

بررسی پتانسیل هسته‌ای قوی در مزون‌های سنگین با حل معادله ی لیپمن-شوئینگر

زهرا عین حصار[†]، مجید منعم زاده[‡]، محمدرضا هادی‌زاده[‡]

[†] گروه فیزیک دانشگاه کاشان، کیلومتر ۶ بلوار قطب راوندی، کاشان

[‡] دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

چکیده

معادله ی همگن لیپمن-شوئینگر برای حالت مقید دو کوارکی، برای مزونهای سنگین، با در نظر گرفتن برهمکنش هسته ای قوی در فضای پیکربندی حل شده است. با در نظر گرفتن اثر جفت شدگی اسپین دو کوارک در جرم مزون و محاسبه ی انرژی بستگی، ثابت جفت شدگی برهمکنش قوی برای حالت‌های اسکالر و برداری مزونهای دارای کوارک t تخمین زده شده است. نتایج محاسبات به خوبی کاهش مقدار ثابت جفت شدگی برهمکنش قوی با افزایش جرم مزونها را تایید می نماید.

۱- مقدمه

در مدل کوارکی تمام مزون ها در حالت مقید دو ذره q, \bar{q} می باشند و طبیعی است که روش های متداول در بررسی حالات کوانتومی دستگاههای دو ذره ای مثل هیدروژن و پوزیترونیم برای سیستمهای مزونی قابل اعمال باشد. با این حال دو تفاوت عمده در این سیستمها باید مد نظر قرار گیرد. اول آنکه برخلاف اتم هیدروژن و پوزیترونیم، نیروی برهمکنش از نوع هسته ای قوی است و نوع پتانسیل برهمکنش های قوی هسته ای هنوز به درستی شناخته نشده است. با تکیه بر حدسهای تجربی و با توجه به اینکه QCD از لحاظ ساختار بسیار همانند QED می باشد، تنها برای جملات غیرخطی که در سایه ی آزادی مجانبی تاثیر عمده در فواصل کم ندارند، می توان محاسبه ای انجام داد. از آنجا که گلوئون و فوتون ذراتی با اسپین یک و بدون جرم هستند، بنابراین منطقی به نظر می رسد که در پتانسیل جمله ای به صورت $\frac{1}{r}$ وجود داشته باشد. از سوی دیگر مجبوریم برای فواصل زیاد محبوس بودن کوارکها را نیز لحاظ کنیم، به این صورت که در

²⁶ نشانی الکترونیکی: monem@kashanu.ac.ir

²⁷ نشانی الکترونیکی: hadizade@khayam.ut.ac.ir

پتانسیل جملات افزایشی با r نیز باید اضافه گردد. در این مقاله با در نظر گرفتن جمله ی افزایشی خطی، پتانسیل را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$V(r) = -\frac{4\hbar c \alpha_s}{3r} + F_0 r \quad (1)$$

که در آن $F_0 = 16000$ مقدار ثابت نسبتاً بزرگی اختیار می شود [1]. دومین تفاوت سیستم های مزونی با اتم هیدروژن یا پوزیترونیم در این است که در مزونهای متشکل از کوارکهای سبک (u, d, s) فاصله ی بین ترازهای انرژی در مقایسه با جرم ذرات، زیاد کوچک نیستند و برای بررسی رفتار کوانتومی این مجموعه‌ها نمی توان از معادله ی شرودینگر که یک معادله ی غیرنسبیتی است کمک گرفت. برای رفع این معضل نگاه خود را معطوف به مزونهای متشکل از کوارکهای سنگین (c, b, t) می کنیم. مهمترین جمله ی تاثیر گذار در جرم مزونها اثرات اسپینی است، بطوریکه جرم یک مزون بر حسب جرم کوارکهای تشکیل دهنده ی آن از رابطه ی زیر تعیین می شود:

(۲)

$$M = m_1 + m_2 + A \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{m_1 m_2}$$

با توجه به مقادیر گزارش شده [2-6] برای جرم مزونهای سنگین اسکالر و برداری مشاهده شده در آزمایشگاه و همچنین جرم کوارکهای تشکیل دهنده ی آنها، جدول ۱، می توان با استفاده از معادله ی ۲ ثابت جفت شدگی اسپین دو کوارک را برای هر مزون محاسبه کرد. جدول ۲ مقادیر محاسبه شده برای ثابت A را برای دو مزون سنگین اسکالر B_c, η_c^{1s} و دو مزون سنگین برداری $J/\psi, Y$ نشان می دهد. با فرض خطی بودن تغییرات A بر حسب جرم کوارکهای تشکیل دهنده ی مزونها می توان A را برای مزونهای اسکالر و برداری تشکیل شده از کوارک سنگین t با برون یابی روی نتایج جدول ۲ محاسبه نمود.

جدول ۱: جرم کوارکهای سنگین.

quark	Mass [MeV]
t	174300
b	5174
c	1800

جدول ۲: جرم آزمایشگاهی مزون های سنگین مشاهده شده و مقادیر محاسبه شده متناظر برای ثابت جفت شدگی اسپین A.

<i>spin</i>	<i>meson</i>	<i>structure</i>	$A [MeV^3/c^6] \times 10^{10} / \hbar^2$
0	B_c	$b\bar{c}$	0.7127
	$\eta_c^{(1s)}$	$c\bar{c}$	0.2678
1	J/ψ	$c\bar{c}$	-0.6518
	Y	$b\bar{b}$	-9.55088

۲- معادله ی لیپمن-شوئینگر برای حالت مقید دو جسمی

در این بخش با حل عددی معادله ی همگن لیپمن-شوئینگر به محاسبه انرژی بستگی سیستم مقید دو کوارکی می پردازیم. معادله ی شرودینگر برای حالت مقید دو ذره ی برهمکنشی با پتانسیل V بصورت معادله ی انتگرالی زیر است:

$$|\psi_b\rangle = G_0 V |\psi_b\rangle \quad (3)$$

که در فضای پیکربندی بصورت زیر بازنویسی می گردد:

$$\langle \vec{r} | \psi_b \rangle \equiv \psi_b(\vec{r}) = -m \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \int_0^\infty dr' r'^2 \int_{-1}^1 dx' \int_0^{2\pi} d\phi' \frac{e^{-\sqrt{|E_b|}|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(\vec{r}') \psi_b(\vec{r}') \quad (4)$$

که E_b انرژی بستگی سیستم، $V(\vec{r}')$ پتانسیل برهمکنشی کوارکها و $|\vec{r}\rangle$ ویژه حالت های هامیلتونین آزاد سیستم در چارچوب مرکز جرم هستند. از آنجا که پتانسیل برهمکنشی معرفی شده در معادله ی (۱) موضعی است، لذا می توان معادله ی (۴) را برای حالت پایه بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\psi_b(r) = \int_0^\infty dr' \int_{-1}^1 dx' M(r, r', x') \psi_b(r') \quad (5)$$

بطوریکه:

$$M(r, r', x') = -m \sqrt{\frac{\pi}{2}} 2\pi \frac{e^{-\sqrt{|E_b|}\sqrt{r^2+r'^2-2rr'x'}}}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'x'}} r'^2 V(r') \quad (6)$$

معادله ی (۵) دارای فرم کلی ویژه مقداری زیر است:

$$K(E_b) |\psi_b\rangle = \lambda(E_b) |\psi_b\rangle \quad (7)$$

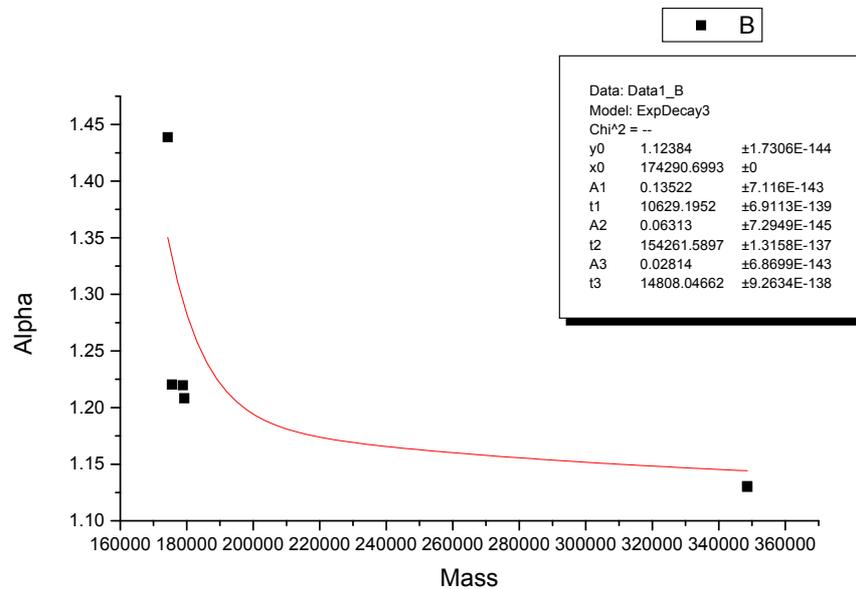
بطوریکه $\lambda = I$ بزرگترین ویژه مقدار مثبت، صرفنظر از نوع پتانسیل بکار برده شده است. ایده‌ی اصلی برای حل این معادله روش تکرار و تکنیک مورد استفاده تکنیک لکنزوس [۷] است، اما از آنجا که هیچ جابجایی‌ای در آرگومان تابع موج ظاهر نمی‌شود، می‌توان معادله‌ی (۵) را بدون استفاده از روش تکرار و با روش مستقیم حل کرد. برای حل عددی معادله‌ی انتگرالی دوگانه‌ی (۵) از روش گاوس-لژاندر بهره‌برده‌ایم، بطوریکه برای تغییر بازه‌ی انتگرال‌گیری r' از تغییر متغیر خطی استفاده کرده‌ایم. لازم به ذکر است که برای دستیابی به نتایج مطلوب در محاسبات تعداد نقاط شبکه گاوسی برای متغیرهای r, r', x' را صد نقطه در نظر گرفته‌ایم.

۳- تعیین ثابت جفت شدگی برهمکنش قوی برای ترکیبات مزونی دارای کوارک t

در این بخش به تخمین α_s برای حالت‌های اسکالر و برداری مزون‌های دارای کوارک سنگین t می‌پردازیم. با مشخص بودن ترکیب کوارکی مزون و همچنین حالت اسپینی آن می‌توان مقدار ثابت جفت شدگی اسپین A را با برون‌یابی روی داده‌های جدول ۲ محاسبه کرد و به تبع آن با معلوم شدن A می‌توان با کمک معادله‌ی (۲) جرم مزون را تعیین کرد. پس از تعیین جرم مزون می‌توان انرژی بستگی سیستم را، با استفاده از تفاضل جرم سیستم مقید دو ذره‌ای و کوارک‌های تشکیل دهنده‌ی آن، محاسبه نمود. مقادیر پیش‌بینی شده برای ثابت جفت شدگی اسپین دو کوارک و همچنین جرم مزون‌های اسکالر و برداری دارای کوارک سنگین t در جدول ۳ نشان داده شده‌اند. با داشتن انرژی بستگی سیستم مقید دو کوارکی و با حل معادله‌ی ویژه‌مقداری لیپمن-شوئینگر با پتانسیل معرفی شده در معادله‌ی (۱) می‌توان پارامتر α_s را به گونه‌ای تعیین نمود که انرژی بستگی پیش‌بینی شده را نتیجه دهد، به این صورت که با تغییر مقدار α_s در طیف ویژه مقادیر معادله‌ی (۷) مقداری از ویژه‌مقدار λ را جستجو می‌کنیم که برابر یک باشد. نتایج محاسبات برای تخمین مقدار α_s در نمودار ۱ نشان داده شده است. همانطور که برآزش داده‌های منحنی نشان می‌دهد و البته قابل انتظار نیز می‌باشد، مقدار α_s با افزایش انرژی، کاهش می‌یابد [۱]. البته پیش‌بینی می‌شود که با برونیابی در حد انرژی‌های بسیار بالا، یعنی در حد انرژی انفجار بزرگ، مقدار α_s به مقدار $\alpha_E = 1/137$ میل پیدا کند.

جدول ۳: ثابت جفت شدگی اسپین و جرم پیش بینی شده ی مزونهای اسکالر و برداری دارای کوارک سنگین t

<i>spin</i>	<i>structure</i>	$A [MeV^3/c^6] \times 10^{10} / \hbar^2$	<i>Mass [MeV]</i>
0	$t\bar{t}$	45.759	348588.703
	$t\bar{b}$	23.458	179278.913
	$t\bar{c}$	23.013	175549.871
1	$t\bar{t}$	-449.00	348563.049
	$t\bar{b}$	-231.49	178832.276
	$t\bar{c}$	-227.06	174290.699



شکل ۱: تغییرات ثابت جفت شدگی برهمکنش قوی برحسب جرم مزونهای دارای کوارک t.

مراجع:

- [1] D. Griffiths, Introduction to Elementary Particles, (1987) John Wiley & Sons.
- [2] A. Martin, CERN-PH-TH/2007-069, arXiv:0705.2353.
- [3] A. Juste et al., arXiv:hep-ph/0601112.
- [4] J. H. Kuhn, A. Scharf, P. Uwer, CERN-PH-TH/2006-222, TTP06-28, SFB/PPP-06-49. arXiv:hep-ph/0610335.
- [5] J. L. Rosner, arXiv:hep-ph/0612332.
- [6] T. Aaltonen et al., Phys. Rev. **D 75**, 111103(R) 2007.
- [7] A. Stadler, W. Glockle, P. U. Sauer, Phys. Rev. **C 44**, 2319 (1991).