده‌های تجربی ثبت نشده‌اند.

در شکل ۲ توافق خوبی بین داده‌های تجربی و توزیع اسپینی تئوری نشان داده شده است. با بدست آوردن پارامتر قطع اسپین مناسب و برازش اسپین چگالی ترازهای هسته‌ای با داده‌های تجربی به توافق خوبی از نتایج حاصله دست یافتیم. در تفاوت بین ممان اینرسی موثر I_{eff} با ممان اینرسی جسم صلب I_{rigid} که با فرض کره جامد هسته‌ای تعیین شده مشاهده می‌گردد با توجه به این موضوع و انجام بررسیهای دیگر این اطلاعات می‌تواند در تعیین شکل هسته و نقض فرض کره صلب موثر واقع شود. البته محاسبات انجام شده بر روی تعدادی هسته صورت گرفته است برای کسب اطلاعات جامع‌تر می‌باید تعداد زیادی هسته مورد بررسی قرار بگیرند و از آنجایی که آشکار سازی ترازهای با انرژی بالا بسیار سخت است داده‌های تجربی دقیق‌تر می‌تواند در بررسی‌های بعدی آشکار کننده نتایج جدیدتری باشد.

مر اجع :

- [1]. Report of the Nuclear Physics and Related Computational Science R&D for Advanced Fuel Cycle Workshop, Bethesda Maryland, August 10-12, 2006.
- [2]. D. Bucurescu, T. Von Egidy, Phys. Rev. C72, 044311(2005); 73, 049901(E) (2006).
- [3]. T. Von Egidy, H. H. Schmidt, A. N. Behkami, Nucl. Phys. A 454 (1986) 109.
- [4]. W. Dilg et al., Nucl. Phys. A217(1973) 269.
- [5]. H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys. 9 (1937) 69.
- [6]. T. Ericson, Adv. Phys. 9(1960) 425.
- [7]. A. Gilbert and Cameron, J. Phys. 43 (1965) 1446.
- [8]. M. Gholami, M. Kildir, and A. N. Behkami, Theor. Phys. vol 47 (2007) 303.
- [9]. CNDC, China Atomic Energy Institute, Private Communication.
- [10]. T. S. Tveter, et al. Phys. Rev. Lett. 77 (1996) 2404.