



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

مقایسه طیف انرژی پوزیترون های تولیدی ناشی از فرآیند تابش کانالی صفحه ای الکترون های نسبی از بلور های ضخیم سیلیکون، ژرمانیوم، کربن و تنگستن

سید علی مهدی پور^{۱*}، بهنام آزادگان^۱، مریم شفیعی سروستانی^۲

دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

دانشگاه شهید چمران اهواز، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده

در این مقاله روش نامتداول تولید پوزیترون، که در آن تابش کانالی الکترون های نسبی بر اثر عبور از صفحه (۱۱۰) بلور های ضخیم سیلیکون، ژرمانیوم، کربن و تنگستن به یک هدف غیربلورین تنگستنی برخورد کرده و باعث تولید الکترون و پوزیترون می شود، بررسی شده است. شبیه سازی فرآیند تولید فوتون های تابش کانالی با نوشتن کدی به زبان برنامه نویسی *Mathematica* و یافتن مسیر حرکت، سرعت و شتاب الکترون ها در چارچوب الکترو دینامیک کلاسیک صورت گرفته است. بر خلاف مقاله های قبل خود، در این مقاله اثر کانال زنی اصطهلاکی الکترون نیز در نظر گرفته شده است. همچنین طیف انرژی پوزیترون ها با استفاده از ابزار *GEANT4* محاسبه شده است.

کلید واژه: تابش کانالی، اثر اصطهلاکی، پوزیترون، الکترون، *GEANT4*

مقدمه

در روش متداول تولید پوزیترون، الکترون و پوزیترون با استفاده از فوتون های تابش ترمزی که بر اثر برخورد الکترون های پر انرژی به هدف فلزی و با عدد اتمی بالا تولید می شوند، بوجود می آیند. به دلیل گرمای زیاد تولید شده در هدف غیربلورین، افزایش بیش از حد انرژی الکترون ها و ضخامت هدف امکان پذیر نیست. در روش نامتداول، از یک هدف بلورین به عنوان منبع تولید کننده فوتون و از یک هدف غیربلورین به عنوان منبع تولید پوزیترون استفاده می کنند. آزمایشات و تحقیقات متعددی در استفاده از این روش به منظور تولید پوزیترون در بسیاری از مراکز تحقیقاتی انجام شده است [۱-۲]. به منظور بهینه سازی نوع و ضخامت بلور تولید کننده فوتون های تابش کانالی در روش نامتداول تولید پوزیترون، در نظر گرفتن اثر اصطهلاکی الکترون های کانالی در بلور امری ضروری به نظر می رسد. در این مقاله، از روش های عددی به منظور محاسبه پتانسیل های یک بعدی صفحه (۱۱۰) بلور های سیلیکون، ژرمانیوم، کربن و تنگستن استفاده شده است. مسیر حرکت، سرعت و شتاب الکترون های کانالی به کمک حل معادلات کلاسیک حرکت در دو بعد در چارچوب الکترو دینامیک کلاسیک [۳] محاسبه شده است. در مقالات گذشته خود [۴-۵]، محاسبات مربوط به طیف تابش کانالی صفحه ای به ازاء بلور هایی با ضخامت بسیار کم صورت گرفته و در محاسبات آن ها، اثر اصطهلاکی کانالی شدن الکترون (*electron dechanneling*) در



بیست و یکمین کنفرانس هفتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

نظر گرفته نشده است. اما در این مقاله محاسبات طیف تابش کانالی صفحه ای از صفحه (۱۱۰) بلورهای سیلیکون، ژرمانیوم، کربن و تنگستن با در نظر گرفتن اثر اصطهلاکی الکترون هایی با انرژی 2 GeV و به ازاء بلورهای ضخیم صورت گرفته است. اثر اصطهلاکی الکترون ها به کمک حل معادله فوکر- پلانک محاسبه شده است. محاسبات عددی مربوط به تابش کانالی، برای بلورها به کمک کد کامپیوتری نوشته شده توسط نویسندگان، به زبان برنامه- نویسی Mathematica انجام شده است. فوتون های تولید شده ناشی از فرآیند تابش کانالی الکترون، پس از برخورد به هدف غیر بلورین تنگستنی باعث تولید زوج الکترون و پوزیترون خواهند شد. با توجه به ماهیت مونت کارلویی بودن این فرآیند، از ابزار GEANT4 جهت شبیه سازی فرآیند تولید زوج در هدف غیربلورین تنگستنی به ضخامت ۸ میلی متر استفاده شده و به کمک آن طیف انرژی پوزیترون ها، محاسبه شده و با یکدیگر مقایسه شده است.

روش کار

در تابش کانالی صفحه ای، ذرات نسبیتی تحت زاویه کوچکی به نام زاویه لینهارد یا بحرانی نسبت به صفحات وارد بلور می شوند، بدلیل آنکه مولفه طولی سرعت الکترون نزدیک به سرعت نور می باشد، صفحات بلور بصورت باردار پیوسته در نظر گرفته می شوند. با در نظر گرفتن محور X به عنوان محور عمود بر صفحه بلورها و تقریب دویلی- تورنر [۶] برای پتانسیل، معادله حرکت ذره نسبیتی در مختصات دکارتی و تحت پتانسیل یک بعدی صفحه ای $U(x)$ بصورت زیر است:

$$\gamma m \ddot{x}(t) = F = - \frac{\partial U(x)}{\partial x} \quad (1)$$

که m جرم سکون و γ ثابت لورنتس است. برای حل معادله (۱) از دو شرط اولیه $x(0) = x_0$ و $p_x(0) = p\theta_0$ که به ترتیب نقطه ورود الکترون به بلور و مولفه عمودی اندازه حرکت آن می باشند، استفاده می کنیم که θ_0 زاویه الکترون فرودی نسبت به صفحه (۱۱۰) بلورها می باشد. انرژی عمودی اولیه از رابطه:

$$E_x = \frac{p^2 \theta_0^2}{2\gamma m} + V(x_0) \quad (2)$$

بدست می آید.

معادله فوکر- پلانک که تحول چگالی احتمال $F(z, E_\perp)$ را بر حسب انرژی عرضی و مختصه عمود بر راستای عبور الکترون در داخل بلور نشان می دهد، مطابق رابطه زیر نشان داده می شود [۷]:

$$\frac{\partial F(z, E_\perp)}{\partial z} = \frac{\partial^2}{\partial E_\perp^2} [D^2(E_\perp) F(z, E_\perp)] - \frac{\partial}{\partial E_\perp} [D^1(E_\perp) F(z, E_\perp)] \quad (3)$$



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

که در آن $D^1(E_{\perp}) = \langle \frac{\Delta E_{\perp}}{\Delta z} \rangle_T$ و $D^2(E_{\perp}) = \frac{1}{2} \langle \frac{(\Delta E_{\perp})^2}{\Delta z} \rangle_T$ به ترتیب ضرایب رانش و انتشار هستند. هر دو این ضرایب با استفاده از تقریب کیتاگوا-آهتوسکی [۸] و با استفاده از انتگرال گیری در یک دوره تناوب میانگین گیری و محاسبه شده اند که برای انتگرال گیری آن ها داریم:

$$D^1(E_{\perp}) = \aleph \int_{-x_d}^{x_d} \frac{\exp(-x^2/2u_1^2)}{\sqrt{2(E_{\perp}-U(x))/E}} dx \quad (4)$$

$$D^2(E_{\perp}) = \aleph \int_{-x_d}^{x_d} \frac{2(E_{\perp}-U(x))\exp(-x^2/2u_1^2)}{\sqrt{2(E_{\perp}-U(x))/E}} dx \quad (5)$$

که در این ضرایب، $\aleph = \frac{E_s^2}{4EvX_0} \frac{4}{T(E_{\perp})} \frac{d_p}{\sqrt{2\pi}u_1}$ تابعی می باشد که توسط پرتابه و همچنین پارامترهای بلور تعریف شده است و $E_s = 13.6 \text{ MeV}$ در نظر گرفته شده است. در رابطه فوق E انرژی کل الکترون، V سرعت الکترون، u_1 دامنه ارتعاشات گرمایی، X_0 طول تابشی بلور، d_p فاصله بین صفحات، x_d برای $E_{\perp} < U(\frac{d_p}{2})$ از حل معادله $E_{\perp} = U(x)$ بدست می آید و مقدار $x_d = d_p/2$ برای $E_{\perp} \geq U(\frac{d_p}{2})$ را می پذیرد. پارمتر زمانی مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

$$T(E_{\perp}) = 2 \sqrt{\frac{E}{2c^2}} \int_{-x_d}^{x_d} \frac{dx}{\sqrt{(E_{\perp}-U(x))}} \quad (6)$$

برای حل معادله (۳) تحت شرایط اولیه در $z = 0$ نیاز به توزیع ثابت الکترون ها در راستای عمود بر محور x ، توزیع پراکندگی گاوسی تحت زاویه θ_0 و انحراف استاندارد σ_y برای واگرایی زاویه ای می باشد. همچنین چگالی احتمال با رابطه زیر بیان می شود:

$$F_0(E_{\perp}) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}(\sigma_y/\vartheta_c)U(\frac{d_p}{2})} \int_{-x_d}^{x_d} \frac{1}{\theta(E_{\perp})} \left(\exp\left[-\frac{(\theta(E_{\perp})-\theta_0)^2}{2(\sigma_y/\vartheta_c)^2}\right] + \exp\left[-\frac{(-\theta(E_{\perp})-\theta_0)^2}{2(\sigma_y/\vartheta_c)^2}\right] \right) dx \quad (7)$$

که $\theta(E_{\perp}) = \sqrt{\frac{2(E_{\perp}-U(x))}{E}}$ و $\vartheta_c = \sqrt{2U(d_p/2)/E}$ زاویه بحرانی می باشد.

طول کانال زنی اصطهلاکی توسط روابط زیر محاسبه می شود:

$$J(z, E_{\perp}) = -\frac{\partial}{\partial E_{\perp}} [D^2(E_{\perp})F(z, E_{\perp})] + D^1(E_{\perp})F(z, E_{\perp}) = J_{diff} + J_{drift} \quad (8)$$

$$L_d(z) = \frac{f_{ch}(z)}{J_{drift}(z, E_{\perp}=U(\frac{d_p}{2}))} \quad (9)$$

Z فاصله ای است که در آن f_{ch} به $1/e$ مقدار ماکزیمم خود کاهش می یابد. مقدار L_d برای حرکت الکترون های کانالی با انرژی 2 GeV برای چهار بلور مختلف، با استفاده از رابطه (۹) محاسبه شده است. به عنوان مثال برای الکترون هایی با انرژی 2 GeV تحت صفحه (۱۱۰) بلور تنگستن، طول اصطهلاکی $5.56 \text{ } \mu\text{m}$ به ازاء $z = 15 \text{ } \mu\text{m}$ محاسبه شده است.

برای تابش کانالی صفحه ای، فرمول محاسبه انرژی کل تابشی به ازاء واحد طول مسیر و تحت زاویه فضایی $1/\gamma$ در بلور با رابطه زیر بیان می شود:



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

$$\frac{dE}{d\hbar\omega\Delta z} = \frac{e^2}{4\pi^2\hbar c^4} \sum_{n=1}^{\infty} \Theta[1-\eta_n] \omega \tilde{\omega}^2 \left(\eta_n^2 - \eta_n + \frac{1}{2}\right) \cdot |\dot{x}_{\tilde{\omega}}|^2 \quad (10)$$

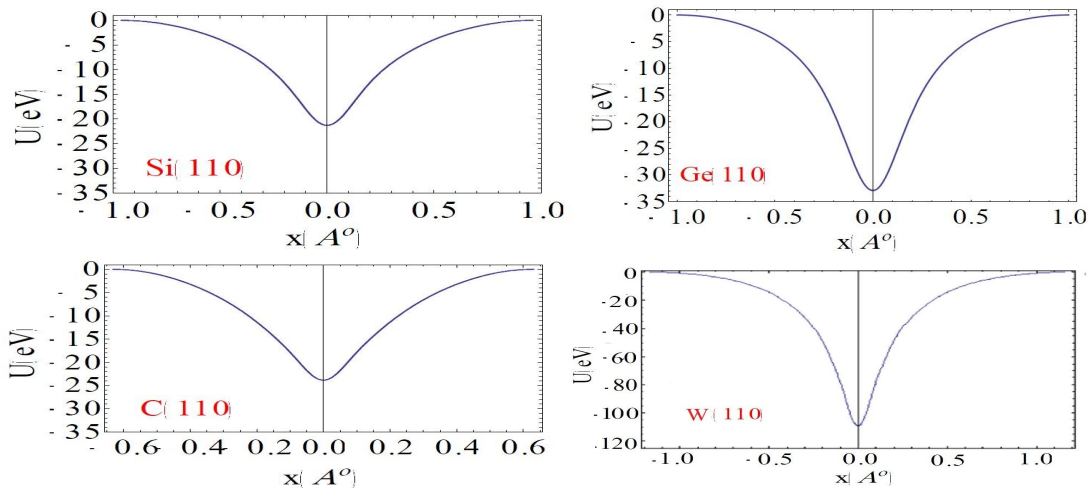
$$\eta_n = \frac{T\omega}{4\pi\gamma^2 n}; \quad \tilde{\omega} = \frac{2\pi n}{T}; \quad \dot{x}_{\tilde{\omega}} = \int_0^{\tau} \dot{x} e^{i\tilde{\omega}t} dt$$

که در این رابطه، $\Theta[1-\eta_n]$ تابع تنه، $\dot{x}_{\tilde{\omega}}$ مولفه فوریه سرعت عرضی الکترون و τ زمان عبور الکترون از درون بلور می باشد. رابطه شدت تابش در بلور ضخیم را می توان مطابق زیر نوشت:

$$I_{thick}(\hbar\omega, E_{\perp}) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dE}{d\hbar\omega\Delta z} F(z, E_{\perp}) dz \quad (11)$$

روابط بالا برای یک ذره به کار می روند. علاوه بر این میانگین گیری روی تمام مسیر الکترون ها (به روی تمام انرژی های عرضی فرودی)، توزیع ثابتی بر روی تمام نقاط فرودی داخل بلور را منجر خواهد شد. پس از محاسبه طیف تابش کانالی الکترون های 2 GeV به ازا صفحہ (110) بلورهای ضخیم Si ، Ge ، C و W ، این طیف به عنوان ورودی کد GEANT4 داده شد. طیف تابش کانالی در واقع چشمه فوتونی برای برخورد به هدف غیر بلورین تنگستنی با ضخامت ۸ میلی متر می باشد. با استفاده از فهرست فیزیک الکترومغناطیسی استاندارد کد GEANT4، طیف انرژی پوزیترون ها از هدف غیر بلورین تنگستنی محاسبه شده است.

نتایج



شکل ۱. پتانسیل پیوسته الکترون های کانالی تحت صفحہ (110) بلورهای Si ، Ge ، C و W .

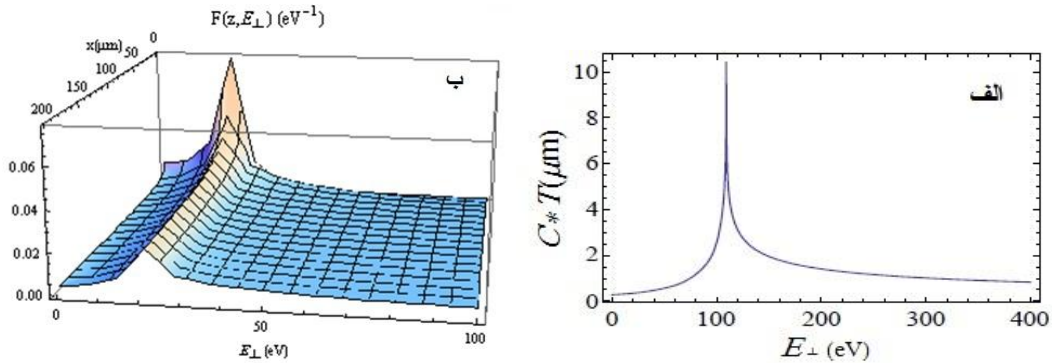
پتانسیل محاسبه شده برای صفحہ (110) بلورهای مختلف را به با استفاده از تقریب دویلی-تورنر در شکل ۱ نشان داده شده است. پارامتر زمانی cT ، ضریب رانش $D^1(E_{\perp})$ ، انتشار $D^2(E_{\perp})$ و توزیع چگالی احتمال اولیه $F_0(E_{\perp})$ بر حسب E_{\perp} الکترون های کانالی با انرژی 2 GeV ، در صفحہ (110) بلورهای Si ، Ge ، C و W با استفاده از روابط (۴)، (۵) و (۶) محاسبه شده است. به عنوان مثال در شکل ۲ الف پارامتر زمانی مربوط به بلور



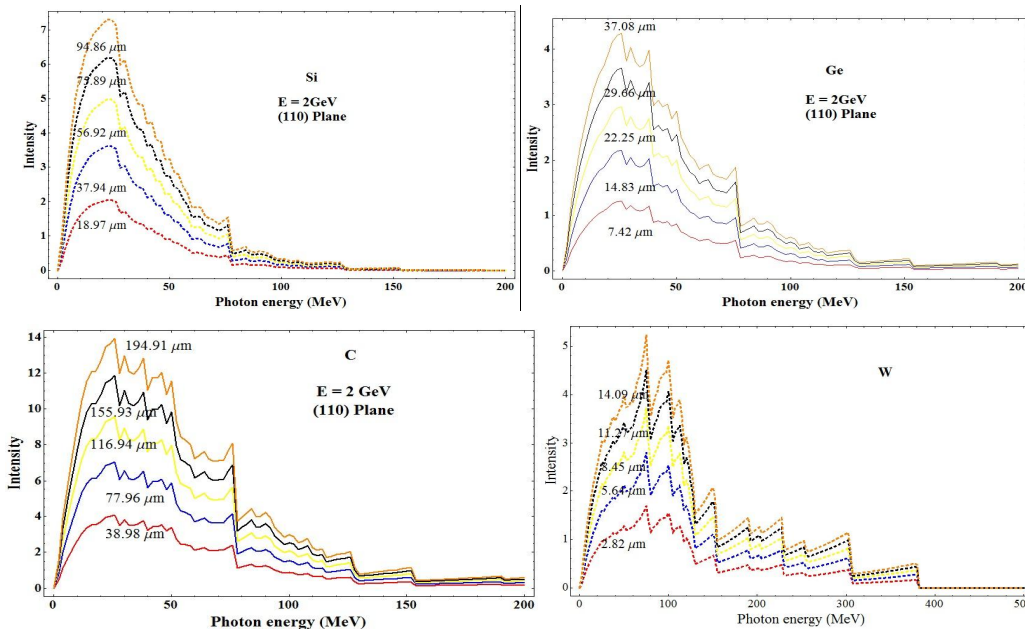
بیست و یکمین کنفرانس هفتاد و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

تنگستن نشان داده شده است. همچنین تابع چگالی احتمال الکترون برای بلور Si در شکل ۲ ب نشان داده شده است. رابطه (۳) بصورت عددی تحت شرایط مرزی $0 \leq z \leq 200 \mu\text{m}$ و $0 \leq E_{\perp} \leq 10U(\frac{d_p}{2})$ با استفاده از کد کامپیوتری نوشته شده به زبان برنامه نویسی Mathematica حل شده است.



شکل ۲. الف) پارامتر زمانی و ب) چگالی احتمال بر حسب انرژی عرضی، برای الکترون های کانالی با انرژی 2 GeV تحت صفحه (۱۱۰) بلور الف) W ب) Si به ازاء انحراف استاندارد $\sigma_y = 0.50$ و زاویه صفر الکترون های فرودی.



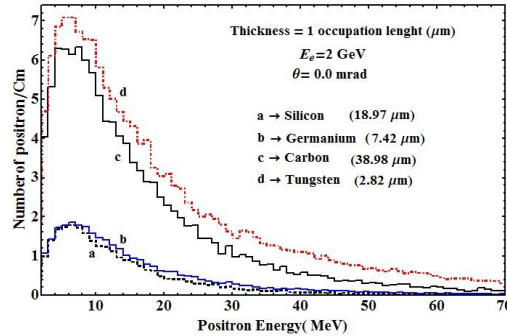
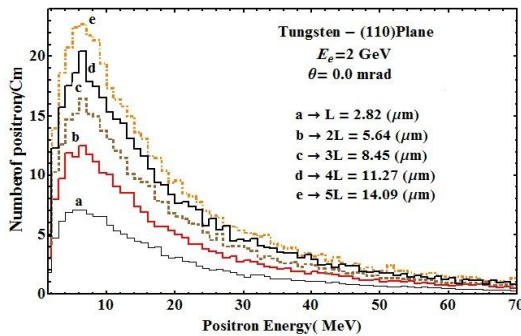
شکل ۳. طیف تابش کانالی بلورهای ضخیم مختلف، به ازاء طول های مختلف اصطلاحی و انرژی 2 GeV الکترون ها تحت صفحه (۱۱۰) و انحراف استاندارد $\sigma_y = 0.50$ و زاویه صفر الکترون های فرودی.

شکل ۳ وابستگی به ضخامت مربوط به طیف تابش کانالی الکترون هایی با انرژی 2 GeV، به ازاء صفحه (۱۱۰) بلورهای مختلف را نشان می دهد. مقایسه توزیع انرژی پوزیترون های تولید شده، با استفاده از تابش کانالی صفحه (۱۱۰) در شکل ۴ نشان داده شده است.



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل ۴. الف) طیف انرژی پوزیترون ها، به ازاء الکترون های کانالی با انرژی 2 GeV تحت صفحه (110) الف) بلورهای مختلف با یک طول اصطهلاکی. ب) بلور تنگستن با طول های اصطهلاکی متفاوت.

بحث و نتیجه گیری

همان طور که در شکل ۳ مشاهده می شود با افزایش طول اصطهلاکی الکترون در بلور، شدت طیف تابش کانالی نیز افزایش می یابد. نتایج این تحقیق نشان می دهد که طول کانال زنی اصطهلاکی با افزایش عدد اتمی بلور کاهش می یابد (شکل ۴ الف). همچنین در یک انرژی یکسان الکترون های فرودی، با افزایش طول کانال زنی اصطهلاکی، شدت طیف تابش کانالی و در نتیجه شدت پوزیترون های تولید شده افزایش می یابد (شکل ۴ ب). علاوه بر این از همان طور که در شکل ۴ الف نشان داده شده است، از میان بلورهای استفاده شده، به ازاء طول های کانال زنی اصطهلاکی یکسان، بلور تنگستن دارای بیشترین شدت طیف تابش کانالی و پوزیترون تولید شده می باشد. بدین ترتیب این بلور با توجه به عدد اتمی بالا و عمیق بودن پتانسیل صفحه (110) خود نسبت به بلورها، گزینه مناسبی جهت بکارگیری منبع تولید فوتون در روش نامتداول تولید پوزیترون می باشد. شایان ذکر است در گام بعدی این تحقیق علاوه بر در نظرگیری اثر اصطهلاکی برای زوایای غیر صفر فرودی، سهم فوتون های تولیدی از طریق تابش ترمزی کریستال نیز به فوتون های ناشی از تابش کانالی افزوده خواهد شد.

مراجع

- [۱] Chehab R. et al; "Phys. Lett. B"; **525** (2002) 41.
- [۲] Artru X. et al; "Nucl. Instrum. Methods B"; **201** (2003) 243.
- [۳] J.D. Jackson; "Classical Electrodynamics"; Wiley, New York, 1975.
- [۴] Azadegan B, Mahdipour A, Dabagov S B, Wagner W; "Nucl. Instrum. Methods B"; **309** (2013).
- [۵] Azadegan B, Mahdipour A; "Nucl. Instrum. Methods B"; **316** (2013).
- [۶] P.A. Doyle, P.S. Turner; "Acta Crystallogr. A: Cryst. Phys. Differ. Theor. Gen. Crystallogr"; **24** (1968) 390.
- [۷] Backe H, Kunz B, Lauth W, Rueda A; "Nucl. Instrum. Methods B"; **266** (2008).
- [۸] M. Kitagava, Y.II. Ohtsuki, Phys. Rev. B 8(1973), 3117.



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان