ظرفیت گرمایی هسته ها با بکارگیری نظریه گینزبرگ–لاندائو

محمدی، پریوش؛ دهقانی، وحید*؛ مهمان دوست خواجه‌داد، علی‌اکبر

دانشگاه سیستان و بلوچستان،دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده

مدل گینزبرگ-لاندائو روش مناسبی جهت بررسی سیستم‌های بزرگ مقیاسمی‌باشد. ولی بکارگیری مستقیم آن برای هسته ها که تعداد ذرات آنها بسیار کمتر از حد ترمودینامیکی است، با توجه به اهمیت افت و خیز آماری ممکن نیست. اما با اعمال تحصیحاتی بر این مدل، برای هسته‌ها نیز قابل توجیه است. در این مقاله با ارائه بر مدل گینزبرگ-لاندائو، جهت در نظر گرفتن تمام افت و خیزهای آماری، فرمول‌بندی جدیدمدل اصلاح شده گینزبرگ- لاندائوMGL را بنا نهاده‌ایم. طبق این مدل جفت شدگی نوکلئون‌ها در نزدیکی دمای بحرانی $T_C = .69(\mathrm{MeV})$ اتفاق می‌افتد.

کلمات کلیدی: *گذار فاز، گینزبرگ لاندائو، افت و خیز آماری.*

مقدمه

رفتار ظرفیت گرمایی نشان دهنده وجود یا عدم وجود انتقال فاز در یک سیستم ترمودینامیکی است. در حالت عادی هسته متشکل از فرمیون‌هایی است که از تابع توزیع فرمی دیراک تبعیت می‌کند. برای توصیف سیستم در این حالت میتوان از مدل گاز فرمی استفاده کرد و به عنوان فاز نرمال در هسته یاد کرد.

با کاهش دمای سیستم مکانیسم زوج شدگی (پتانسیل زوجت بین نوکلئون‌ها)،به عنوان فاز زوج شده، اتفاق می‌افتد. از اینرو در هسته، بهعنوان یک سیستم زوج شده فرمیونی،امکانِ گذار از فاز زوج شده به فاز معمولی وجود دارد[۱]. نظریه گینزبرگ-لاندائو[۲][۳]یکی از مشهورترین و با اهمیت ترین نظریه‌ها در زمینه انتقال فاز است و اساس بسیاری از مدل‌ها در این زمینه بوده است. این نظریه برای سیستم در هر ابعادی نتایج یکسانی را گزارش میدهد. اما مقایسه نتایج حاصل از این نظریه با داده‌های تجربی نشان داد که برای سیستم‌های ماکروسکوپی، مانند ابرساناها، صادق و برای سیستم‌های کوچک جوابگو نیست. نتایج حاصل از بکارگیری این نظریه در هسته‌ها منجر به بروز تفاوت‌هایی بین نتایج محاسباتی و داده‌های آزمایشگاهی می‌شود. لذا اعتبار مدل گینزبرگ-لاندائو برای سیستم‌های کوچک ساقط میشود.

نظریه گینزبرگ-لاندائوبراساس روش میدان میانگین[٤] (عدم در نظر گیری تاثیر افت و خیز) پایه گذاری شده است. با توجه به اینکه افت و خیز پارامتر نظم متناسب با عکس مجذور تعداد ذرات سیستم است، با افزایش تعداد

ذرات سیستم تأثیر افت و خیزِ پارامتر نظم کاهش می‌یابد.پس نقش پارامتر افت و خیز در سیستم های ریز مقیاس مانند هسته‌ها پر رنگ و برای سیستم‌های بزرگ بسیار ناچیز است.

افت و خیزها بر روی ویژگی‌های ترمودینامیکی سیستم، بخصوص ظرفیت گرمایی که مهمترین ابزار برای توصیف انتقال فاز است، تاثیر می‌گذارد. بطوریکه اگر تعداد ذرات سیستم از عدد آووگادرو بسیار کمتر باشد تفاوت فازها بسیار کم می‌شود، به عبارتی تأثیر افت وخیز، ناپیوستگی یا تکینگی در تابع پاسخ سیستم‌های محدود را به پیوستگی تبدیل میکند[۵] . پس با توجه به اهمیت افت و خیز، تصحیحی اعمال میکنیم که شامل در نظر گرفتن افت و خیزها میباشد، از اینرو با استفاده از مدل تصحیح شده، میتوان نظریه گینزبرگ- لاندائو را در دستگاههای کوچک نیز بکار برد[٦].

اخیراً گروه اسلو[۷]چگالی تراز بعضی از هسته‌ها را در انرژی برانگیختگی پایین بدست آوردند. آنها برای بدست آوردن این ترازهای انرژی، از طیف تابش γاستفاده کردند. که بدین طریق با استفاده از هشت تلسکوپ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به باریکه و ۲۸ آشکارساز *NaI*با بازده کل ۱۵٪ و سیکلترون *MC-35*در دانشگاه اسلو،اندازه گیری شد. با استفاده از این داده‌ها، ظرفیت گرمایی تجربی برخی هسته‌ها محاسبه شده است. تمام این ظرفیت گرمایی‌ها، رفتار S-شکلیرا نشان میدهند که بیانگر انتقال فازی از فاز نرمال به فاز زوج شده در هسته‌ها می‌باشد[۸].

مدل سازی

فرمول‌بندی نظریه گینزبرگ-لاندائو بر اساس انرژی آزادبر حسب پارامتر نظم استوار است. لذا تابع پارش نیز تابعی از پارامتر نظم خواهد بود. برایمحاسبه تابع پارش بایستی سهم تمام مقادیر میانگین پارامتر نظم لحاظ شود کهبا جمع بستن روی تمام حالات پارامتر نظم امکان پذیر خواهد بود.

$$f\{\psi\} = f_0 + \alpha(T)|\psi|^2 + \frac{b(T)}{2}|\psi|^4 \qquad (۱)$$

در رابطه بالا b,α,ψ,f بترتیب انرژی آزاد، چگالی پارامتر نظم و دو ثابت وابسته به دما می‌باشند. این دو ثابت طبق مرجع[۹] بصورت زیر بدست آمده است.

$$b = \frac{7\,\zeta(3) N(0)}{8\pi^2 (K_B T_c)^2} \quad , \quad \alpha = \frac{N(0)\,(T - T_c)}{T_c} \qquad (۲)$$

T_Cدمای بحرانی سیستم و Ωحجم سیستمکه برابر $\Omega = N(0) = \frac{1}{\delta\Omega}$، که$\delta$فاصله ترازهای تک ذره‌ای می‌باشد.

$$Z = \sum e^{-\beta f} \qquad (۳)$$

$\beta = \frac{1}{KT}$ که Kثابت بولتزمن و برابر واحد فرض شده است. برای در نظر گرفتن تمام مقادیر افت و خیز، سیگما را به انتگرال تبدیل کردیم و همچنین f را نیز از معادله (۱) جایگذاری کردیم.

$$Z = 2\pi \int_0^\infty d\,|\psi|\,|\psi|\, exp\left[-\beta\Omega\left(a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b\,|\psi|^4\right)\right] \qquad (٤)$$

رابطه بالا در فضایمختلطانتگرال گیری انجام شده است.

با داشتن متغیر $\lambda^{\frac{1}{2}} = \frac{\beta_C |\psi|}{\pi}$ تابع پارش بصورت زیر بدست آوردیم.

$$= \frac{\pi^3}{\beta_c^2}\int_0^\infty d\lambda \;\; \exp\left(\frac{\overline{\Delta t}^2}{t}\right)\exp\left(-\left(\pi\sqrt{\frac{\bar{b}}{t\bar{\delta}}}\lambda + \overline{\Delta \mathrm{t}}\right)^2\right) \; Z = \frac{\pi^3}{\beta_c^2}\int_0^\infty d\lambda \;\; \exp\left[-\frac{\pi^2 \beta}{\bar{\delta}\;\beta_c}\left((\mathrm{t}-1)\lambda + \bar{b}\lambda^2\right)\right] \qquad (۵)$$

در رابطه بالا $\bar{b} = 7\zeta(3)/16 = 0.526$ و $\bar{\delta} = \beta_c / N(0)\Omega = \delta / K_B T_c$ و $\overline{\Delta \mathrm{t}} = \frac{1}{2}\pi(\mathrm{t}-1)/(\bar{\mathrm{b}}\,\bar{\delta})^{\frac{1}{2}}$است.

در نهایت با تغییر متغیر زیر، تابع پارش را بصورت زیر بدست آوردیم.

$$u = \pi\sqrt{\frac{\bar{b}}{t\bar{\delta}}}\lambda + \frac{\pi(\mathrm{t}-1)}{2\sqrt{t\bar{\delta}\bar{b}}} \rightarrow \;\; du = \pi\sqrt{\frac{\bar{b}}{t\bar{\delta}}}d\lambda \qquad (٦)$$

$$Z = \frac{\pi^3}{\beta_c^2}\int_{t^{-\frac{1}{2}}\overline{\Delta t}}^{\infty} \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{t\bar{\delta}}{\bar{b}}}du \;\;\; \exp\left(\frac{\overline{\Delta t}^2}{t}\right)\exp(-u^2) = \frac{\pi^3}{\beta_c^2}\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{t\bar{\delta}}{\bar{b}}}\exp\left(\frac{\overline{\Delta t}^2}{t}\right)\;\; \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(1 \pm \mathrm{erf}\left(\left|t^{-\frac{1}{2}}\overline{\Delta t}\right|\right)\right) \qquad (٧)$$

$$\Rightarrow Z_{MGL} = \sqrt{\frac{\bar{\delta}\;\pi^5}{2\beta_c^4\bar{b}}}\, t^{\frac{1}{2}}\, e^{\frac{\overline{\Delta t}^2}{t}}\left(1 \pm erf\left(\left|\overline{\Delta t}\; t^{-\frac{1}{2}}\right|\right)\right) \qquad (٨)$$

با استفاده از تابع پارشی، آنتروپی و سپس با مشتق گیری از آن ظرفیت گرمایی C_{MGL}را بدست آوردیم.

$$S = K_B \frac{\partial}{\partial T}\left(Ln(\mathrm{T} Z_{MGL})\right) = K_B\left(Ln(Z_{MGL}) + T\frac{\partial}{\partial T}Ln(Z_{MGL})\right) \tag{۹}$$

$$\Rightarrow S_{MGL} = K_b\left(Ln(Z_{MGL}) + \frac{1}{2} + \left(2g\overline{\Delta t} - \frac{\overline{\Delta t}^2}{t}\right) - \frac{g\left(t^{-\frac{1}{2}} + t^{-\frac{3}{2}}\right) t\,\pi^{-\frac{1}{2}}\, e^{-\frac{\overline{\Delta t}^2}{t}}}{1 \pm erf\left(\left|t^{-\frac{1}{2}}\overline{\Delta t}\right|\right)}\right) \tag{۱۰}$$

چون آنتروپی تابع دماست، مطابق با $C = T\dfrac{\partial S}{\partial T}$ داریم:

$$C_{MGL} = \frac{K_b\, t\, \pi}{4\, \bar{b}\, \bar{\delta}}\left(\left(-2\sqrt{\frac{\bar{b}\,\bar{\delta}}{\pi}}\right)\frac{\left(\left(\frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}t^{-\frac{1}{2}}\right) + \left(\frac{\overline{\Delta t}^2}{t^2} - \frac{2g\overline{\Delta t}}{t}\right)\left(t^{\frac{1}{2}} + t^{-\frac{1}{2}}\right)\right) e^{-\frac{\overline{\Delta t}^2}{t}}}{1 \pm erf\left(\overline{\Delta t}\ t^{-\frac{1}{2}}\right)}\right.$$

$$\left. - \frac{\left(t^{-1} + 1\right)^2\ e^{-\frac{2\overline{\Delta t}^2}{t}}}{\left(1 \pm erf\left(\left|\overline{\Delta t}\ t^{-\frac{1}{2}}\right|\right)\right)^2} + 2\pi\left(\frac{\bar{b}\,\bar{\delta}}{t\,\pi^2} + 1\right)\right) \tag{۱۱}$$

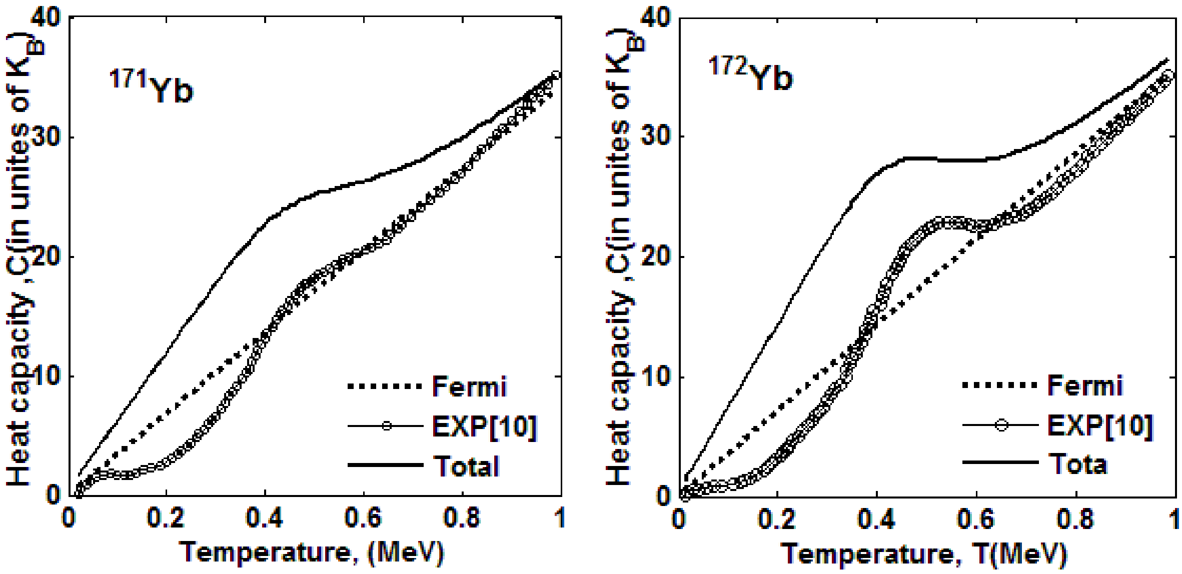
محاسبات

در این محاسبات مطابق با فرض اساسی لاندائو،هسته به عنوان مجموع دو فاز فاز زوج شده و فاز نرمالدر نظر گرفته شده است. بنابراین ظرفیت گرمایی کل بصورت $C_{total} = C_{Fermi} + C_{MGL}$است. برای محاسبه سهم ظرفیِت گرمایِی فاز معمولی، ظرفیت گرمایی گاز فرمی $C_{Fermi} = 2\alpha T$را به کار می‌بریم. Tدمایترمودینامیکی و α چگالی تراز است. در محاسبات نظری ما، پارامترهای T_C, δ, aرا طوری انتخاب کردیم که نمودار بیشترین تطابق را با نمودار تجربی داشته باشدو بتواند بصورت کیفی رفتار ظرفیت گرمایی تجربی را بخوبیپیش بینی کند.در طول این محاسبات برای اطمینان از صحت روابط، نمودار ظرفیت گرمایی محاسبه شده در فرمول (۱۱)، به عنوان ظرفیت گرمایی سیستم فرمیونیMGL، را از طریق زبان برنامه نویسیMATLABنوشتیم سپس نمودار آن را بر حسب دما ترسیم کردیم. با استفاده از نرم افزارXY Extractorداده‌های تجربی هسته مورد نظر را بدست آوردیم و برحسب دما رسم کردیم. نمودار حاصله را که حکم داده تجربی را داشت با نمودار ترسیم شده‌یMGL مقایسه کردیم و

بهترینمقادیر T_C, δ, aرا بصورت زیر پیشنهاد دادیم. این مقادیر پیشنهادی و رفتار ظرفیت گرمایی حاصل از این مدل با داده‌های تجربی مطابقت دارد.

جدول ۱: مقادیر T_C, δ, aمورد نظر این پژوهش

هسته	دمای بحرانی T_C (MeV)	فاصله ترازهای تک ذره-ای δ (MeV)	پارامتر چگالی تراز a (MeV^{-1})
^{172}Yb	.66	.42	$\frac{A}{9}$
^{171}Yb	.73	.55	$\frac{A}{10}$



شکل ۱: ظرفیت گرمایی کل برحسب دما برای ایزوتوپ های دلخواه ^{172}Yb و ^{171}Yb . علامت‌های خط پر، نقطه چین ودایره های تو خالی بترتیب ظرفیت گرمایی کل، ظرفیت گرمایی تجربیو ظرفیت گرمایی فاز نرمال (مدل گاز فرمی) برحسب دما.

نتیجه گیری

در نمودار ظرفیت گرمایی کل در مدل تصحیح شده‌ی گینزبرگ-لاندائو، نتایج این مقاله، شاهد پیوستگی و رفتار S-شکلی هستیم که بیانگر انتقال فازی از حالت نرمال به فاز زوج شده در هسته‌ها، در دمای بحرانی است که میتواند رفتار ظرفیت گرماییهسته را بصورت کیفی پیش بینی نمایند ولی در سیستم‌های بزرگ چون فاکتور افت و خیز بسیار ناچیز است، در ظرفیت گرمایی ناپیوستگیوجود دارد و از آن جائیکه انتقال فاز تغییرات ناگهانی و ناپیوسته فاز در سیستم است، انتقال فاز در این ابعاد تعبیر درستی از گذار فاز است اما این مفهوم در هسته، تعبیر واقعیِ گذار فاز را نشان نمی‌دهد.

مرجع ها

[1] H. Nakada, K. Tanabe,New Bardeen-Cooper-Schrieffer-type theory at finite temperature with particle-number conservation,*Phys.Rev. C,* vol. 74, p. 061301, 2012
[2] Rupert L. Frankand et al, Microscopic Derivation of Ginzburg-Landau Theory, *J. Amer. Math. Soc,* vol. 25, p. 667, 2012
[3] R. A. Ritchie and et al,Landau Ginzburg Theory and Nuclear Matter at Finite Temperature,Eur.Phys.J. A*,* vol. 10, p. 97, 2001
[4] M. sang and Sh. Yamasaki,Phase Transition and Level Density of Atomic Nuclei ,*Theor. Phys,* vol. 29, p. 397, 1963
[5]Nguyen Dinh Dang,*Phys. Rev. C,* 76,064320, 2007
[6] M. K. G. Kruse and et al,Landau-Ginzburg method applied to finite fermion systems: Pairing in Nuclei,*Eur.Phys.J. A,* vol. 25, p. 339, 2005
[7] E.Melby and et al, *Phys.Rev.Lett .* vol. 83, p. 3150, 1999
[8] K. Esashika and et al,Effects of particle-number conservation on heat capacity of nuclei,*Phys. Rev. c,* vol. 72, p. 044303, 2005
[9] P. Mohammadi, V. Dehghani, and A. A. Mehmandoost-Khajeh-Dad, Applying modifiedGinzburg-Landau theory to nuclei,*Phys. Rev. C,* 90, 054304, 2014
[10] M.Guttormsen and et al ,Critical temperature for quenching of pair correlations ,*Phys.Rev. C,* vol. 63, p. 064306, 2003