



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

## نتایج اولیه تعیین نیمه تحلیلی پارامتر تعادلی پلاسمای توکامک

احسان اله، نوری: یحیی، صادقی

<sup>۱</sup> سازمان انرژی اتمی ایران، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای

### چکیده

استفاده از معادله گراد- شفرانف در بررسی شرایط تعادل پلاسمای محصور سازی مغناطیسی کاربرد زیادی دارد. در توکامک‌هایی که در رژیم گرمایشی اهمی قرار دارند، میتوان معادله گراد- شفرانف را بر حسب عکس نسبت منظر بسط داد و مرتبه اول تابع شار پلوئیدالی را به دست آورد. در این پژوهش با داشتن تابع شار پلوئیدالی، مرتبه اول میدان مغناطیسی پلوئیدالی تعیین و با استفاده از داده‌های به دست آمده از پروبهای مغناطیسی، پارامتر تعادلی شفرانف محاسبه شده است. **کلید واژه‌ها:** تعادل پلاسمای، معادله گراد- شفرانف، توکامک

### ۱- مقدمه

در یک سیستم چنبره‌های مانند توکامک، بررسی مسئله تعادل با چالشهای زیادی روبرو است. از آنجا که معادلات حاکم بر تعادل پلاسمای کاملاً غیر خطی هستند، مطالعه تحلیلی تعادل پلاسمای دشوار، و در بسیاری از موارد غیر ممکن است. محاسبات تعادلی توکامک وابستگی زیادی به رهیافتهای عددی و نیمه تحلیلی<sup>۱</sup> (بر پایه داده‌های تجربی) دارند. برای ساده سازیهای بیشتر، فرضیهایی همچون داشتن تقارن محوری ( $\partial/\partial\phi=0$ ) نسبت به محور اصلی چنبره در نظر گرفته شده است. بدین منظور میتوان معادلات تعادلی پلاسمای را بر اساس پارامتر نسبت منظر<sup>۲</sup> توکامک بسط داد و با در نظر گرفتن داده‌های تجربی به دست آمده از پروبهای مغناطیسی، به صورت نیمه تحلیلی پارامترهای تعادلی پلاسمای توکامک را مطالعه کرد. از این رو، به نظر میرسد که محاسبه پارامترهای موثر در توصیف رفتار تعادلی و پایداری پلاسمای، به منظور درک بهتر و کاملتر رفتار ماکروسکوپی پلاسمای و ارائه روشهایی در جهت بهبود عملکرد محصورسازی، از اهمیت بسزایی برخوردار باشد. در این مقاله، نحوه محاسبه یکی از پارامترهای مهم توصیف کننده شرایط تعادلی پلاسمای توکامک دماوند، پارامتر شفرانف<sup>۳</sup>، با استفاده از بسط مرتبه اول معادله تعادلی گراد- شفرانف و اندازهگیری میدانهای مغناطیسی قطبی ( $\theta$ ) بیان شده است [۱ و ۲].

<sup>۱</sup>Semi Analytic

<sup>۲</sup> Aspect Ratio

<sup>۳</sup>ShafranovParameter



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

## ۲- معادلات اصلی حاکم بر مسئله

در حالت کلی، مسئله تعادل پلازما در مقیاس بزرگ را میتوان توسط معادله گراد- شفرانف<sup>۴</sup> توصیف کرد. این معادله، یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی بیضوی است که تنها متغیر آن یک کمیت اسکالر، با عنوان تابع شار پلوییدالی است [۳]. معادله گراد- شفرانف یک معادله غیر خطی است که با انتخاب مناسب پروفایل چگالی جریان (توابع آزاد)، امکان حل عددی آن را برای انواع ساختارها، از جمله توکامک، ممکن است. معادله گراد- شفرانف و میدان مغناطیسی پلوییدالی را در دستگاه مختصات تروئیدالی<sup>۵</sup> میتوان به صورت زیر نوشت [۴]:

$$\nabla^2 \psi = -\mu_0 (R_0 + r \cos \theta)^2 \frac{dP}{d\psi} - F \frac{dF}{d\psi} + \frac{1}{R} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \cos \theta - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \sin \theta \right) \quad (1)$$

$$\mathbf{B}_p = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \mathbf{e}_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \mathbf{e}_r \right) \quad (2)$$

برای حل مسئله تعادل، لازم است که شرایط مرزی و شکل توابع آزاد معرفی شده، مشخص باشند. در مورد توکامکهایی که در رژیم عملیاتی اهمی میباشند، میتوان کمیتهای تعادلی را بر اساس مقدار بزرگی عکس نسبت منظر  $\varepsilon = \frac{a}{R_0}$  (با فرض  $1 \ll \varepsilon$ ) بسط داد [۵]:

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta) &= \psi_0(r) + \psi_1(r) \cos \theta \\ P(\psi) &= P(\psi_0) + \frac{dP}{d\psi_0} \psi_1 \end{aligned} \quad (3)$$

بدین ترتیب بسط مرتبه اول معادله گراد- شفرانف به صورت زیر در میآید:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\psi_1}{dr} \right) - \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\mu_0}{B_\theta} \frac{dJ_\varphi}{dr} \right) \psi_1 = -2\mu_0 \frac{r}{B_\theta} \frac{dP}{dr} + B_\theta \quad (4)$$

تغییرات چگالی جریان تروئیدالی و فشار را میتوان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$P(r) = \begin{cases} P_0 \left( 1 - \frac{r^2}{c^2} \right) & \text{for } 0 < r < c \\ 0 & \text{for } r \geq c \end{cases} ; J_\varphi(r) = \begin{cases} J_0 & \text{for } 0 < r < c \\ 0 & \text{for } r \geq c \end{cases}$$

بدین ترتیب، مرتبه اول مولفه قطبیمیدان مغناطیسی پلوییدالی را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$B_{1\theta} = \frac{\mu_0 I_p}{4\pi R_0 k} \left[ 1 - \frac{1}{4} \frac{(k^2 - 1)}{k^2} \right]^{-1} \left\{ \ln \left( \frac{r}{a} \right) + \left( \Lambda + \frac{1}{2} \right) \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{a^2}{r^2} \frac{(k-1)}{2(k+3)} - 1 \right\} \cos \theta \quad (5)$$

<sup>۴</sup>Grad- Shafranov Equation

<sup>۵</sup>Toroidal Coordinates



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

در معادله بالا  $k$  کشیدگی پلاسما<sup>۱</sup>،  $a$  شعاع پلاسما،  $r$  شعاع قرار گرفتن پروبهای مغناطیسی و  $\beta_p$  کمیتی است که با عنوان پارامتر شفرانف شناخته میشود که به صورت زیر تعریف میگردد:  $\beta_p = \frac{I_i}{2} - \frac{1}{2}$  که در رابطه کمیت‌های  $I_i$  و  $\beta_p$ ، به ترتیب القائیدگی داخلی پلاسما<sup>۲</sup> و بتای پلوئیدالی<sup>۳</sup> پلاسما هستند.

### ۳- روش انجام تحلیل

پژوهش جهت تعیین نیمه تحلیلی پارامترهای تعادلی پلاسما توکامک دماوند با استفاده از بسط مرتبه اول و داده‌های تجربی پروب‌های مغناطیسی انجام گرفت. دماوند توکامکی با اندازه کوچک و با سطح مقطع غیر دایروی (کشیده)، با پارامترهای هندسی شعاع اصلی و فرعی چنبره به ترتیب ۳۶ و ۷ سانتیمتر، نسبت ظاهری ۵/۱ و میزان کشیدگی پلاسما  $\approx 1/4$  است که در پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای در حال فعالیت میباشد. با داشتن تعدادی پروب مغناطیسی که در زوایای مختلف محفظه قرار میگیرند، میتوان معادله را بر حسب پارامتر شفرانف حل کرده و مقدار آن را به صورت تابعی نیمه تجربی بر حسب میدان قطبی و جریان پلاسما تعیین کرد. باید توجه داشت که برای تعیین دقیقتر تحول زمانی پارامتر شفرانف، لازم است که داده‌های مربوط به مولفه شعاعی میدان مغناطیسی پلوئیدالی نیز در دسترس باشد. ولی با داشتن داده‌های مولفه قطبی میدان مغناطیسی نیز میتوان تحول کیفی پارامتر شفرانف را تعیین کرد. با استفاده از دو پروب مغناطیسی قطبی ( $\theta$ ) در زاویه‌های 0 و  $\pi$ ، معادله‌های نیمه تجربی جهت توصیف کیفی پارامتر شفرانف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\beta_p + \frac{I_i}{2} = \frac{1}{2} + \left(1 + \frac{a^2}{r_m^2}\right)^{-1} \left\{ 1 - \ln\left(\frac{r_m}{a}\right) - \frac{a^2}{r_m^2} \frac{(k-1)}{2(k+3)} + \frac{2\pi R_0 k}{\mu_0 I_p} \left[ 1 - \frac{1}{4} \frac{(k^2-1)}{k^2} \right] \langle B_\theta \rangle \right\} \quad (6)$$

<sup>۱</sup> Plasma Elongation

<sup>۲</sup> Plasma Internal Induction

<sup>۳</sup> Poloidal Beta



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

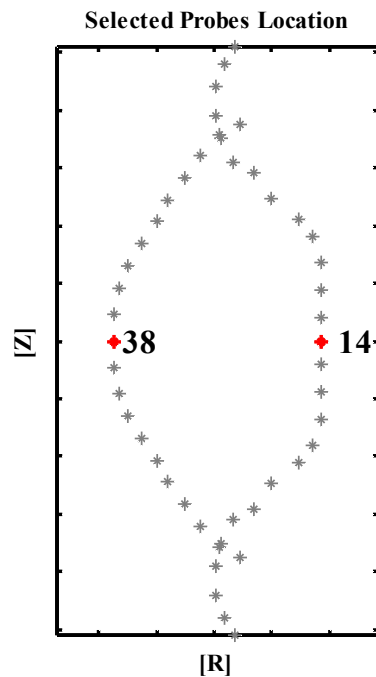
۱۷ و ۱۸ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

در معادله بالا،  $r_m$  نشان دهنده محل قرار گرفتن پروب ها و علامت  $\langle \rangle$  بیان گر میانگین گیری بر روی مولفه قطبی میدان مغناطیسی است که به صورت کلی زیر تعریف می گردد که در آن  $N$  نمایان گر

$$\langle B_\theta \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N B_{\theta_j} \cos j\theta$$
 تعداد پروب مورد استفاده است:

## ۴- نتایج اولیه تحلیل

با توجه به شرایط مرزی، شکل توابع آزاد انتخاب شده و بسط مرتبه اول معادله گراد- شفرانف، پارامتر شفرانف را می توان با استفاده از نتایج پروبهای مغناطیسی به دست آورد و تحول زمانی جریان پلازما نیز به وسیله پیچهای روگوفسکی محاسبه میشود.



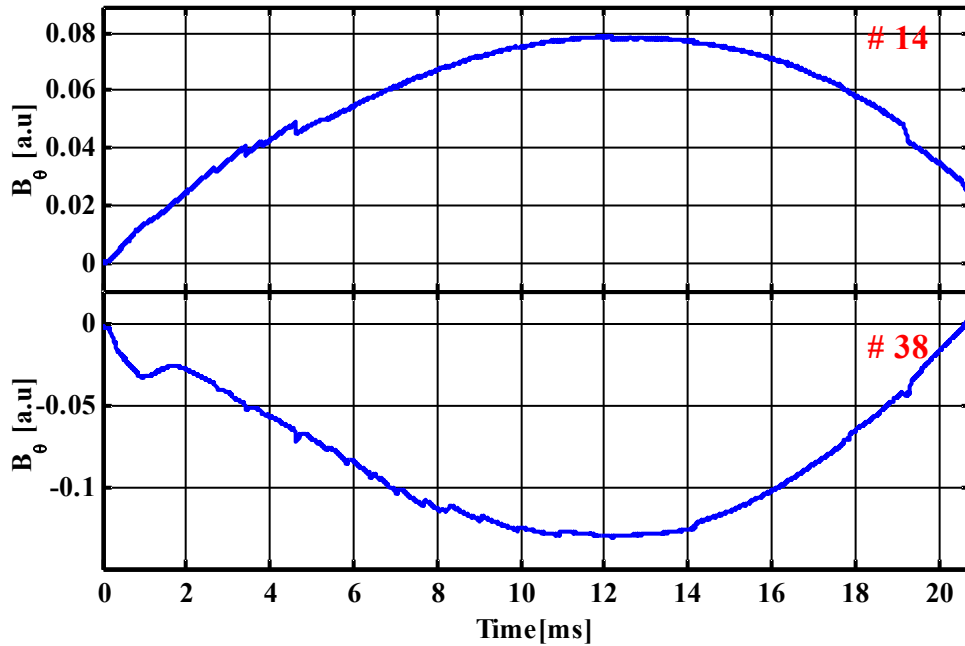
شکل ۱: محل قرارگیری پروبهای مغناطیسی در توکامک دماوند

در شکل‌های (۵-۱) محل قرارگیری پروبهای مغناطیسی انتخاب شده، میدان مغناطیسی قطبی اندازه گیری شده توسط پروبهای مغناطیسی، تحول زمانی جریان پلازما، ولتاژ حلقه پلازما و نتیجه اولیه محاسبه پارامتر شفرانف نشان داده شده است. در هنگام انجام آزمایش، پارامترهای تجربی پلازما توکامک به ترتیب: میدان مغناطیسی تروئیدالی ۱/۲ تسلا، بیشینه جریان پلازما ۴۰ کیلو آمپرو بیشینه چگالی پلازما  $(n_e) < 3 \times 10^{19} m^{-3}$  می باشند.

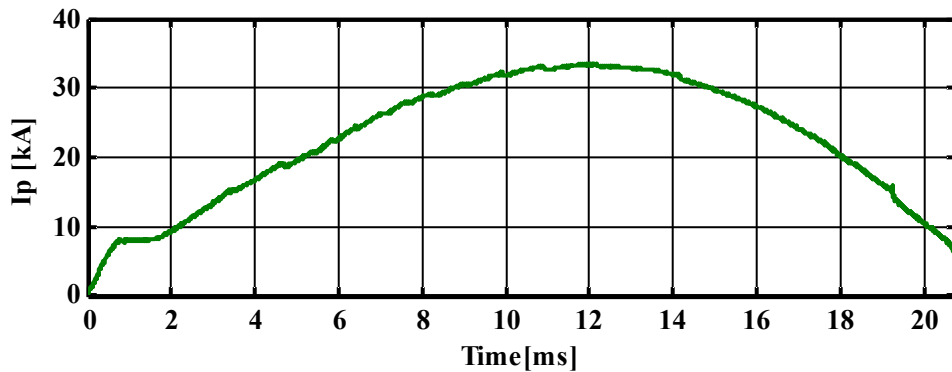


# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

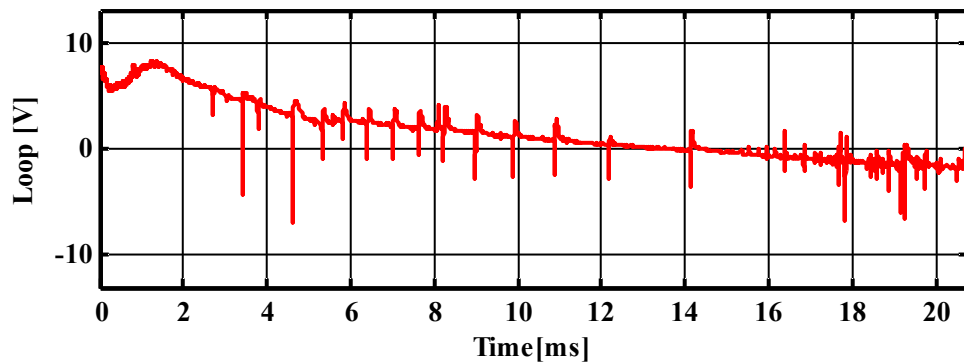
۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل ۲: تحول زمانی مولفه قطبی میدان مغناطیسی پلوئیدالی - پروبهای مغناطیسی شماره ۱۴ و ۳۸ در یک شات نمونه‌های توکامک دماوند



شکل ۳: تحول زمانی جریان پلازما در یک شات نمونه‌های توکامک دماوند



شکل ۴: تحول زمانی ولتاژ حلقه پلازما در یک شات نمونه‌های توکامک دماوند

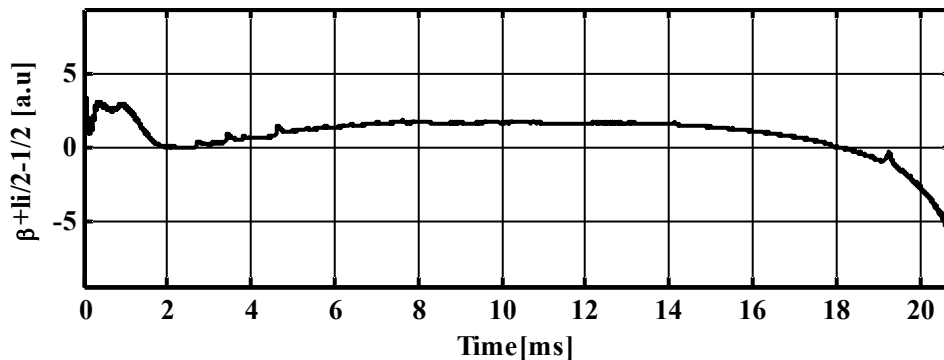
از آنجا که بازه زمانی مطلوب برای محاسبه پارامتر شفرانف از ۵ تا ۱۵ میلی ثانیه است، جریان پلازما تا قبل از



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

وقوع پدیده گسیختگی رسم شده و بر مبنای آن محاسبه پارامتر شفرانف انجام شده است. با توجه به شکل (۵)، در منطقه هموار (بازه زمانی ۵ تا ۱۵ میلی ثانیه) پارامتر شفرانف حول یک مقدار واحد نوسان میکند. جهت‌دقیق تر شدن تحلیل پارامتر تعادلی پلاسمای توکامک نیاز به اضافه نمودن پروبهای مغناطیسی شعاعی و نیز استفاده از تعداد بیشتری از پروبها در زوایای متفاوت می باشد که در آینده انجام خواهد گرفت.



شکل ۵: تحول زمانی پارامتر شفرانف (نتیجه اولیه تحلیل یک شات نمونه‌های توکامک دماوند)

## ۵- بحث و نتیجه‌گیری

معادله تعادلی گراد- شفرانف در دستگاه مختصات تروئیدالی، برحسب پارامتر عکس نسبت منظر، تا مرتبه اول بسط داده شد. از پارامترهای مهم توصیف کننده شرایط تعادلی پلاسمای توکامک دماوند (پارامتر شفرانف) با بسط مرتبه اول معادله تعادلی گراد- شفرانف و اندازه‌گیری میدانهای مغناطیسی قطبی، بصورت نیمه تحلیلی تعیین گردید. با استفاده از داده های تجربی دو پروب مغناطیسی قطبی در زوایای 0 و  $\pi$ ، معادلهای نیمه تجربی جهت توصیف کیفی پارامتر شفرانف بدست آمد. با استفاده از دادههای به دست آمده از پروبهای مغناطیسی قطبی، نتایج اولیه پارامتر تعادلی شفرانف بدست آمد. در ادامه پژوهش پیرامون تعیین نیمه تحلیلی پارامتر تعادلی پلاسمای توکامک، برای دقیق تر شدن تحلیل نیاز به اضافه نمودن پروبهای مغناطیسی شعاعی و نیز استفاده از تعداد بیشتری از پروبها در زوایای متفاوت می باشد که در آینده انجام خواهد گرفت.

## ۶- مراجع

- [1] Wesson, J., *Tokamaks*, Oxford University Press, Vol. 149. 2011.
- [2] Miyamoto, K., *Plasma physics and controlled nuclear fusion*, Springer, Vol. 38. 2006.
- [3] Shafranov, V. D., *On magnetohydrodynamical equilibrium configurations*, Sov. JETP Vol. 6, pp. 545, 1958
- [4] Freidberg, J.P., *Ideal magnetohydrodynamics*, Plenum Publishing Company Limite, 1987.
- [5] Shen, B., et al. *Poloidal beta and internal inductance measurement on HT-7 superconducting tokamak*, Rev. Sci. Instrum. Vol. 78, 093501, 2007.