# تعیین معادلات تحلیلی غیرخطی توان توقفی یون‌های دوتریوم 40 MeV در لیتیوم مایع در سیستم IFMIF

**محمد رضا اسکندری[۱]، سید علیرضا علوی[۲*]**

*۱- بخش فیزیک- دانشگاه شیراز*

*۲- گروه فیزیک – دانشگاه سیستان و بلوچستان*

## چکیده

*سیستم IFMIF (امکانات بین‌المللی جهت پرتودهی مواد همجوشی) نقش مهمی در انتخاب و ارزیابی عناصر و مواد دیواره اولیه رآکتورهای همجوشی هسته‌ای دارد. بنابراین مطالعه اجزا و ساختار آن اهمیت ویژه‌ای دارد. با توجه به فقدان داده‌های تجربی مربوط به فرآیند کندشدن یون‌های دوتریوم در داخل هدف لیتیومی، نتایج حاصل از برنامه‌های شبیه‌سازی کامپیوتری می‌تواند مفید باشد. در این مقاله، به منظور بدست آوردن یک معادله تحلیلی برای توان توقفی کل، با استفاده از برازش غیر خطی داده‌های حاصل از برنامه کامپیوتری SRIM معادلاتی برای توان توقفی برازش و در بازه‌های انرژی مختلف تحلیل خطا شده است. این معادلات، می‌تواند پارامترهای کند شدن را در محدوده انرژی‌های* $E \le 0.08\,MeV$ *و* $E > 0.08\,MeV$ *بدهد که میانگین خطای نسبی هرکدام به ترتیب،* 0.94% *و* 0.51% *محاسبه شده است.*

*کلید واژه: دوتریم، لیتیوم، برازش، همجوشی هسته‌ای، IFMIF*

## مقدمه

سیستم IFMIF[۶] ابزاری است که اساس کار آن واکنش اساس کار همجوشی هسته ای دوتریم – لیتیوم است. این سیستم طوری طراحی شده است که ابزار شتاب‌دهنده‌ی آن، یون‌های دوتریم را تا انرژی 40 MeV شتاب داده و آن‌ها را در دو دسته یون با زاویه‌ی 10 درجه، به سطح مقطعی ( $5\,cm \times 20\,cm$ ) از لیتیوم مایع و به چگالی $512\,kg/m^3$ می‌تاباند. لیتیوم مایع بصورت یک جت سیال و با سرعت $20\,m/s$ در یک حلقه، که جزئی از ابزار هدف در این سیستم می‌باشد در حرکت است. با برخورد یون های دوتریم پر انرژی به هدف لیتیومی، واکنش‌های هسته‌ای متفاوتی رخ می‌دهد که محصول تعدادی از این واکنش‌ها اشعه‌ی گاما و نوترون‌های با شار و انرژی بسیار بالا است (نوترون‌هایی با شار $5.8\times10^{14}\ n/cm^2.s$ و انرژی میانگین

* *s.a.alavi@phys.usb.ac.ir*

[6] *International Fusion Material Irradiation Facility*

7 MeV در دیواره‌ی اولیه‌ی این سیستم). از آن‌جایی‌که پیش‌بینی شده است که شار و انرژی میانگین نوترون‌ها در دیواره‌ی اولیه‌ی رآکتورهای همجوشی ITER (به ترتیب در حدود $3.9\times10^{14}$ n/cm$^2$.s و 3.6 MeV) و DEMO(به ترتیب در حدود $13\times10^{14}$ n/cm$^2$.s و 3.2 MeV) باشد، ابزار تست در این سیستم، می تواند ابزار بسیار مناسبی برای ارزیابی و تست مواد و عناصر انتخاب شده برای این رآکتورهای همجوشی باشد [1-3].

از آن جایی که یون‌های دوتریم با انرژی زیاد 40 MeV با احتمال زیاد، امکان واکنش با عناصری که باید توسط نوترون ها تست شوند را دارند، برای اینکه بتوان ارزیابی دقیق و مناسبی از آثار ناشی از تابش نوترون‌ها، ذرات $\alpha$ و فوتون‌های حاصل از واکنش، بر روی مواد مورد نظر داشت ضخامت جت سیال لیتیوم جاری در حلقه لیتیوم باید طوری طراحی شود که این ضخامت از برد یون‌های دوتریم در داخل هدف لیتیومی بیشتر باشد، تا دوتریم‌ها قبل از رسیدن به عناصر مورد بررسی کاملا متوقف شوند. از این رو مطالعه توان توقفی و به‌طورکلی فرآیند کند شدن و اتلاف انرژی یون‌های دوتریم در داخل لیتیوم ضروری است.

تئوری توان توقفی، یکی از قدیمی‌ترین تئوری‌های فیزیکی اتمی به حساب می‌آید که کاربرد گسترده‌ای در زمینه‌های مختلف فیزیک و به‌خصوص فیزیک هسته‌ای دارد [4]. توان توقفی بصورت میزان اتلاف انرژی در واحد طول تعریف می‌شود و از فرم کلی معادله زیر تبعیت می‌کند

$$S(E)=\frac{dE}{dx} \qquad (۱)$$

چنانچه انرژی یون‌ها که از حد نسبیتی محض خود فاصله داشته باشد، اتلاف انرژی یون‌ها از طریق برهمکنش‌های کشسان و غیر کشسانی خواهد بود که بین یون‌ها و الکترون‌های اتم هدف و یون‌ها و هسته‌های اتم هدف صورت می‌گیرد. میزان انرژی که یون از طریق برهمکنش با الکترون‌های اتم هدف در واحد طول ماده هدف، از دست می‌دهد توان توقفی الکترونیکی نامیده می‌شود و با $S_e$ نشان داده می‌شود. توان توقفی هسته‌ای $S_n$،تعریفی مشابه توان توقفی الکتریکی دارد با این تفاوت که در این حالت، یون انرژی خود را از طریق برهمکنش با هسته‌های اتم هدف از دست می‌دهد. توان توقفی کل را می‌توان بصورت مجموع توان توقفی الکترونیکی و هسته‌ای بدست آورد.

$$S(E)=S_n(E)+S_e(E) \qquad (۲)$$

برای توان توقفی تاکنون معادلات تحلیلی و همچنین معادلات نیمه تجربی متعددی ارائه شده است که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان از معادله تحلیلی توان توقفی الکترونیکی *Bethe – Bloch* و معادلات توان توقفی نیمه‌تجربی Ziegler نام برد. معادلات توان توقفی نیمه‌تجربی Ziegler با استفاده از برازش داده‌های تجربی بدست‌آمده‌اند [5-7].

## روش کار

ازسال 1960 تاکنون، روش‌های شبیه‌سازی کامپیوتری زیادی برای محاسبه‌ی نحوه‌ی حرکت یون‌ها در داخل ماده‌ی هدف و شبیه‌سازی فرآیند کندشدن آن‌ها توسعه یافته است که ایده‌ی بنیادی همه‌ی این روش‌ها شبیه‌سازی برخوردهای یون‌ها با الکترون‌ها و هسته‌های اتم هدف می‌باشد و معمولاً کند شدن الکترونیکی بصورت یک نوع نیروی اصطکاکی که یون را کند می‌کند در نظر گرفته می‌شود. یکی از برنامه‌های شبیه‌سازی فرآیند کندشدن، برنامه کامپیوتری SRIM 2006 که بر اساس بر همکنش‌های کوانتوم مکانیکی و آماری یون‌ها با محیط هدف، عمل می‌کند. این برنامه، یک برنامه‌ی شبیه‌سازی مونت‌کارلو به‌حساب می‌آید و می‌تواند توان توقفی هسته‌ای و الکتریکی، برد و تفرق طولی و عرضی یون‌ها در داخل محیط هدف را محاسبه کند. محاسبات بر اساس معادلات نیمه‌تجربی Ziegler و معادله Bethe-Bloch می‌باشد [8].

نتایج حاصل از یک برنامه کامپیوتری را می‌توان با استفاده از یک معادله تحلیلی برازش کرد و با در نظر گرفتن خطای برازش مقادیر مربوط به پارامترهای فرآیند کند شدن را از این طریق محاسبه کرد. این روش در مواردی که داده‌های تجربی موجود نیست (مانند فرآیند کندشدن یون‌های دوتریوم در داخل هدف لیتیومی) و نتایج تنها از طریق برنامه کامپیوتری بدست آمده می‌تواند بسیار مفید باشد. زیرا با استفاده از یک تابع تحلیلی دلخواه (تابعی که به فرم خاصی باشد و کمترین خطا را داشته باشد) می‌توان پارامترهای کندشدن را به راحتی محاسبه کرد و جملات متعدد معادله Bethe-Bloch را در ثابت‌های برازش شده‌ی این معادله‌ی تحلیلی لحاظ کرد.

در این مقاله، به منظور بدست آوردن یک معادله تحلیلی برای توان توقفی کل، با استفاده از نتایج حاصل از برنامه کامپیوتری SRIM (نتایج مربوط به پارامترهای توان توقفی در سیستم IFMIF) معادلاتی را برای توان توقفی برازش و در بازه‌های مختلف تحلیل خطا می‌کنیم.

## نتایج

توان توقفی هسته‌ای و الکترونیکی دو دسته یون دوتریوم با انرژی $40\,MeV$ و جریان $125\,mA$ که تحت زاویه‌ی 10 درجه به سطح مقطعی به ابعاد 5cm×20cm از جت سیال لیتیوم مایع با چگالی $0.512\,gr/cm^3$ تابیده شده است، با استفاده از کد کامپیوتری SRIM محاسبه شده است. لازم به ذکر است فرآیند کند شدن تنها در محدوده انرژی‌های بین $1\,keV$ تا $40\,MeV$ تحلیل و بررسی شده است. شکل (۱) نحوه‌ی تغییرات توان توقفی الکترونیکی، هسته‌ای و مجموع (توان توقفی کل) را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود توان توقفی هسته‌ای تنها در انرژی‌های کمتر از $E<100\,keV$ مقدار قابل توجهی دارد و در انرژی‌های بالاتر با دقت خوبی می‌توان از آن صرفنظر کرد. علاوه‌براین، برخلاف توان توقفی الکترونیکی که با کاهش انرژی یون‌ها مقدار آن افزایش یافته و به یک حد بیشینه می‌رسد و سپس به سرعت افت می‌کند، توان توقفی هسته‌ای با کاهش انرژی یون بطور صعودی افزایش پیدا می‌کند. علت این پدیده را می‌توان در خنثی شدن بار

ذرات باردار تابیده شده در انرژی‌های پایین (سرعت‌های کم) یافت. در انرژی‌های پایین ذرات باردار الکترون‌های اتم هدف را جذب می‌کنند و باعث خنثی شدن بار هسته‌ای خود می‌شوند. بار موثر $Z_1^*$، بار آماری خالص یونی است که تاحدودی خنثی شده است در سرعت‌های (انرژی‌های) مختلف احساس می‌کند. بار موثر بصورت تابعی از انرژی توسط *Northcliffe*، بصورت زیر ارائه شده است

$$\frac{Z_1^*}{Z_1} = 1 - \exp\left(\frac{-v_1}{v_0 Z_1^{2/3}}\right) \qquad (۳)$$

که در آن $Z_1$ و $v_1$ به ترتیب، عدد اتمی و سرعت ذره تابیده شده و $v_0$ سرعت بوهر $(v_0 = e^2/\hbar = 25\,keV/amu)$ است [9].

بنابراین در انرژی‌های پایین که نسبت بار موثر به بار خیلی کمتر از یک است، امکان بیشتری برای اتلاف انرژی از طریق برخوردهای کشسان و غیر کشسان با هسته‌های اتم هدف برای ذرات تابیده شده فراهم می‌شود و توان توقفی الکترونیکی بعد از نقطه‌ی بیشینه به سرعت افت می‌کند ولی توان توقفی هسته‌ای در این انرژی‌ها افزایش پیدا می‌کند.

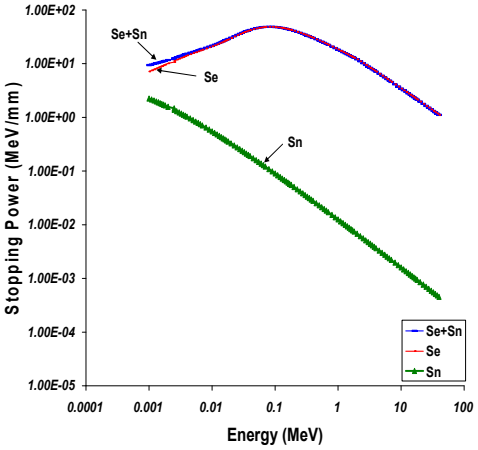
به منظور بدست آوردن یک معادله تحلیلی برای توان توقفی کل، از تابع زیر برای برازش مقادیر بدست آمده از برنامه کامپیوتری SRIM استفاده شده است.

$$f(E) = a_1 + a_2 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\frac{E}{a_3})}{a_4}\right)^2\right] \qquad (۴)$$

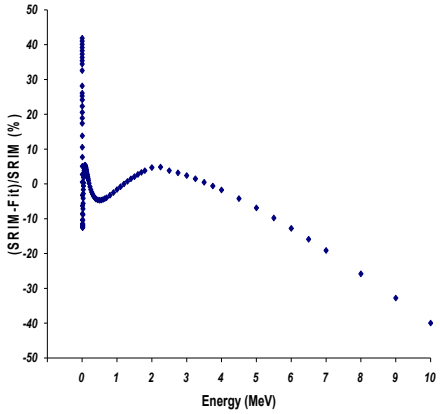
که مقادیر زیر برای ثابت‌های $a_i$ حاصل شده است.

$$a_1 = 3.981;\ a_2 = 41.93;\ a_3 = 0.083;\ a_4 = 1.71 \qquad (۵)$$

برازش غیرخطی این تابع با استفاده از نرم‌افزار SigmaPlot 10.0 (الگوریتمی که برای این برازش استفاده شده است الگوریتم Marquardt-Levenberg می‌باشد که شرح و توضیح آن به تفصیل در منبع [10] آمده است.) صورت گرفته است. میزان خطای نسبی که بصورت (SRIM-Fit)/SRIM تعریف شده است بصورت تابعی از انرژی ذرات تابیده شده در شکل (۲) نشان داده شده است.




شکل(۱) توان توقفی الکتریکی، هسته‌ای و کل




۲) تغییرات خطای نسبی با انرژی ذرات تابیده شده

همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود میزان خطای نسبی این معادله، با افزایش انرژی افزایش می‌یابد. بنابراین با وجود این‌که معادله (۴) توان توقفی کل را در تمام محدوده انرژی‌های ذرات تابیده شده می‌دهد ولی به‌دلیل افزایش خطا در انرژی‌های بالا، در این نواحی نمی‌تواند نتایج مناسبی بدهد و دامنه‌ی کاربرد آن به دقتی که مورد نظر باشد وابسته خواهد بود.

برای رفع مشکل بالا بودن خطای نسبی معادله (۴)، از دو معادله مجزا برای ناحیه قبل و بعد از پیک $(E = 0.08\,MeV)$ نمودار توان توقفی مربوطه استفاده شده است. در ناحیه اول (ناحیه انرژی‌های قبل از پیک) از تابع زیر برای برازش داده‌های موجود استفاده شده است.

$$f_1(E) = \frac{a_1 E}{a_2 + E} + \frac{a_3 E}{a_4 + E} + a_5 E\,; \qquad E \le 0.08\,MeV \qquad (۶)$$

که مقادیر زیر برای ثابت‌های $a_i$ حاصل شده است.

$$a_1 = 11.642;\ a_2 = 0.0005;\ a_3 = 699.75;\ a_4 = 0.2414;\ a_5 = -1721.01 \qquad (۷)$$

روش محاسبه، مشابه روشی بوده است که برای معادله (۴) ذکر شد.

شکل (۳) نحوه‌ی تغییرات خطای نسبی با انرژی ذرات تابیده شده را در ناحیه اول نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود میزان خطای نسبی بین $2.1\,\%$ و $-1.4\,\%$ نوسان می‌کند. بطور کلی میانگین خطای نسبی معادله (۶) در این ناحیه انرژی در حدود $0.94\,\%$ است.

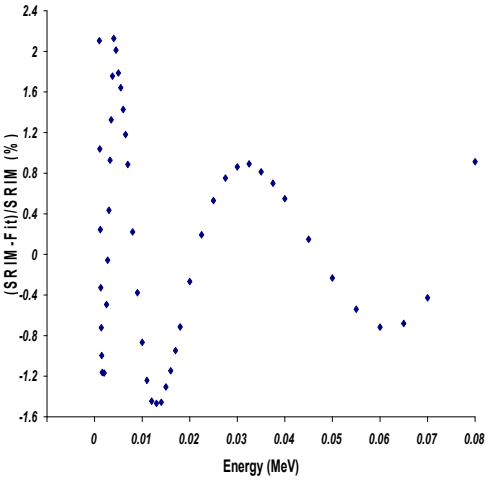
در ناحیه دوم (ناحیه انرژی‌های بعد از پیک) از تابع زیر برای برای برازش داده‌های موجود استفاده شده است.

$$f_2(E)=\frac{\sum_{i=0}^{4} a_i E^i}{1+\sum_{i=1}^{4} b_i E^i}\;; \qquad E>0.08\,MeV \tag{۸}$$

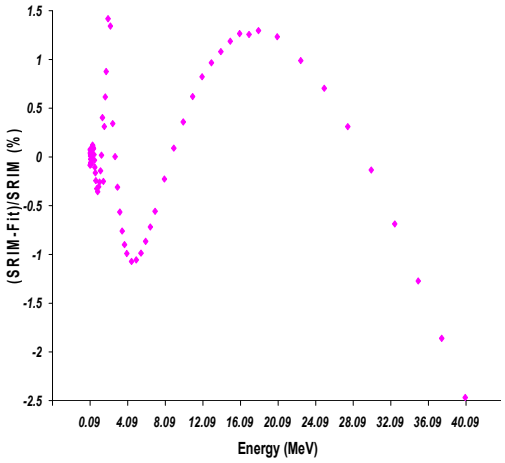
مشابه روشی که برای ناحیه اول بیان شد مقادیر زیر برای ضرایب ثابت $a_i$ و $b_i$ بدست آمده است.

$$\begin{aligned} &a_0=34.3;\ a_1=623.1;\ a_2=1551.3;\ a_3=-1353.3;\ a_4=-9.6\\ &b_1=5.1;\quad b_2=79.9;\quad b_3=-1.2;\quad b_4=-38.6;\quad b_5=0.03 \end{aligned} \tag{۹}$$

شکل (۴) نحوه‌ی تغییرات خطای نسبی با انرژی ذرات تابیده شده را در ناحیه دوم نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود میزان خطای نسبی بین 1.42 % و 2.46 % – نوسان می‌کند. بطور کلی میانگین خطای نسبی معادله (۸) در این ناحیه انرژی در حدود 0.51% است.




شکل (۳) خطای نسبی در ناحیه اول




شکل (۴) خطای نسبی در ناحیه دوم

## بحث و نتیجه‌گیری

در انرژی‌های بالا (انرژی در حدود MeV و بیشتر از آن) توان توقفی غالب توان توقفی الکترونیکی است. به‌طوری‌که می‌توان از توان توقفی هسته‌ای صرف‌نظر کرد. توان توقفی با کاهش انرژی یون‌ها در داخل محیط هدف بصورت $\frac{1}{E}$ افزایش می‌یابد و به یک حد بیشینه می‌رسد و سپس به سرعت افت می‌کند. در سیستم IFMIF توان توقفی بیشینه در انرژی $E=0.08\,MeV$ حاصل می‌شود.

با استفاده از معادله (۴) می‌توان پارامترهای کندشدن را بدست آورد. عیب این معادله این است که دارای خطای نسبی زیادی است و با افزایش انرژی میزان خطای نسبی افزایش می‌یابد. علت افزایش خطای نسبی، بازای افزایش انرژی، را می‌توان در کم بودن تعداد داده‌هایی که برنامه کامپیوتری SRIM در

انرژی‌های بالا برای این فرآیند (فرآیند کند شدن یون‌های دوتریم با انرژی $40\,MeV$ در داخل هدف لیتیوم خالص با چگالی $0.512\,gr/cm^3$) می‌دهد جستجو کرد.

معادلات (۶) و (۸) پارامترهای کند شدن را به‌ترتیب در محدوده انرژی‌های $E \le 0.08\,MeV$ و $E > 0.08\,MeV$ می‌دهند که میانگین خطای نسبی هرکدام 0.94% و 0.51% می‌باشد.

## مراجع

*[1]- Nakamura, H. et al. " Liquid Lithium Target under Steady State ultra High Heat Load of 1 GW/m2 Range for International Fusion Materials Irradiation Facility (IFMIF)." Fusion Eng. Design, Vol. 65, pp. 467. (2003).*
*[2]- Nakamura, H. et al. " Status of Activities on the Lithium Target in the key Element Technology Phase in IFMIF." J. Nucl. Mat. Vol. 307-311, pp. 1675. (2002).*
*[3]- Moeslang, A. et al. " The IFMIF Test Facilities Design." Fusion Eng. and Design Vol. 81, pp. 863. (2006).*
*[4]- Ahlen, S. P. "Theoretical and Experimental Aspects of the Energy Loss of Relativistic Heavily Ionizing Particles." Rev. Mod. Phys., Vol. 52, No. 1, pp. (1980).*
*[5]- Agnello, M. "Antiproton Slowing Down in $H_2$ and He and Evidence of Nuclear Stopping Power." Phys. Rev. Lett. Vol. 74. No. 3, pp. 371. (1995).*
*[6]- Mangiarotti, A, et al. "A Survey of Energy Loss Calculations for Heavy Ions Between 1 and 100 keV." Nucl. Inst. & Meth. A (In Press). (2007).*
*[7]- Agnello, M. "Antiproton Slowing Down in $H_2$ and He and Evidence of Nuclear Stopping Power." Phys. Rev. Lett. Vol. 74. No. 3, pp. 371. (1995).*
*[8]- Ziegler, J. F. SRIM2006. Available at URL address: <http://www.SRIM.org>.*
*[9]- Ziegler, J. F. "The Stopping of Energetic Light Ions in Elemental Matter." J. Appl. Phys. Rev. Appl. Phys Vol. 85. (1999).*
*[10]- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., and Vetterling, W. T. Numerical Recipes. Cambridge. (1986).*