



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

تعیین مولاریته اسید با اندازه‌گیری فوتون‌های کامپتون

اختای، جهانبخش؛ صالح، اشرفی؛ داود، علیزاده؛ ایران حسن‌زاده

* دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک، گروه هسته‌ای

چکیده

توموگرافی بوسیله فوتونهای پراکنده شده کامپتون بطور گسترده‌ای در صنعت و پزشکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مقاله با تجزیه و تحلیل فوتونهای پراکنده شده روشی جدید برای یافتن مولاریته اسید بدون دسترسی مستقیم به آن ارائه نموده‌ایم. همچنین یک مدل تئوری برای تغییرات داده‌های ثبت شده توسط آشکارساز برحسب مولاریته به دست آوردیم. بیشترین خطای نسبی برای نتایج بدست آمده، ۳٪ است که نشان دهنده کارایی بالای روش پیشنهادی برای تعیین مولاریته اسید و معتبر بودن مدل تئوری به دست آمده می‌باشد.

۲) کلید واژه

پراکندگی کامپتون، مولاریته اسید، آشکارساز سوسوزن، روش تیترا کردن

۳) مقدمه

مولاریته یا غلظت مولار تعداد مولکول گرم‌های از یک جسم حل شده در یک لیتر محلول است و کمیت اساسی در شیمی تجزیه می‌باشد. روش معمول برای تعیین مولاریته اسید تیترا کردن است که در آن مقدار اسید موجود در یک محلول، با افزایش تدریجی یک باز با غلظت مشخص تعیین می‌گردد [۱]. در این روش دسترسی مستقیم به اسید ضروری است بنابراین در مواردی که احتمال جذب آب توسط اسید وجود داشته باشد این روش خطرناک بوده و استفاده از روش جایگزین اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. روش پیشنهادی در این مقاله استفاده از تابش گاما و تجزیه و تحلیل تعداد فوتونهای آشکار شده در اثر فرآیند پراکندگی کامپتون است. تابش‌های الکترومغناطیسی با انرژی بیش از $E_\gamma > 100 \text{ keV}$ می‌توانند در ماده نفوذ کرده و در اثر پراکندگی کامپتون اطلاعاتی در باره ساختار داخلی آن به ما بدهند. از کاربردهای صنعتی آن می‌توان به رادیوگرافی با استفاده از اشعه ایکس یا اشعه گاما و توموگرافی کامپیوتری (CT) بوسیله پراکندگی کامپتون اشاره کرد [۲-۴]. در این مقاله ابتدا یک مدل تئوری برای تغییرات تعداد فوتونهای پراکنده شده از اسید بر حسب مولاریته آن به دست آوردیم. اعتبار مدل به دست آمده از طریق اندازه‌گیری تجربی مورد ارزیابی قرار گرفته شده است.

۴) روش کار

۴-۱) پراکندگی کامپتون

فرآیند پراکندگی کامپتون برهمکنشی ما بین فوتون و یک الکترون آزاد است. در این اندرکنش فوتون فرودی

قسمتی از انرژی خود را به الکترون داده و فوتون جدیدی با انرژی کمتر و در مسیر متفاوتی ایجاد می‌شود. تعداد فوتون‌های یکبار پراکنده شده در زاویه فضایی $d\Omega$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f = GI_0 \exp(-x_r \mu(E_0)) n_e \frac{d\sigma^{KN}}{d\Omega} \exp(-x_b \mu(E)) \quad (1)$$

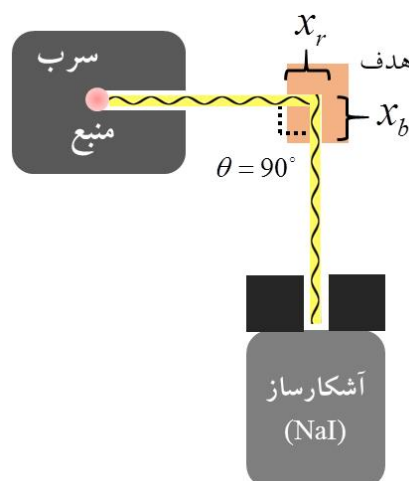
که در آن I_0 شار فوتون اولیه، G ثابت هندسی چیدمان آزمایش، $\frac{d\sigma^{KN}}{d\Omega}$ سطح مقطع کلین‌نشینا، n_e چگالی الکترونی ماده پراکنده، $\mu(E_0)$ و $\mu(E)$ ضریب تضعیف در انرژی اولیه و انرژی پس از پراکندگی و x_r و x_b طول مسیر حرکت فوتون در داخل محیط قبل و بعد از پراکندگی می‌باشد [۵]. برای یک چیدمان معین از چشمه، هدف، آشکارساز و حفاظ، مقدار کمیت‌های سطح مقطع کلین‌نشینا، شار فوتون اولیه و G ثابت هستند. بنابراین رابطه فوق را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$f = C n_e \exp(-x_r \mu(E_0)) \exp(-x_b \mu(E)) , \quad C = GI_0 \frac{d\sigma^{KN}}{d\Omega} \quad (2)$$

که مقدار C را می‌توان بطریق تجربی تعیین نمود.

۴-۲ اندازه‌گیری تجربی

در این کار از یک چشمه ^{137}Cs با اکتیویته 6mCi استفاده شده است. سیستم آشکارسازی شامل یک سوسوزن یدور سدیم NaI(Tl) به ابعاد $3\text{in} \times 3\text{in}$ می‌باشد که به منظور ثبت پرتوهای پراکنده شده از نمونه بکار رفته است. سیستم تجربی آزمایش در شکل (۱) نشان داده شده است. طیف حاصل از فوتون‌های پراکنده شده، تحت زاویه 90° درجه بوسیله یک تحلیلگر 1024 کاناله ثبت گردیده‌اند. نمونه‌های مورد آزمایش اسید سولفوریک (H_2SO_4) با مولاریته مجهول بودند.



شکل (۱): چیدمان تجربی آزمایش و نمونه مورد آزمایش

۴-۳ محاسبه مولاریته



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ و دانشگاه اصفهان

با تغییر مولاریته اسید چگالی الکترونی ماده پراکننده (n_e) و ضریب تضعیف در انرژی اولیه و انرژی پس از پراکندگی ($\mu(E_0)$ و $\mu(E)$) تغییر خواهد نمود. در نتیجه تعداد فوتون‌های شمارش شده توسط آشکارساز وابسته به مولاریته اسید خواهد بود.

چگالی الکترونی برابر است با تعداد الکترون‌های ماده پراکننده در واحد حجم، بنابراین برای یک اسید با مولاریته مجهول داریم:

$$\text{چگالی الکترونی} = \frac{\text{تعداد کل الکترونها}}{\text{حجم پراکندگی}} = \frac{\text{تعداد خالص اسید الکترونها} + \text{تعداد آب الکترونها}}{\text{حجم پراکندگی}} \quad (3)$$

می‌توان نشان داد که چگالی الکترونی اسید سولفوریک از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$n_e = \frac{N_A}{V} (n_w Z_w + n_a Z_a) \quad (4)$$

که در آن n_w و n_a تعداد مول‌های آب و اسید خالص در حجم V و Z_w و Z_a مجموع عدد اتمی عناصر تشکیل دهنده آب و اسید می‌باشند. رابطه بین تعداد مول‌های شرکت کننده از هر یک از مواد تشکیل دهنده محلول (اسید و آب) و حجم اشغال شده توسط آن بصورت زیر است:

$$v_i = \frac{n_i A_i}{\rho_i} \quad i = w, a, \quad V = v_w + v_a \quad (5)$$

که A_i عدد اتمی، ρ_i چگالی و n_i تعداد مول ماده ناممی باشد. با ثابت بودن حجم پراکننده (V) تعداد مول‌های آب و اسید مستقل از هم نبوده و می‌توان تعداد مول‌های آب را بر حسب تعداد مول‌های اسید بصورت زیر بیان کرد:

$$n_w = \frac{\rho_w}{A_w} (V - \frac{n_a A_a}{\rho_a}) \quad (6)$$

با جایگذاری معادله (۶) در رابطه (۴) چگالی الکترونی محلول بصورت زیر به دست می‌آید:

$$n_e = \frac{N_A}{V} (Z_w \frac{\rho_w}{A_w} (V - \frac{n_a A_a}{\rho_a}) + n_a Z_a) \quad (7)$$

که در آن تنها مجهول تعداد مول‌های اسید در حجم پراکننده است.

ضریب تضعیف اشعه کمیت مشخصه ماده جاذب است و مستقیماً وابسته به سطح مقطع کل اندرکنش گاما با محیط می‌باشد و در واحد طول بصورت زیر بیان می‌شود [۶]:

$$\mu = N\sigma = \frac{N_A \rho}{A} (\sigma_{ph} + z_i \sigma_C + \sigma_{pp}) \quad (8)$$

که در آن σ سطح مقطع کل اندرکنش، σ_{ph} ، σ_C و σ_{pp} به ترتیب احتمال اندرکنش فوتوالکتریک، کامپتون و تولید جفت می‌باشند و از احتمال سایر اندرکنش‌ها مانند تابش ترمزی و ... صرف نظر شده است. برای ماده مرکب یا مخلوط می‌توان ضریب جذب کل را از رابطه براگ^۱ بصورت زیر محاسبه کرد [۷]:

¹Bragg



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$\frac{\mu}{\rho} = \sum_i W_i \frac{\mu_i}{\rho_i} \quad (9)$$

که در آن W_i کسر وزنی هر عنصر می‌باشد و با رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$W_i = \frac{n_i A_i}{\sum_i n_i A_i} = \frac{n_i A_i}{W} \quad (10)$$

که W وزن کل ماده جاذب و n_i تعداد مول‌های عنصر i ام در جاذب می‌باشد. با جایگذاری روابط (۸) و (۱۰) در رابطه (۹) داریم:

$$\mu = \frac{N_A}{V'} \sum_i n_i (\sigma_{ph} + z_i \sigma_C + \sigma_{pp}) \quad (11)$$

که V' حجمی از نمونه است که موجب تضعیف فوتون‌ها قبل از پراکندگی می‌شود. در محدوده انرژی مورد استفاده و عناصر موجود در این آزمایش پدیده کامپتون غالب بوده و از بقیه سطح مقطع‌ها در برابر آن صرف نظر می‌کنیم. بنابراین ضریب تضعیف برای انرژی اولیه (E_0) یا انرژی فوتون پراکنده شده در زاویه 90° درجه (E) را با استفاده از روابط (۱۱) و (۶) می‌توان بصورت زیر تعیین کرد:

$$\begin{cases} \mu(E_0) = \frac{N_A}{V'} \left(\frac{\rho_w}{A_w} (V' - \frac{n'_a A_a}{\rho_a}) Z_w \sigma_C(E_0) + n'_a Z_a \sigma_C(E_0) \right) \\ \mu(E) = \frac{N_A}{V''} \left(\frac{\rho_w}{A_w} (V'' - \frac{n''_a A_a}{\rho_a}) Z_w \sigma_C(E) + n''_a Z_a \sigma_C(E) \right) \end{cases} \quad (12)$$

که V'' حجمی از نمونه است که موجب تضعیف فوتون‌ها پس از پراکندگی می‌شود و n'_a و n''_a تعداد مول نمونه در حجم‌های V' و V'' می‌باشند. با تعریف ضریب ثابت $m = \frac{n_a}{V} = \frac{n'_a}{V'} = \frac{n''_a}{V''}$ به عنوان تعداد مول در واحد حجم برای محلول همگن نمونه و با جایگذاری رابطه (۷) و (۱۲) در رابطه (۲) داریم:

$$\begin{aligned} f = C \{ N_A (Z_w \frac{\rho_w}{A_w} (1 - \frac{m A_a}{\rho_a}) + m Z_a) \} \times \\ \exp(-x_r \{ N_A (\frac{\rho_w}{A_w} (1 - \frac{m A_a}{\rho_a}) Z_w \sigma_C(E_0) + m Z_a \sigma_C(E_0)) \}) \times \\ \exp(-x_b \{ N_A (\frac{\rho_w}{A_w} (1 - \frac{m A_a}{\rho_a}) Z_w \sigma_C(E) + m Z_a \sigma_C(E)) \}) \end{aligned} \quad (13)$$

با اندازه‌گیری تعداد فوتون‌های آشکار شده (f) و یافتن تعداد مول اسید سولفوریک در واحد حجم می‌توان تعداد مول در یک لیتر یا مولاریته آن را تعیین نمود.

۵ نتایج

برای تهیه محلول همگن اسید سولفوریک با مولاریته‌های مختلف مقدار مشخصی اسید ۹۸٪ متناسب با مولاریته مورد نظر به حجم معینی از آب اضافه کردیم. سپس نمونه‌های به دست آمده را تحت تابش گامای 662 keV چشمه



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

^{137}Cs مطابق با چیدمان شکل (۱) قرار داده و تعداد فوتون‌های آشکار شده تحت زاویه ۹۰ درجه را با کسر تعداد فوتون‌های آشکار شده برای لوله آزمایش خالی، به عنوان طیف زمینه، ثبت کردیم. همچنین از داده‌های به دست آمده برای کالیبره کردن فرمول (۱۳) و یافتن ضریب ثابت C در آن استفاده کردیم سپس با داشتن تعداد فوتون‌های آشکار شده، مولاریته هر یک از محلول‌ها را با رابطه (۱۳) محاسبه نمودیم. نتایج اندازه‌گیری و محاسبات فوق در جدول (۱) ثبت شده‌اند.

جدول (۱): مولاریته به دست آمده با استفاده از تعداد فوتون‌های آشکار شده تحت پراکندگی کامپتون برای نمونه‌های مختلف

تعداد فوتون‌های آشکار شده	مولاریته حاصل از رابطه (۱۳)	مولاریته اسید سولفوریک مورد آزمایش	درصد خطای نسبی
۲۸۳۷۵۰ (۵۳۳)	۰/۰۱	*	۱/۰۰
۲۹۹۰۰۶ (۵۴۷)	۰/۹۷	۱/۰۰	۳/۰۰
۳۰۶۷۰۹ (۵۵۴)	۲/۰۴	۲/۰۰	۲/۰۰
۳۱۷۲۸۸ (۵۶۳)	۴/۰۸	۴/۰۰	۲/۰۰
۳۳۴۵۶۵ (۵۷۸)	۵/۵۵	۵/۵۰	۰/۹۱
۳۴۵۷۳۵ (۵۸۸)	۷/۱۱	۷/۰۰	۱/۵۷
۳۵۷۷۶۰ (۵۹۸)	۸/۶۵	۸/۵۰	۱/۷۶
۳۷۶۷۳۹ (۶۱۴)	۱۰/۰۱	۱۰/۰۰	۰/۱۰
۳۸۶۳۲۸ (۶۲۲)	۱۱/۶۲	۱۱/۵۰	۱/۰۴
۴۰۹۶۲۲ (۶۴۰)	۱۲/۷۹	۱۳/۰۰	۱/۶۲

* مولاریته آب بدون اسید صفر در نظر گرفته شده است.

برای ارزیابی رابطه به دست آمده برای تغییرات تعداد فوتون‌های ثبت شده با مولاریته از پارامتر درصد خطای نسبی با تعاریف زیر استفاده کردیم:

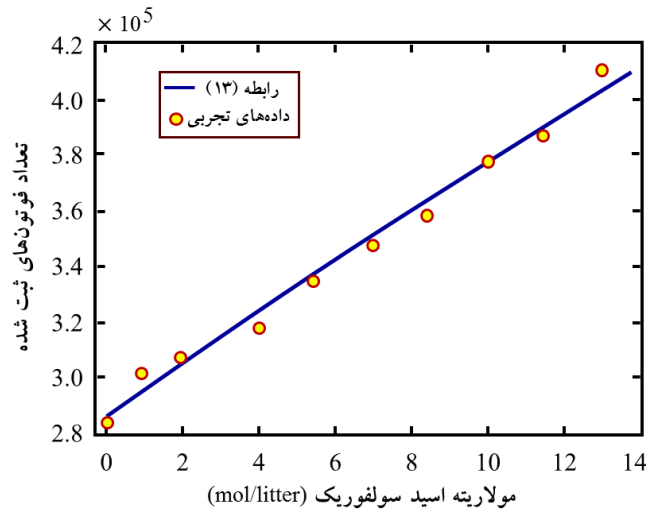
$$RE = 100 \times \frac{|M - mol|}{M} \quad (15)$$

که M مقادیر واقعی مولاریته اسید و mol مقادیر حاصل از رابطه (۱۳) می‌باشد. از جدول (۱) مشاهده می‌شود که بیشترین مقدار درصد خطای نسبی ۳٪ است که بیانگر کارایی بالای روش پیشنهادی و رابطه به دست آمده برای تعیین مولاریته اسید با دقت مناسب می‌باشد. نتایج تجربی تعداد فوتون‌های ثبت شده برای نمونه‌های مختلف همراه با منحنی تغییرات تعداد فوتون‌های پراکنده شده بر حسب مولاریته (رابطه (۱۳)) در شکل (۲) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که رابطه (۱۳) تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد.



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل (۲): تغییرات تعداد فوتون‌های ثبت شده بر حسب مولارسته

۶) بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله روش جدیدی برای تعیین مولارسته اسید سولفوریک با استفاده از آشکارسازی تعداد فوتون‌های کامپتون پراکنده شده تحت زاویه ۹۰ درجه ارائه شده است. برخلاف روش‌های مورد استفاده در مهندسی شیمی در این روش نیازی به دسترسی مستقیم به اسید نیست. همچنین یکمدل تئوری برای تعداد فوتون‌های ثبت شده توسط آشکارساز بصورت تابعی از مولارسته اسید به دست آوردیم. نتایج به دست آمده نشانگر دقت و کارایی بالای روش ارائه شده برای تعیین مولارسته اسید می‌باشد.

۷) مراجع

- [1] Daniel C. Harris, *Quantitative Chemical Analysis*, 7Ed. Freeman and Company 2007.
- [2] Singh, Investigations of effect of target thickness and detector. [2] Arvind D. Sabharwal, B.S. Sandhu, B collimation on 662 keV multiply backscattered gamma photons, *Radiat. Meas.* 44, 411-414, 2009.
- [3] Wang, J. Wang, Y. Chi, Z. Continuous reconstruction of density image from Compton scattered spectra with neural network. *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.* 146, 235 - 239, 1999.
- [4] S.Ashrafi, O.Jahanbakhsh, D.Alizadeh, B.Salehpour, A novel method for non-destructive Compton scatter imaging based on the genetic algorithm, *Central European Journal of Physics*, V 11, Is 5, 560-567, 2013.
- [5] Evans RD, "The Atomic nucleus" McGraw-Hill, New-York, 1955.
- [6] William R.Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer, Berlin, 21-29, 1994
- [7] C. M. Davisson, *Interaction of Gamma Radiation with matter in Alpha, Beta and Gamma Ray Spectroscopy*, ed. K. Siegbahn North-Holland, Amsterdam 1968.