مطالعه کوانتومی آهنگ همجوشی هسته ای مربوط به واکنش D-D در واکنش های کم انرژی با استفاده از حفره سازی آکوستیکی در حوضچه حاوی مایع دوتریومی

*سیده نسرین حسینی مطلق[1]، سلماز باستانی [1]، سمانه فرازیان[1]، هاجر کاظمی فرد [1]
[1]دانشکده فیزیک دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

چکیده

تاکنون چندین گزارش در مورد مشاهده وقوع همجوشی از طریق آزمایش های حفره ساز آکوستیکی با مایع دوتریومی ارائه شده است . نتایج بعضی از این گزارشات ، حاکی از این است که همجوشی گرماهسته ای در دماهای چندKeV در طول زمان حفره سازی آکوستیکی حباب (ABC) قابل انجام است . در اینجا ما مدل تئوری برای همجوشی (ABC) ارائه می دهیم که بر اساس مکانیسم چگالش بوز-انشتین (BEC) طراحی شده است . مدل تئوری ما دو چیز مهم را پیش بینی می کند . اولین پیش بینی آن است که ، برهمکنش کولنی مابین دو ذره باردار بوزونی برا ی حالتیکه تعداد بوزون های باردار،N، بزرگ باشد از بین می رود و بنابراین ضریب گاموف حذف می شود . دومین پیش بینی آن است که آهنگ همجوشی بستگی به احتمال اشغال حالت زمینه (BEC)دارد ، به جای آنکه تابع ضریب گاموف متداول باشد . این موضوع دلالت بر این دارد که همجوشی(ABC) در دماهای پایین تر قابل انجام است . همچنین تعدادی از آزمایش های انجام گرفته این پیش بینی ها را نیز تائید می نمایند.

واژه های کلیدی: حفره سازی، دوتریم، مایع، آهنگ، کوانتمی

مقدمه

اخیرا *Taleyarkan*و گروهش [1] تولید نوترون و تریتیوم را در مدت زمان آزمایش حفره سازی اکوستیکیشان با استون دوتریوم دارو دستگاه مولد پالس نوترونی ، مشاهده کرده اند. کمی قبل تر، آزمایش های حفره سازی آکوستیکی توسط *Stringham*، انجام شد . در اینجا ما میخواهیم مدلی تئوری را، برای واکنش هسته ای کم انرژی در یک سیستم چند جسمی گسترش دهیم تا بتواند واکنش های هسته ای غیرعادی فوق العاده کم انرژی را توصیف نماید. از روی جواب بدست آمده ، می توان فرمول تئوری را برای محاسبه احتمال آهنگ همجوشی هسته ای برای N هسته یکسان بوزونی که بدام افتاده اند ، ارائه کرد . این فرمول بندی تئوری دو پیش بینی مهم را ارائه می دهد . اولین پیش بینی این است که بر همکنش کولنی مابین دو بوزون باردار از بین رفته و برای حالت با N بزرگ ضریب گاموف متداول حذف می گردد . که این موضوع سازگاری با حدس دیراک دارد [2] ، این موضوع دلالت بر این دارد که ، برای Nبزرگ هر بوزون باردار مانند یک ذره مستقل در یک پتانسیل زمینه مشترک رفتار می کند و میانگین برهمکنش کولنی مابین دو بوزون باردار از بین می رود . دومین پیش بینی آن است که آهنگ همجوشی تابع احتمال چگالش بوز انشتین (BEC)حالت زمینه می باشد ، به جای اینکه تابع ضریب گاموف متداول باشد. بدین معنی که آهنگ همجوشی افزایش خواهد یافت

*hosseinimotlagh@iust.ac.ir

همانطور که دمای سیستم کاهش می یابد ، زیرا که احتمال اشغال حالت (BEC) در دماهای پایین تر بزرگتراست. این پیش بینی های تئوری دلالت بر این دارد که همجوشی ABC در دماها ی پایین ترقابل انجام است . با این تفکرات ذهنی ، ما قصد داریم که آزمایش های حفره سازی اکوستیکی را بهبوددهیم.

روش کار

مکانیسم چگالش بوز– انشتین

در این بخش ، N هسته بوزونی باردار محصورشده درداخل یک حباب را در نظر می گیریم . برای ساده تر شدن فرض می کنیم که پتانسیل همگن هماهنگی برای به دام انداختن یون در حباب وجود داشته باشد که بتواند تخمینی برای میزان بزرگی آهنگ های واکنش همجوشی باشد . هامیلتونی برای چنین سیستمی به صورت $H=\frac{-\hbar^2}{2m}\sum_{i=1}^{N}\Delta_i+\frac{1}{2}m\omega^2\sum_{i=1}^{N}r_i^2+\sum_{i<j}\frac{e^2}{|r_i-r_j|}$ است .که درآن m ، جرم در حال سکون هسته است ، که به منظور بدست آوردن جواب حالت زمینه ، ما از روش گسترش یافته معادلات دو جسمی خطی معادل $(ELTB)$ برای سیستم ها ی چند جسمی استفاده می نماییم[3]. برای تابع موج حالت پایه ، Ψ، از تقریبی که در زیر می آید ، استفاده می کنیم [4]:

$$\Psi(\vec{r_1},....,\vec{r_N})\cong\tilde{\Psi}(p)=\frac{\Phi(p)}{\rho^{(3N-1)/2}} \qquad (1)$$

که در آن $\rho=[\sum_{i=1}^{N}r_i^2]^{1/2}$ می باشد.در مرجع [4] ، نشان داده شده است که معادله تقریبی (۱) منجر به نتایج خوبی برای حالت N بزرگ می شود. لازمه اینکه $\tilde{\Psi}$ اصل وردش را ارضا نماید آن است که ، $\delta\int\tilde{\Psi}^*H\tilde{\Psi}\,d\tau=0$ و $\int\tilde{\Psi}^*\tilde{\Psi}\,d\tau=1$ باشد. بنابراین معادله شرودینگر برای حالت زمینه تابع موج $\Phi(p)$ به صورت زیر است:

$$[\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dp^2}+\frac{m}{2}\omega^2\rho^2+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{(3N-1)(3N-3)}{4\rho^2}+V(\rho)]\Phi=E\Phi \qquad (2)$$

که درآن $V(\rho)=\frac{N(N-1)}{\sqrt{2\pi}}\frac{\Gamma(\frac{3N}{2})}{\Gamma(\frac{3N}{2}+\frac{3}{2})}\frac{1}{\rho^3}\int_0^{\sqrt{2}\rho}V_{\text{int}}(r)(1-\frac{r^2}{2\rho^2})^{(\frac{3N}{2}-\frac{5}{2})}r^2dr$ می باشد [5]و در ازاء $V_{\text{int}}(r)=\frac{e^2}{r}$ ، $V(\rho)$ به صورت $V(\rho)=\frac{3N\Gamma(\frac{3N}{2})}{3\sqrt{2\pi}\Gamma(\frac{3N}{2}-\frac{3}{2})}\frac{e^2}{\rho}$ کاهش می یابد [4] جای متغیر ρ ، در معادله (۲) ما کمیت جدیدی بنام $\tilde{\rho}$ را به صورت $\tilde{\rho}=\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\rho$ تعریف می کنیم. با جایگذاری معادله $V(\rho)$ در معادله (۲) ، معادله زیر را داریم:

$$\frac{\hbar\omega}{2}[-\frac{d^2}{d\tilde{\rho}^2}+\tilde{\rho}^2+\frac{(3N-1)(3N-3)}{4\tilde{\rho}^2}+\frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\rho}}]\Phi=E\Phi \qquad (3)$$

که در آن $\tilde{\gamma}=\alpha\sqrt{\frac{mc^2}{\hbar\omega}}\frac{4N\Gamma(\frac{3N}{2})}{3\sqrt{2\pi}\Gamma(\frac{3N}{2}-\frac{3}{2})}$ می باشد. با $\alpha=\frac{e^2}{\hbar c}\cong 1/137$. جواب حالت زمینه معادله (۳) به صورت $\Phi(\tilde{\rho})=\sum_i c_i\,\tilde{\rho}^{\frac{3N-1}{2}}\,e^{-(\tilde{\rho}/\alpha_i)^2/2}$ بدست می آید که در آن c_i ، با استفاده از شرایط مرزی قابل تعیین است.

برهمکنش هسته ای کوتاه برد

به منظور محاسبه کردن آهنگ همجوشی هسته ای ، نیاز به تعیین بر همکنش هسته ای کوتاه برد بین دوترونها داریم. برای تحت الشعاع قرار دادن سهم موج فقط از نوع S، در انرژی های کم ، ما از قضیه اپتیکی برای فرمول بندی واکنش های هسته ای استفاده می کنیم ، که به صورت $\mathrm{Im}\, f_0^{\,n(el)}\approx\frac{k}{4\pi}\sigma^r$ نوشته میشود :که در آن $f_0^{\,n(el)}$ دامنه پراکندگی الاستیک هسته ای موج از نوع s می باشد و σ^r در فرم $\sigma^r=\frac{S}{E}e^{-2\pi\eta}$ داده می شود. که در آن $\eta=\frac{1}{2kr_B}$ و $r_B=\frac{\hbar^2}{2\mu e^2}$ و $\mu=\frac{m}{2}$ و $e^{-2\pi\eta}$ ضریب گاموف می باشد . برای هر یک از واکنش های $D(d,p)t$ ، $D(d,n)He^3$ ، $S\cong 55KeV-barn$ می باشد. دامنه پراکندگی الاستیک بر حسب ماتریس t ناشی از موج S ، $f_0^{\,n(el)}$، را می توان به صورت نوشت: $f_0^{\,n(el)}=\frac{2\mu}{\hbar^2k^2}<\Psi_0^{\,c}\,|\,t_0\,|\,\Psi_0^{\,c}>$ که د رآن $\Psi_0^{\,c}$ ، تابع موج کولنی می باشد . برای حالت N هسته بوزونی (دوترون ها) برای توجیه کوتاه برد بودن طبیعت نیروهای هسته ای ما بین دو هسته ، ناشی از پتانسیل کاذب فرمی $V_{ij}^{\,F}(\vec{r})$، که $\mathrm{Im}\,t_0=\mathrm{Im}\,V_{ij}^{\,F}(\vec{r})=-\frac{A_{ij}\hbar^2}{2}\delta(\vec{r})$ درمی آید استفاده می نماییم:که در آن آهنگ هسته ای ثابت A_{ij} توسط معادلات فوق به صورت $A_{ij}=\frac{2S_{ij}r_B^{\,ij}}{\pi\hbar}$ تعیین می شود.به طوری که در آن $r_B^{\,ij}=\frac{\hbar^2}{2\mu_{ij}z_iz_je^2}$ و $\mu_{ij}=\frac{m_im_j}{m_i+m_j}$. S_{ij}، همان فاکتور S برای دو هسته همجوشی کننده می باشد که آن دو را با j,i از هم جدا کرده ایم .

آهنگ ها و احتمالات همجوشی

برای N هسته بوزونی مشابه (دوترون ها) که در حباب محصورشده اند ، آهنگ همجوشی هسته – هسته (دوترون–دوترون) ، در حالت زمینه با تابع موج Ψ برای دوترون های به دام افتاده در داخل حباب به صورت $R_b=-\frac{2\Omega}{\hbar}\frac{\sum_{i<j}<\Psi\,|\,\mathrm{Im}\,V_{ij}^{\,F}\,|\,\psi>}{<\Psi\,|\,\Psi>}$ داده می شود.که در آن $\mathrm{Im}\,V_{ij}^{\,F}$ ، قسمت موهومی پتانسیل فرمی می باشد ، که با معادله $\mathrm{Im}\,t_0=\mathrm{Im}\,V_{ij}^{\,F}(\vec{r})=-\frac{A_{ij}\hbar^2}{2}\delta(\vec{r})$، تعیین می شود و Ω احتمال اشغال حالت زمینه است . با جایگذاری معادله (۱) در معادله مربوط به R_b بدست می آوریم:

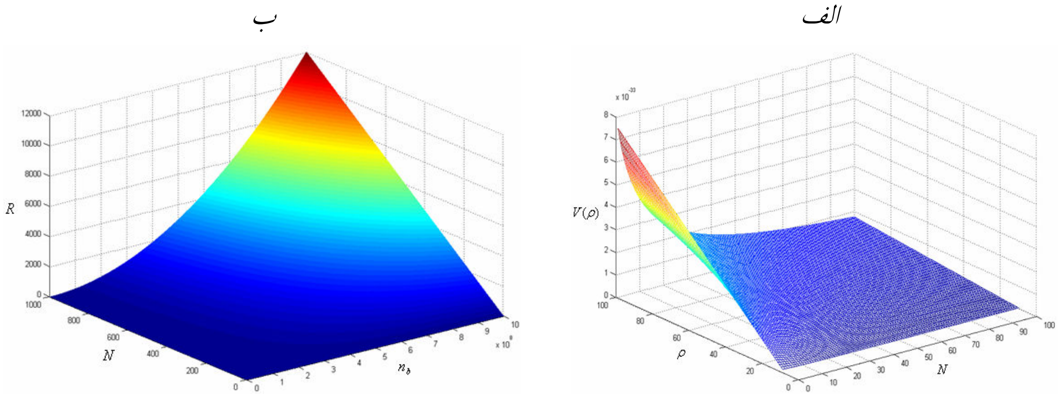
$$R_b = \frac{\Omega A N(N-1)\Gamma(\frac{3N}{2})\int_0^\infty \Phi^2(\rho)\rho^{-3}d\rho}{2(2\pi)^{3/2}\Gamma(\frac{3N}{2}-\frac{3}{2})\int_0^\infty \Phi^2(\rho)d\rho} \qquad (4)$$

برای N های بزرگ ، ما از جواب تقریبی $\Phi(\rho) \cong \tilde{\rho}^{\frac{3N-1}{2}} e^{-(\frac{\tilde{\rho}}{\alpha_i})^2/2}$ استفاده می کنیم :که در آن $\alpha_i = (\xi/3)^{1/3}$ ، $\xi \approx \sqrt{\frac{mc^2}{2\pi\hbar\omega}}\alpha N$ و $\tilde{\rho} = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\rho$. با استفاده از معادله های فوق $R_b = \frac{3\Omega A N}{4\pi\alpha}\sqrt{\frac{\hbar\omega}{mc^2}}(\frac{m\omega}{\hbar})^{3/2}$ بدست می آوریم.و این معادله را به فرم $R_b = \Omega B N\omega^2$ دوباره بازنویسی می نماییم .که در آن $B = \frac{3A}{4\pi\alpha}(\frac{m}{\hbar c})$ می باشد. مقدارچشمداشتی $<r>$ در حالت زمینه برای هسته های بوزونی که در حباب محصورشده اند را می توان با استفاده از تابع موج حالت زمینه ، معادله $\Phi(\rho) \cong \tilde{\rho}^{\frac{3N-1}{2}} e^{-(\frac{\tilde{\rho}}{\alpha_i})^2/2}$، محاسبه کرد : $<r> = (\sqrt{3/4\pi}\alpha\frac{\hbar c}{m}\frac{N}{\omega^2})^{1/3}$. و با استفاده از رابطه $n_B = N/<r>^3$ که n_Bدانسیته هسته های بوزونی در حباب می باشد ، در ازاء حالت با N بزرگ ، ωرا به صورت $\omega^2 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\alpha(\frac{\hbar c}{m})n_B$ بدست می آوریم:که در آن $\alpha = e^2/\hbar c$. بنابراین از $R_b = \Omega B N\omega^2$ می توان R_bرا بر حسب n_B ، به صورت $R_b = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\Omega B\alpha(\frac{\hbar c}{m})Nn$ نوشت .

نتایج

به منظور تعیین آهنگ همجوشی کل ، ما از حباب های حفره ساز چند تایی استفاده می کنیم . برای حالت حباب های حفره ساز چندتایی که در داخل هر حباب ، N هسته بوزونی وجود دارد ، چگالی عددی حبابی n_b(تعداد حباب ها در واحد حجم) را به صورت معرفی $n_b = \frac{N_b}{N}$ می کنیم که د رآن N_b کل چگالی هسته های بوزونی در داخل حباب ها بر واحد حجم می باشد و N معرف ، میانگین تعداد هسته های بوزونی در هر حباب است . برای این حالت ، آهنگ همجوشی کل هسته ای R بر واحد حجم در واحد زمان عبارت است از : $(R = n_b R_b)$ یا $R = n_b\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\Omega B\alpha(\frac{\hbar c}{m})Nn_B$ یادآور می شویم که حقیقت خیلی مهمی که وجود دارد آن است که هم R_b و هم R بستگی به ضریب گاموف ندارند ، علی رغم اینکه در تئوری پیشنهادی متداول برای هسته های همجوشی کننده در فضای آزاد این بستگی وجود دارد . این موضوع در توافق با حدسی که توسط دیراک ارائه شده ، می باشد .[5] این موضوع دلالت بر این دارد که ، برای N بزرگ هر بوزون باردار مانند یک ذره مستقل در یک پتانسیل زمینه مشترک رفتار می کند و میانگین برهمکنش کولنی مابین دو بوزون باردار از بین می رود . از سوی دیگر ، آهنگ های واکنش R_b و R متناسب با Ω می باشند که انتظار می رود با کاهش دما ، افزایش یابند .با استفاده از $S = 110 KeV - barn$، برای هر واکنش هسته ای دوترون –دوترون از معادله $A_{ij} = \frac{2S_{ij}r_B^{ij}}{\pi\hbar}$ در می یابیم که ثابت آهنگ هسته ای برابربا $A \approx 1.5\times10^{-6} cm^3/\sec$ است .و با استفاده از معادله های فوق

$B = 2.16\times10^{-27}\sec$ را داریم :با استفاده از B داده شده در بالا، آهنگ کل همجوشی R بر واحد زمان بر واحد حجم ، معادله $R = n_b\sqrt{\frac{3}{4\pi}\Omega B\alpha(\frac{\hbar c}{m})}Nn_B$ می توانـد بـه صـورت $R = n_b n_B NC\Omega$ آورده شـود :کـه در آن $C \cong 1.2\times10^{-15}cm^3/s$ و n_b چگالی عددی حباب و n_B میانگین چگالی عددی هسته هـای دوتـرون در یـک حباب است . تنها پارامتر نا شناخته از معادله $R = n_b n_B NC\Omega$، احتمال اشغال حالت پایـه ، BEC یعنـی Ω مـی باشد که در محدوده $0 \le \Omega \le 1$ تغییر می نماید.



شکل (۱–الف) نمودار تغییرات پتانسیل بر حسب N و ρ شکل (۱–ب) نمودار سه بعدی تغییرات آهنگ همجوشی کل با N و n_b

با استفاده از معادله $V(\rho)$ می توان نمودار تغییرات پتانسیل را بر حسب N و ρ رسم کرد که در شکل(۱–الف) آمـده است . در شکل (۱–ب) نمودار تغییرات آهنگ همجوشی کل با استفاده از معادله $R = n_b n_B NC\Omega$ در ازاء تغییـرات N و n_b رسم شده است . در جـدول (۱) مقـادیر عـددی آهنـگ همجوشـی واکـنش همجوشـی $D-D$ در ازاء انتخـاب حالـت هـا ی مختلـف $N=10$ ، $N=10^2$ ، $N=10^3$ ، $N=10^4$ و $N=10^5$ و اختیـار کـردن احتمـالات مختلف اشغال حالت پایه با استفاده از معادلـه $R_b = \sqrt{\frac{3}{4\pi}\Omega B\alpha(\frac{\hbar c}{m})}Nn$ و $n_B = N/<r>^3$ و $<r>\cong10^{-4}cm$، محاسبه شده و آورده شده است .

جدول (۱) مقادیر عددی R در ازاء انتخاب N ها و Ω های مختلف

Ω	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
R (at N=10)	4.5887e-013	4.5887e-012	4.5887e-011	4.5887e-010	4.5887e-009	4.5887e-008
R (at N= 10^2)	4.5887e-011	4.5887e-010	4.5887e-009	4.5887e-008	4.5887e-007	4.5887e-006
R (at N= 10^3)	4.5887e-009	4.5887e-008	4.5887e-007	4.5887e-006	4.5887e-005	4.5887e-004
R (at N= 10^4)	4.5887e-007	4.5887e-006	4.5887e-005	4.5887e-004	0.0046	0.0459
R (at N= 10^5)	4.5887e-005	4.5887e-004	.0046	4.5887e-010	0.4589	4.5887

بحث ونتیجه گیری

فرمول تئوری ما آهنگ همجوشی هسته ای کل R بر واحد زمان بر واحد حجم توسط معادلـه $R = n_b n_B NC\Omega$ را مشخص می کند که سه پیشنهاد زیر را به همراه دارد : پیشنهاد اول : R بستگی به ضریب گاموف نـدارد علـی رغـم اینکه تئوری قراردادی برای همجوشی هسته ای در فضای آزاد به این ضریب وابسته است . این هم ارز با گمان دیراک است[.پیشنهاد دوم : R با کاهش دما افزایش می یابد زیرا Ω با کاهش دمـا افـزایش مـی یابـد .پیـشنهاد سـوم : R متناسب با $n_b N n_B = n_b N^2 < r >^{-3}$ می باشد که در آن N میانگین تعداد هسته هـای بـوزونی در یـک حبـاب منفرد است و $< r >$ میانگین اندازه حباب ها است .پیشنهاد اول و دوم دلالت بر این دارند کـه همجوشـی هـسته ای حفره ساز اکوستیکی می تواند در دماهای پایین تر ، قابل انجام باشد . این پیشنهادات تئوریکی به طـور آزمایـشی نیـز آزموده شده اند.

مراجع

1. R.P. Taleyarkhan et al., Science **295**, 1898 (2002).
2. P.A.M. Dirac, “The Principles of Quantum Mechanics” (second edition), Clarendon Press, Oxford (1935), Chapter XI, Section 62.
3. Y.E. Kim and A.L. Zubarev, , Italian Physical Society Proceedings **70**, 375 (2000).
4. Y.E. Kim and A.L. Zubarev, , Physical Review A**64**, 013603 (2001).