



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

## اثر تغییرات سرعت اولیه الکترونهاي ثانوی در پدیده مالتی پکتینگ دو سطحی

مریم مستاجران، فاطمه قویسی

دانشگاه یزد، دانشکده علوم، دانشکده فیزیک

چکیده:

مالتی پکتینگ پدیده‌ای است که در سیستم‌هایی تحت میدان متناوب با فرکانس رادیویی (RF) اختلال ایجاد می‌کند. یکی از شرایط ایجاد مالتی پکتینگ برقراری شرط پایداری فاز است. در این مقاله معادله‌ای برای شرط پایداری براساس تغییرات فاز اولیه و تغییرات سرعت اولیه الکترون بدست آمده است. در اینجا بررسی پایداری فاز بصورت شبیه سازی عددی نیز انجام گرفته است. در این مقاله با در نظر گرفتن تغییرات سرعت اولیه الکترون علاوه بر تغییرات فاز اولیه برای شرایط پایداری، نواحی تشدید متقارنی نسبت به کارهای قبلی که آنها فقط تغییرات فاز اولیه را در نظر گرفته بودند، مشاهده شده است.

مقدمه:

مالتی پکتینگ (MP) که در حال حاضر مشکل جدی در وسایل میکروویو مدرن با توان بسیار بالا است، یک فرایند الکترونیکی تشدید است که اگر سیستم در معرض میدانهای RF و خلا قرار گیرد، ممکن است اتفاق بیفتد. موقعی که MP اتفاق می‌افتد تعداد زیادی الکترون بوجود می‌آیند که با توان RF در سیستم تداخل پیدا می‌کنند که اثرات آن، از بین رفتن خلا، تخلیه الکتریکی و آسیب رسیدن به سیستم است. برای مقابله یا حذف این پدیده باید شرایط ایجاد این پدیده را بخوبی شناخت. در واقع مالتی پکتینگ زمانی رخ می‌دهد که سه شرط اساسی زیر برقرار باشند [۱]:

۱- الکترونها باید در مضرب صحیحی از نیم تناوب ولتاژ میدان الکتریکی از سطحی به سطح دیگر برخورد کنند (شرط تشدید). ۲- تعداد الکترونهاي ثانویه تولید شده،  $\delta$  (ضریب الکترون ثانوی) به ازای هر الکترون برخوردی اولیه بزرگتر از ۱ باشد. (شرط فیزیکی مسئله) ۳- شرط پایداری.

مالتی پکتینگ اولین بار در سال ۱۹۳۴ شرح داده شده است [۲]. در [۳] فرمولبندی تئوری برای صفحات موازی MP بسط یافته است که اکنون این فرمولبندی‌ها بعنوان تئوری  $k$  ثابت شناخته می‌شود. مقدار  $k$ ، نسبت سرعت الکترونهاي برخوردی به صفحات به سرعت اولیه الکترون گسیلی است. بجای نسبت تحمیلی  $\frac{v_i}{v_0}$  ثابت، تئوری  $v_0$  ثابت پذیرفته شد که  $v_0$  معادل چند ولت است. در دهه ۸۰ از تئوری  $v_0$  ثابت، در اثرهای مهمی مانند پایداری فاز استفاده شده است [۴ و ۵]. شرط پایداری در پدیده مالتی پکتینگ بحث مهمی است. تئوری تشدید بیان می‌کند که



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ و دانشگاه اصفهان

مسیرهای پایدار الکترون یعنی مسیر الکترونیایی که فاز آنها، شرط تشدید و شرط پایداری را برآورده کنند، در گسترش مالتی پکتینگ شرکت می‌کنند. در مرجع [۶] شرط "ساده پایداری فاز" در نظر گرفته شده و مطابق با آن ناحیه تشدید که در آن مالتی پکتینگ رخ می‌دهد نشان داده شده است. شرط ساده پایداری بیان می‌کند که فازهای تشدید و فازهایی با اختلاف کوچک از فاز تشدید در ناحیه مالتی پکتینگ شرکت می‌کنند. در [۷] معادله‌ای برای فاکتور پایداری هنگامی که  $\Delta\theta$  کوچک نباشد، بدست آمده است. در [۷] به صورت تئوری و در [۸] با مقایسه با نتایج تجربی نشان داده شده است که "شرط اصلی پایداری فاز" باید در نظر گرفته شود تا بتوان پیش‌بینی بهتری برای نواحی که در آن مالتی پکتینگ اتفاق می‌افتد، داشته باشیم. شرط اصلی پایداری با در نظر گرفتن تغییرات فاز نسبتاً بزرگ از فاز تشدید، بدست آمده است و این در حالی است که سرعت الکترون ثانوی در هر پرواز مقداری ثابت در نظر گرفته شده است. تغییرات فاز از فاز اولیه‌بخاطر این مهم است که تغییرات فاز اولیه "قوت همگرایی فاز" را نشان می‌دهد. در واقع هر چه تغییرات فاز از فاز اولیه‌تر ناحیه بزرگتری از ناحیه پایداری باشند، MP در آن فاز شدیدتر و قوی‌تر است و هر چه تغییرات فاز اولیه‌تر ناحیه پایداری داشته باشد، آن فاز قوت کمتری دارد و زودتر از بین می‌رود. حال در این مقاله ما می‌خواهیم با در نظر گرفتن تغییرات فاز اولیه و تغییرات سرعت اولیه الکترون، شرط پایداری مالتی پکتینگ دو سطحی را به صورت تئوری و شبیه سازی عددی بررسی کنیم. در نظر گرفتن تغییرات سرعت در واقع ما را به واقعیت نزدیکتر میکند زیرا الکترون با یک سرعت مشخص از سطح جدا نمیشود و باید گستره‌ای از سرعتها را برای الکترون در نظر گرفت. در اینجا ما می‌خواهیم نشان دهیم که با استفاده از یک مدل ساده نیز می‌توان مالتی پکتینگ را توضیح داد. در این مقاله شبیه سازی عددی را با استفاده از روش رونگ کوتای مرتبه ۴ که یک روش انتگرال‌گیری است انجام داده‌ایم که با استفاده از آن فاز برخوردی الکترون به صفحات، انرژی و تعداد الکترون ثانوی و همچنین پایداری فاز را بدست می‌آوریم. در قسمت روش کار، معادله حرکت الکترون و شرایط پایداری را بیان کرده ایم. در بخش نتایج، نتیجه حاصل از در نظر گرفتن تغییرات سرعت اولیه الکترون با استفاده از روش تئوری و شبیه سازی عددی آورده شده است و در بخش آخر، نتیجه گیری از این مقاله بیان خواهد شد.

روش کار:

معادله حرکت الکترون:

معادله حرکت الکترون تحت میدان الکتریکی متناوب بین دو صفحه موازی با فاصله  $l$  بصورت زیر است:

$$\ddot{x} = \left(\frac{eU}{ml}\right) \sin \omega t$$



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

که مختصه  $x$  مکان ذره در هر لحظه نسبت به یکی از صفحات،  $\omega = 2\pi f$  که  $f$  فرکانس تشدید،  $U$  ولتاژ اعمالی بین دو صفحه و  $m$  جرم الکترون است. معادله بهنجار شده بصورت زیر باز نویسی می شود [۳]: (۱)

$$\lambda'' = \xi \sin \theta$$

$$\text{که در اینجا } \lambda = \frac{x}{l}, \theta = \omega t, \xi = \frac{U}{U_0}, \text{ و } U_0 = \frac{m\omega^2 l^2}{e} \text{ است [۴].}$$

با دوبار انتگرال گیری از معادله ۱، مسیر الکترون را بدست می آوریم:

$$\lambda = \xi(\theta - \theta_1) \cos \theta_1 + \xi(\sin \theta_1 - \sin \theta) + \beta_1(\theta - \theta_1) \quad (۲)$$

$\beta_1$  (مولفه قائم بهنجار شده سرعت اولیه الکترون ثانویه) است.

$$\beta_1 = \frac{\overline{v_{\perp}}}{\omega d} = \frac{2}{3} \frac{\overline{v}}{\omega d}$$

در محاسبات،  $\beta_1 = 2/63 \times 10^{-3}$ ،  $I = 4$  اینچ فرض شده است.  $\beta_1$  سرعتی معادل با انرژی ۲ev است [۶].

## بررسی شرایط پایداری:

برای اینکه الکترونی حرکت پایدار داشته باشد باید فاز آن مشخص باشد [۴]. فرض می کنیم  $\theta$  فاز اولیه میدان RF در ناحیه مالتی پکتینگ باشد. اگر  $\theta_2$  فاز الکترون به هنگام برخورد با صفحه دوم باشد ( $\lambda = 1$ ) آنگاه داریم: (۳)

$$1 = \xi(\theta_2 - \theta_1) \cos \theta_1 + \xi(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) + \beta_1(\theta_2 - \theta_1)$$

اختلاف فازها از یکدیگر در حالت تشدید بصورت،  $(\theta_2 - \theta_1) = (2n - 1)\pi$  است که  $n$  مرتبه مالتی پکتینگ است. (مرتبه مالتی پکتینگ دو سطحی، بصورت زمان جابجایی الکترون بین دو برخورد متوالی در مضرب فردی از نیم دوره تناوب RF تعریف می شود).

تغییرات فاز دوم الکترون، وابسته به تغییرات فاز اولیه و تغییرات سرعت اولیه الکترون ثانوی است [۶].

$$\Delta \theta_2 = a \Delta \theta_1 + b \Delta \beta_1 \quad (۴)$$

که در آن  $a = \frac{\Delta \theta_2}{\Delta \theta_1}$  و  $b = \frac{\Delta \theta_2}{\Delta \beta_1}$  است. اگر این تغییرات کوچک باشند،  $a$  و  $b$  از راه زیر بدست می آیند:

$$a = \lim_{\Delta \theta_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta_2}{\Delta \theta_1} = \frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_1} = \frac{(2n - 1)\pi \xi \sin \theta_1 + \beta_1}{2\xi \cos \theta_1 + \beta_1} \quad (۵)$$

$$\text{اگر } b = \lim_{\Delta \beta_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta_2}{\Delta \beta_1} = \frac{\partial \theta_2}{\partial \beta_1} = \frac{(2n - 1)\pi}{2\xi \cos \theta_1 + \beta_1} \quad (۶)$$

فاز اولیه الکترون یک اختلاف  $\Delta \theta$  از  $\theta$  (موقعی که مقادیر  $\xi$  و  $\beta_1$  ثابت هستند) داشته باشد، آنگاه فاز الکترونی که به صفحه دیگر برخورد می کند اختلاف  $\Delta \theta_2$  از  $\theta_2$  را خواهد داشت. نسبت  $\Delta \theta_2$  به  $\Delta \theta$  را فاکتور پایداری  $a$  نامند [۸]. شرط ساده پایداری این است که باید نسبت تغییرات فاز ثانوی الکترون به تغییرات فاز الکترون در

برخورد قبل از آن کوچکتر از ۱ باشد تا شرایط تشدید برقرار شود:  $|a| = \left| \frac{\Delta \theta_2}{\Delta \theta_1} \right| < 1$



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۱۷ و ۱۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

در [۶] نشان داده شده است که با کوچک بودن  $\Delta\theta$  و  $\Delta\beta_1$  بعد از  $N$  برخورد الکترون به صفحات، تغییرات فاز الکترون ثانوی به  $b$  وابسته نیست و برای بررسی پایداری فاز فقط در نظر گرفتن  $a$  کافی است. قبلاً بررسی شده است که تغییرات کوچک فاز اولیه و تغییرات کوچک سرعت از سرعت اولیه الکترون در ناحیه مالتی پکتینگشکرت می‌کنند. در اینجا با استفاده از معادله ای که بدست می‌آوریم نشان خواهیم داد که در نظر گرفتن تغییرات بزرگ فاز اولیه و تغییرات بزرگ سرعت اولیه الکترون ناحیه پایداری را گسترش می‌دهد و حتی نتایج شبیه سازی این ناحیه را گسترده تر پیش بینی می‌کند.

حال اگر این تغییرات را کوچک در نظر بگیریم، باید وابستگی تغییرات فاز الکترون ثانوی به تغییرات فاز اولیه و تغییرات سرعت اولیه الکترون را دوباره بررسی کرد. برای این حالت معادله حرکت را برای  $\theta_1 + \Delta\theta_1$ ،  $\theta_2 + \Delta\theta_2$  و  $\beta_1 + \Delta\beta_1$  دوباره باز نویسی می‌کنیم و جملات  $\cos(\theta_1 + \Delta\theta_1)$  را تا مرتبه دوم و  $\sin(\theta_2 + \Delta\theta_2)$  را تا مرتبه اول بسط می‌دهیم و از شرط تشدید استفاده می‌کنیم، در این صورت به معادله زیر دست می‌یابیم.

$$(\Delta\theta_2)^2 \left[ \frac{\sin\theta_1}{2} \right] - \Delta\theta_2 \left[ 2\cos\theta_1 - \Delta\theta_1 \sin\theta_1 + \frac{\beta_1 + \Delta\beta_1}{\xi} \right] - \Delta\theta_1 \left[ \frac{\Delta\theta_1 (\sin\theta_1 - (\gamma n - 1)\pi \cos\theta_1)}{2} - (\gamma n - 1)\pi \sin\theta_1 - \frac{\beta_1 + \Delta\beta_1}{\xi} \right] - \frac{(\gamma n - 1)\pi \Delta\beta_1}{\xi} = 0 \quad (7)$$

در معادله بالا از  $\Delta\theta$  و  $\Delta\beta_1$  نمی‌توان چشم پوشی کرد و با مشخص بودن مقادیر میتوان با استفاده از روش تکرار،  $\Delta\theta_2$  را در طی ۳۰ برخورد الکترون بدست آورد. در اینجا فاکتور  $f_m(\theta) = \frac{\Delta\theta_{m+1}}{\Delta\theta_m}$  را برای بررسی پایداری فاز استفاده می‌کنیم. نتایج حاصل از تئوری در بخش نتایج ذکر شده اند.

## شبیه سازی عددی:

برای فهم بهتر پدیده MP، از روش شبیه سازی استفاده می‌کنیم که از روش رونگ کوتای مرتبه ۴ بهره برده ایم. با استفاده از سرعت الکترون، مکان الکترون و فاز برخوردی به صفحات را طی ۳۰ برخورد بدست آورده ایم. در این مقاله مش مناسب روش رونگ کوتا برای استخراج فازهای مناسب  $2 \times 10^{-6}$  در نظر گرفته شده است. از تقریب Vaughan برای بستگی انرژی الکترون ثانوی استفاده کرده ایم که در آن  $\delta_m = 1/6$  (بیشینه ضریب الکترون ثانوی) و  $u_m = 400 \text{ eV}$  (بیشینه انرژی) در نظر گرفته شده است. فرکانس میدان الکترونیکی،  $500 \text{ MHz}$  فرض شده است. با مقادیر مشخص  $\Delta\theta$  و  $\Delta\beta_1$ ، تغییرات ثانوی فاز الکترون ( $\Delta\theta_2$ ) را در برخوردهای متوالی بدست می‌آوریم. در اینجا نیز از فاکتور  $f_m(\theta) = \frac{\Delta\theta_{m+1}}{\Delta\theta_m}$  برای بررسی پایداری فاز استفاده می‌کنیم. در بخش زیر نتایج شبیه سازی آورده شده است.

## نتایج:

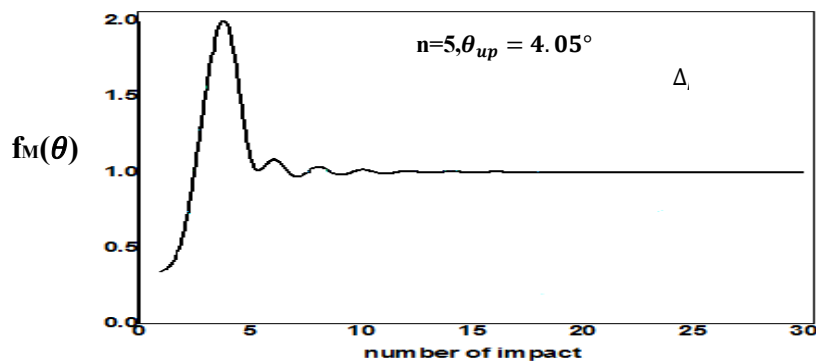
## نتایج تئوری:



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ و انشگاه اصفهان

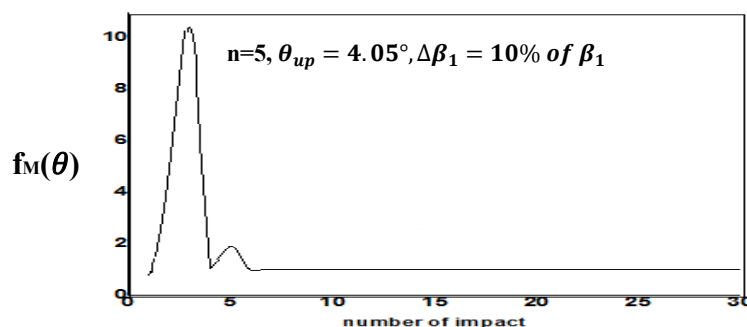
در این بخش نتایج حاصل از معادله (۷) برای مرتبه ۵ و ۸ مالتی پکتینگ بررسی شده است. در محاسبات تئوری برای مرتبه ۵، در فاز اولیه  $\theta_{up} = 4/0.5^\circ$  و  $\Delta\theta_1 = 0^\circ$  حدود تغییر سرعت اولیه الکترون مورد قبول،  $15\% \leq \Delta\beta_1 \leq 10\%$  است. در مرتبه ۵، با فاز اولیه  $4/0.5^\circ$  و  $\beta_1 \text{ of } \Delta\beta_1 = 10\%$ ، حدود تغییرات فاز اولیه،  $7^\circ \leq \Delta\theta_1 \leq -15^\circ$  مورد قبول است. نمودار ۱، پایداری فاز برحسب تعداد برخورد الکترون، برای تغییر فاز اولیه  $0^\circ \leq \theta_1 \leq 0^\circ$  در  $\theta_1 = 0^\circ$  و  $\Delta\theta_1 = 0^\circ$ ، حدود تغییر سرعت اولیه مورد قبول،  $2\% \leq \Delta\beta_1 \leq 2\%$  است که برای  $\beta_1 \text{ of } \Delta\beta_1 = 2\%$ ، حدود تغییرات فاز اولیه،  $7^\circ \leq \Delta\theta_1 \leq -7^\circ$  پذیرفته می‌شود.



نمودار ۱:  $f_m(\theta)$  برای ۳۰ برخورد الکترون،  $n=5$ ، به ازای  $\theta_1=4.05$  و  $\Delta\beta_1=10\%$  پایداری فاز در  $\Delta\theta_1 = -10^\circ$  به ۱ همگرا می‌شود.

## نتایج شبیه سازی عددی:

با استفاده از شبیه سازی، برای مرتبه ۵، در فاز اولیه  $\theta_{up} = 4/0.5^\circ$  و  $\Delta\theta_1 = 0^\circ$  حدود تغییر سرعت اولیه الکترون،  $30\% \leq \Delta\beta_1 \leq 10\%$  مورد قبول است. بعد از این ناحیه با کاهش الکترونهاى ثانوى روبرو هستیم، البته ممکن است در بعضی از تغییر سرعتهاى بعدی دوباره افزایش الکترون داشته باشیم اما بدلیل پایدار نبودن رفتار افزایشی الکترونهاى ثانوى در اطراف این تغییر سرعتها، آنها را در نظر نمی‌گیریم. برای مرتبه ۵، با فاز اولیه  $4/0.5^\circ$  و  $\beta_1 \text{ of } \Delta\beta_1 = 10\%$ ، حدود تغییر فاز از فاز اولیه،  $8^\circ \leq \Delta\theta_1 \leq -20^\circ$  مورد قبول است. در نمودار ۲، نشان داده شده است که پایداری فاز در  $\Delta\theta_1 = -18^\circ$  به ۱ همگرا می‌شود.



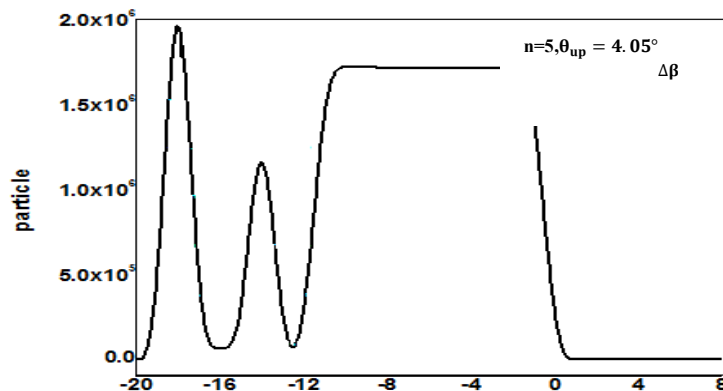
نمودار ۲:  $f_m(\theta)$  برای ۳۰ برخورد الکترون،  $n=5$ ، به ازای  $\theta_1=4.05$  و  $\Delta\beta_1=10\%$  پایداری فاز در  $\Delta\theta_1 = -18^\circ$  به ۱ همگرا می‌شود.



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

برای مرتبه ۸ نیز در  $\theta_1 = 0^\circ$  و  $\Delta\theta_1 = 0^\circ$ ، حدود تغییر سرعت اولیه پذیرفته شده،  $\beta_1 \text{ of } 0 \leq \Delta\beta_1 \leq 6\%$  است. برای مرتبه ۸ در  $\theta_1 = 0^\circ$ ، با  $\beta_1 \text{ of } \Delta\beta_1 = 6\%$ ، حدود تغییر فاز مورد قبول،  $-8^\circ \leq \Delta\theta_1 \leq 3^\circ$  است. نمودار ۳، تعداد الکترونهاي ثانوی ایجاد شده پس از ۳۰ برخورد برای مرتبه ۵، در فاز اولیه  $\theta_{up} = 4.05^\circ$  با  $\beta_1 \text{ of } \Delta\beta_1 = 10\%$  را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود با احتساب تغییر سرعت اولیه الکترون، تعداد الکترونهاي ثانوی ایجاد شده برای تغییرات فاز اولیه بزرگتر از یک است.



نمودار ۳: نمودار تعداد الکترونهاي ثانوی بر حسب تغییر فاز اولیه برای مرتبه ۵، در فاز اولیه  $\theta_{up} = 4.05^\circ$  با  $\beta_1 \text{ of } \Delta\beta_1 = 10\%$ ، حدود تغییر فاز از فاز اولیه،  $-20^\circ \leq \Delta\theta_1 \leq 8^\circ$  مورد قبول است.

نتایج بالا، نشان می‌دهد که برای مشخص کردن قوت ناحیه مالتی پکتینگ باید تغییرات سرعت اولیه علاوه بر تغییرات فاز اولیه الکترون در نظر گرفته شود.

## بحث و نتیجه گیری:

مالتی پکتینگ پدیده تکثیر الکترونهاي ثانویه در سیستمهای RF است. در این مقاله شرط اصلی پایداری فاز که یکی از عوامل ایجاد این پدیده است، بصورت تئوری و شبیه سازی عددی مطالعه و بررسی شد. برای بررسی این شرط، علاوه بر تغییرات فاز اولیه، تغییر سرعت اولیه الکترون نیز در نظر گرفته شد. نتایج شبیه سازی عددی در موافقت خوبی با نتایج محاسبات تئوری است. نتایج حاصل از بررسی‌ها ناحیه بیشتری برای نواحی مالتی پکتینگ را نشان می‌دهند.

## مراجع:

- [1] Semenov, V., Nechaev, V., Rakova, E., Zharova, N., Anderson, D., Lisak, M., & Puech, J. (2005). Multiphase regimes of single-surface multipactor. *Physics of Plasmas* (1994-present), 12(7), 073508.
- [2] Farnsworth, P. T.. Multiple Impacting Electron Amplifier. *J. Franklin Inst*, 218, 411. (1934)



# بیست و یکمین کنفرانس هسته ای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

- [3] Hatch, A. J., & Williams, H. B..The Secondary Electron Resonance Mechanism of Low-Pressure High-Frequency Gas Breakdown. Journal of Applied Physics, 25(4), 417-423. (1954)
- [4] V.D.Shemelin,"Existence zones for multipactor discharge",Sov.phys.Tech.Phys.31(1986)9
- [5] Vaughan, J. R. M..Multipactor. Electron Devices, IEEE Transactions on, 35(7), 1172-1180. (1988)
- [6] V.D.Shemelin,"Multipactor discharge in a rectangular waveguide with to normal and tangential velocity components of secondary electrons"LNS Report No.SRF-010322-03,Cornell University,2001.
- [7] M.Mostajeran,M.LamehiRachti, "On the phase stability in two-sided multipactor" ,January(2010)
- [8] M.Mostajeran,"Can accurate investigation of phase stability explain the experimental results of multipactor phenomenon?", February, 2013