بیست و یکمین کنفرانس هسته ای ایران

۶و۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

بررسی پتانسیل مؤثر تک ذره و تابع توزیع فرمی–دیراک در ماده هسته ای نامتقارن براساس جرم مؤثر تعمیم یافته

*موسوی خرشتمی، سیده کبری [۱]؛ غضنفری مجرد، مهدی [۲]

[۱و۲]دانشگاه کاشان، دانشکده فیزیک، گروه فیزیک هسته ای

چکیده

خواص ترمودینامیکی برای ماده هسته ای نا متقارن در چهارچوب تقریب توماس فرمی بررسی می شود.با استفاده از برهمکنش نوکلئون-نوکلئون مایرز وشواتکی و با انجام وردش تابعی انرژی آزاد کل سیستم نسبت به تابع توزیع نوکلئونی در فضای فاز به عبارتی برای جرم موثر تعمیم یافته نوکلئونی که تابع چگالی و دما است، رسیده ایم. در این مدل آماری تاثیر دما برروی جرم موثر تعمیم یافته و همچنین کمیتهای گوناگون ترمودینامیکی نظیر آنتروپی ، انرژی آزاد و فشار بررسی می شود.

کلمات کلیدی:*۱-معادله حالت ۲ - ماده هسته‌ای‌نامتقارن ۳ - جرم مؤثرتعمیم یافته٤- انرژی بستگی٥-تکانه فرمی.*

۱-مقدمه

سیستم‌های بس‌ذره‌ای به‌دلیل دارا بودن تعداد زیادی از ذرات و با وجود تعدد برهمکنش بین‌آن‌ها،از ساختار پیچیده‌ای در بررسی و تحلیل برخوردارند. بررسی خواص این سیستم‌های چگال، یکی از مسائل مهم در فیزیک نظری به شمار می‌رود.یکی از این سیستم‌های بس‌ذره‌ای، سیستم ماده هسته‌ای است. ساختار ایده‌ال مرکز هسته‌های‌سنگین را می‌توان به‌عنوان ماده هسته‌ای در نظرگرفت. مدل ماده هسته‌ای، یک سیستم فرضی ایده‌ال بی‌نهایت بزرگ از نوکلئون‌هاست. بنابر این ماده هسته‌ای به منظور فهم برهمکنش نیروی‌هسته‌ای‌قوی بین نوکلئون‌ها مطالعه می‌شود[٦-١].

مطالعه ماده هسته‌ای در فهم پدیده‌هایی چون برخورد یون‌های سنگین و فیزیک مایعات‌کوانتومی و سیستم-های اختر فیزیکی‌چگال، مانند ستارگان‌نوترونی و انفجار ابرنواخترها حائز اهمیت است.دو مشخصه مهم ماده هسته‌ای؛ چگالیρ و پارامترعدم تقارن δ می‌باشد که به شکل $\delta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p}$ تعریف می‌شود. اگر$\delta = 0$ باشد، ماده هسته‌ای متقارن(SNM) و اگر$0 < \delta < 1$ ماده هسته‌ای نامتقارن(ASNM) و به‌ازاء$\delta = 1$ ماده نوترونی(PNM)معرفی می‌گردد. معادله حالت ماده هسته‌ای، ارتباط بین کمیتهای ترمودینامیکی سیستم را بیان می‌کند که می‌توان برای بدست آوردن خواص ماده هسته‌ای از آن استفاده‌کرد [٦-٢]. در این مدل که

مبتنی بر تحلیل آماری در فضای فاز است، حالات نوکلئونی‌رامی‌توان به‌سادگی‌توسط‌موقعیت وتکانه‌هایشان در فضای‌فاز مشخص‌کرد. ذرات در هرنقطه‌ازفضا، پتانسیلی‌را احساس می‌کنند که این پتانسیل به صورت تابع آرامی درحال تغییر است. در این تحقیق سعی داریم که در چهارچوب تقریب‌توماس- فرمیبا ارائه مفهوم جدید جرم‌مؤثرتعمیم‌یافته در ماده‌هسته‌ای‌نامتقارن، دستیابی به‌نتایج‌کلیدی در تعیین‌خواص‌ترمودینامیکی ماده-هسته‌ای را به‌مراتب کوتاهترکنیم. در ابتدا ساختار اصلی مدل توماس-فرمی با استفاده از برهمنکش مایرز و شواتکی برای تعیین جرم‌مؤثرتعمیم‌یافته ماده هسته‌ای نامتقارنارائه می‌گردد. سپس نتایجعددی حاصل از این-مدل، در مورد کمیتهای مهم ترمودینامیکی بررسی و در انتها جمع‌بندی و نتیجه‌گیری می‌شود.

۲پتانسیل‌مؤثرتک‌ذره‌ایماده هسته‌ای نامتقارن

پتانسیل بین نوکلئونی که در این مدل به کار گرفته می شود به پتانسیل مایرز و شواتکی مشهور است[۱].

$$V_{12} = \frac{-2T_b}{\rho_0} f\left(\frac{r_{12}}{a}\right)\left\{\frac{1}{2}(1\mp\xi)\alpha - \frac{1}{2}(1\mp\zeta)\left[\beta\left(\frac{P_{12}}{p_b}\right)^2 - \gamma\frac{p_F}{|p_{12}|} + \sigma\left(\frac{2\bar{\rho}}{\rho_0}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\} \quad (۱)$$

نحوه توزیع و یا اشغال‌حالتها در فضای‌فازدر دمای‌صفراز طریق تابع‌توزیع‌پله‌ای $\Theta(k_F - |k|)$میسرمی‌باشد.

تابع‌توزیع در دمای‌متناهی برای چنین‌سیستمهای‌فرمیونیاز نوع‌فرمی-دیراک است.

$$f_{n(p)}(p_0) = \frac{1}{1+e^{\left(\frac{\varepsilon_{n(p)}(p_0)}{KT} - \mu_{n(p_0)}\right)}} (۷) \varepsilon_{n(p)}(p_0) = \frac{{P_0}^2}{2B_{n(p)}} + U_{n(p)}(p_0) (۸)$$

که $\mu_{n(p)}$ ضریب‌نامعین‌لاگرانژ و $\varepsilon_{n(p)}$انرژی‌مؤثرتک‌ذره استکه در فضای‌فاز تعریف می‌شود [۳و٤]. برای تعیین تابع‌توزیع، از وردش تابعی $\delta f(p)$ که متناظر با خلق یک‌نوکلئون در فضای فاز است، استفاده می‌شود. این‌کار معادل با کمینه‌کردن انرژی‌آزاد هلمهوتز برای رسیدن به نوعی از حالت‌تعادل است[۲و۳]. $\frac{{P_0}^2}{2B_{n(p)}}$ انرژی‌جنبشی‌و $U_{n(p)}(p_0)$ پتانسیل‌مؤثرتک‌ذره‌ای است. بدین صورت‌داریم:

$$B_n = \frac{\bar{M}}{\left[1+\left(\frac{2\rho_n}{\rho_0}\beta_l\right)+\left(\frac{2\rho_p}{\rho_0}\beta_u\right)\right]} B_p = \frac{\bar{M}}{\left[1+\left(\frac{2\rho_p}{\rho_0}\beta_l\right)+\left(\frac{2\rho_n}{\rho_0}\beta_u\right)\right]} (۹)$$

$$U_{n(p)}(p_0) = \left(\frac{-16\pi T_0 P_0}{\rho_0 h^3}\right) \times \left[B_{n(P)}\gamma_l\left(\frac{\Gamma_{P1}}{p} + \Gamma_{P2}\right) + B_{p(n)}\gamma_u\left(\frac{\Gamma_{n1}}{p} + \Gamma_{n2}\right)\right] \quad (۱۰)$$

$$\Gamma_{P1} = \int_0^{p_0} P_1^2 f(p_1) dp_1 \quad , \quad \Gamma_{P2} = \int_{p_0}^{\infty} P_1 f(p_1)\, dp_1 \qquad (۱۱)\ \Gamma_{n1} = \int_0^{p_0} P_2^2 f(p_2) dp_2 \ , \Gamma_{n1} = \int_{p_0}^{\infty} P_2 f(p_2)\, dp_2 (۱۲)$$

جرم‌مؤثر $B_{n(p)}$ تنها تابعی از چگالی‌نوکلئونی و پتانسیل تک‌ذره‌ای‌مؤثر $U_{n(p)}(p_0)$تابع چگالی‌نوکلئونی‌و دما می‌باشد. در روندمحاسبه $U_{n(p)}(p_0)$ به یک رابطه خودسازگار با خودش می‌رسیم. رفتار چنین پتانسیلی در تابع‌توزیع برای تکانه‌های‌حول تکانه‌فرمی‌نوترون، نقشی تعیین‌کننده در اشغال حالتها در فضای فاز دارد. از این

رو برای کاهش قابل‌توجه زمان‌محاسبات، $U_{n(p)}(p_0)$در تابع‌توزیع، با عبارتی در قالب‌انرژی جنبشی به صورت$\frac{P^2{}_0}{2B_{1n(p)}}$جایگزین می‌گرددکه $B_{1n(p)}$ طبق رابطه زیرتعریف می‌شود:

$$B_{1n(p)} = \left(\frac{1}{P}\frac{\partial\, U_{n(p)}(p_0)}{\partial p}\right)^{-1}_{P_{Fn}} \qquad (۱۳)$$

با این جایگزینی، شکل عبارت انرژی مؤثر تک ذره در فضای فاز به صورت زیرتبدیل خواهد شد:

$$\varepsilon_{n(p)}(p_0) = \frac{{p_0}^2}{2B_{n(p)}} + U_{n(p)}(p_0) = \frac{{p_0}^2}{2B_{n(p)}} + \frac{{p_0}^2}{2B_{1n(p)}} = {p_0}^2\left(\frac{1}{B_{n(p)}} + \frac{1}{B_{1n(p)}}\right) = \frac{{p_0}^2}{2{B_{n(p)}}^*} \qquad (۱٤)$$

$$\frac{1}{{B_{n(p)}}^*} = \frac{1}{B_{n(p)}} + \frac{1}{B_{1n(p)}} \qquad (۱۵)$$

${B_{n(p)}}^*$ جرم مؤثرتعمیم‌یافته نامیده‌می‌شود. با استفاده ازروش‌تکرار کامپیوتری و جرم‌مؤثر$B_{n(p)}$رابطه (۹)و جرم‌مؤثرتعمیم‌یافته${B_{n(p)}}^*$ رابطه(۱۵) که در تابع‌توزیع به‌ازای چگالی‌های مختلف ظاهرمی‌شوند، $\mu_{n(p)}$ را می‌توان برای هرذره تعیین و تابع‌توزیع را بدست‌آورد. درنهایت کمیت‌های‌اساسی‌ترمودینامیکی برای توصیف-خواص سیستم را می‌توان بدست آورد.

۳- نتایج عددی و بحث در مورد آنها

شکل(۱)نسبت جرم‌مؤثربدست‌آمده به‌جرم متوسط‌نوکلئونی($\frac{B_{n(p)}}{\bar{M}}$) برحسب‌چگالی‌کل در دماهای‌مختلف برای نوترون و پروتون رسم‌شده‌است. رفتار نزولی این کمیت‌ها که صرفا تابع‌چگالی نوکلئون‌هاست، با افزایش چگالی‌کل به‌چشم می‌خورد. شکل(۲)نسبت جرم‌مؤثرتعمیم‌یافته‌بدست‌آمده به‌جرم‌متوسط نوکلئونی($\frac{{B_{n(p)}}^*}{\bar{M}}$) برحسب چگالی‌کل، براینوترون و پروتون در دماهای‌متفاوت رسم‌شده‌است. این کمیت‌ها که تابع‌چگالی‌نوکلئونها و دما هستند، با افزایش‌دما، افزایش‌می‌یابند. در چگالی‌های‌کل بالا، این‌مقادیر به‌ازای دماهای‌مختلف به‌همدیگر نزدیک‌می‌شوند که بیانگرتوافق نتایج حاصل از این مدل، با نظریه‌پدیده‌شناسی-لاندائوا می‌باشد.درشکل(۳)پتانسیل‌تک‌ذره‌ای‌مؤثر $U_{n(p)}(k)$ رابرحسب عددموج‌فرمی$k=\frac{p}{\hbar}$برای نوترون‌و پرتوندر دمای‌ثابت وچگالی‌ها وδ های‌مختلفرسم‌شده‌است.مشاهده می‌شود،که با افزایش چگالی، پتانسیل مؤثر تک‌ذره کاهش‌می‌یابد، این کاهش با افزایش دلتا بسیارکم‌تر می‌باشد. شکل(٤)، نمودار بالا را در چگالی‌ها وδ های ثابت و دماهای‌مختلف نشان‌می‌دهد.دیده‌می‌شودکه باافزایش‌دما،پتانسیلمؤثر تک‌ذرهافزایش‌می‌یابد. که این خود بیانگر تابعیت پتانسیل مؤثر تک‌ذره به چگالی و دما است.در هر دو نمودار ارائه شده، مشاهده می‌شود که درعدد موج‌های‌بالاتر با یک رفتار هموار مواجه می‌شویم که با افزایش دما و یا کاهش چگالی، حیطه این رفتار هموار به سمت عدد موج‌های کمتر گسترش پیدامی کند.

شکل‌های (۵) و (۵-۱)رفتارتابع‌توزیع فرمی-دیراک را برحسب عددموج‌فرمی برایρ,δ ثابت و دردماهای-مختلف نشان‌می‌دهد، این رفتار پلکانی‌بوده و در فاصله‌کوچکی از تغییراتk، تابع از مقدار بیشینه خود به

یک‌مقدار ثابت نزول‌می‌کند.همچنین مشاهده‌می‌شود که نمودار برحسب جرم مؤثرتعمیم‌یافتهو بر حسب جرم-مؤثر کاملا برهم منطبق می‌باشد و این یعنی نظریه ارائه شده دارای صحت و دقت‌خوبی می‌باشد.حالپس از تعیین تابع‌توزیع به‌بررسی کمیتهای مهم ترمودینامیکی می‌پردازیم. برای آنتروپی به‌ازای هر نوکلئون داریم:

$$S = \frac{-2}{\rho h^3} \sum_{i=n,p} \int d^3p [f_i(p) \ln f_i(p) + (1 - f_i(p)) \ln(1 - f_i(p))] \quad (۱۰)$$

در شکل (٦) آنتروپی به ازای هر نوکلئون بر حسب چگالی ها و دماهای مختلف رسم شده است.به ازای افزایش چگالی نوکلئونی آنتروپی به ازای هر نوکلئون کاهش می‌یابد. البته شیب این کاهش در چگالی‌های پایین بسیار تندتر و در چگالی‌های بالا به صفر نزدیک می‌شود، با افزایش دما آنتروپی نیز افزایش پیدا می‌کند که نشانگریک انتقال فاز است همچنین در چگالی‌های پایین به ازای افزایش پارامتر عدم تقارن δ آنتروپی اندکی کاهش را نشان می‌دهد ولی با افزایش چگالی این اختلاف به صفر می‌رسد. نموداربا هر دو روش جرم مؤثر و جرم مؤثرتعمیم یافته کاملاً بر روی هم منطبق می‌باشد که خود نشانگر دقت بالا و صحت کامل فرض ارائه شده می‌باشد. انرژی آزاد به ازای هر نوکلئون از طریق رابطه $f = U - TS$ بدست می آید که در شکل (۷) این کمیت برحسب چگالی هاو دماهایمختلف رسم شده است. به ازای افزایش دما مقدار انرژی آزاد هلمهولتز کاهش پیدا می‌کند و در چگالی‌های پایین هرچه به سمت دماهای بالاتر می‌رویم، انرژی آزاد دارای تغییرات بیشتری میشود. البتهدر چگالیهای بالا انرژی آزاد رفتار تقریبا مشابهی برای دماهای مختلف دارد.به ازای افزایش پارامتر عدم تقارن δ، در یک دمای ثابت، انرژی آزاد هلمهولتز کاهش پیدا می‌کند.در این شکل نیزنمودار با هر دو روش جرم مؤثر و جرم مؤثرتعمیم یافته کاملاً بر روی هم منطبق می‌باشد. بار دیگر و در یک کمیت کلیدی دیگر، دقت بالا و صحت کامل فرض ارائه شده به اثبات رسید.تعیین کمیت فشار برحسب چگالی نوکلئونی و دمادر واقع تعیین نوع مطرحی از معادله حالت برای سیستم است. با داشتن انرژی آزاد هلمهولتز می‌توان خواص سیستم ماده هسته‌ای را بررسی کرد و به وسیله مشتق‌گیری از انرژی آزاد هلمهولتز می توان فشار را برحسب چگالی نوکلئونی و به صورت تابعی از دما بدست آورد طبق رابطه زیر داریم:

$$P(\rho, T) = \rho^2 \left.\frac{\partial f(\rho,T)}{\partial \rho}\right|_{\rho=\rho_0} \quad (۱۱)$$

در شکل (۸) فشار نیز در چگالی ها و دماهای مختلف رسم شده است.با محاسبه فشار بر حسب چگالی کل نوکلئونی و دما به رفتار واندروالس‌گونه معادله حالت در این شکل می‌توان پی‌برد. با محاسبه مشتق انرژی

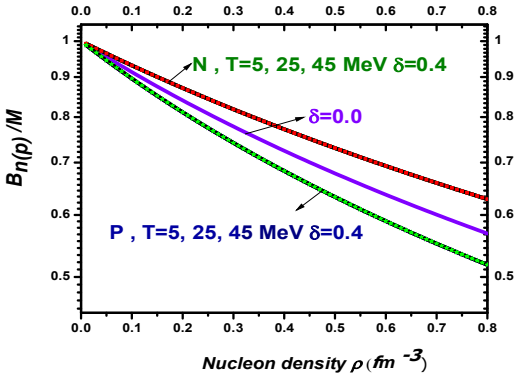
آزاد و بدست‌آوردن معادله حالت می‌توان مشاهده‌کرد که رفتار کیفی معادله‌حالت شاهدی بررفتارواندروالسی است. معادله‌حالت واندروالس تصحیحی بر معادله حالت‌گاز ایده‌ال است. با استفاده از برنامه کامپوتری‌محاسبه تقریبی مشتق که از بسط تیلور و قضیه مقدار میانی به کارگرفته شده‌است، بادقت خوبی مقدار فشار رامحاسبه کردیم. برای بررسی مقدار فشار در چگالی‌ها پایین از شکل(۸-۱)استفاده می‌کنیم. مشاهده می‌شود به‌ازای-افزایش دما، مقدار فشار افزایش می‌یابد. البته در دماهای پایین ابتدا یک روندکاهشی و سپس روند افزایشی از خود نشان‌می‌دهد و به‌ازای افزایش δ، در یک دمای ثابت، مقدار فشار تغییرات کمی پیدا می‌کنددر این شکل نیزنمودار با هر دو روش جرم مؤثر و جرم مؤثرتعمیم یافته کاملاً بر روی هم منطبق می‌باشد.

نتیجه گیری

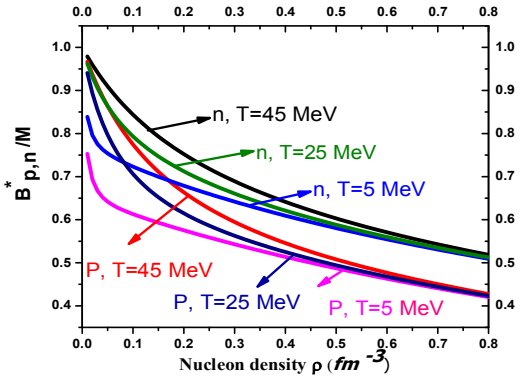
در ارائه این مدل برای ماده هسته ای نامتقارن با مطرح کردن ایده اصلی که همان روش وردشی تابعی است، جرم موثر تعمیم یافته را بر حسب رفتار پتانسیل مؤثر تک ذره ای حول تکانه فرمی بدست آوردیم. مزیت اصلی ارائه این کمیت به جای پتانسیل موثر تک-ذره ای در تابع توزیع به حداقل رساندن هرچه بیشتر زمان محاسبات برای تعیین کمیتهای مختلف ترمودینامیکی است. بنابر این به دلیل توافق این مدل با مدلهای مطرح دیگر در بررسی خواص ترمودینامیکی ماده هسته ای نامتقارن، می توان به تعمیم آن در بررسی ساختارهای مختلف باریونی در دماهای مختلف پرداخت.

مرجع‌ها

[۱] W. D. Myers and W.J.Swiatecki, Nucl. Phys A601 (1996)141.
[2] M. Modarresand H. R. Moshfegh ,*The American Physical Society*(2000).
[۳] J.Randrup, E. Lima Medeiros, Nucl. Phys. A. 526 (1991) 115.
[۴] K.strobel, F.Weber and M. K. Weigel, Z. Naturforsch 54a (1999) 83.
[۵] B. Friedman and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys.A 361 (1981) 502.
[٦]غضنفری مجرد ، مهدی. ؛ «محاسباتتوماس-فرمیبرایمادههستهایمتقارنومادهنوترونی»؛ *انجمن فیزیک*، شهریور ۱۳۸۷، دانشگاه کاشان

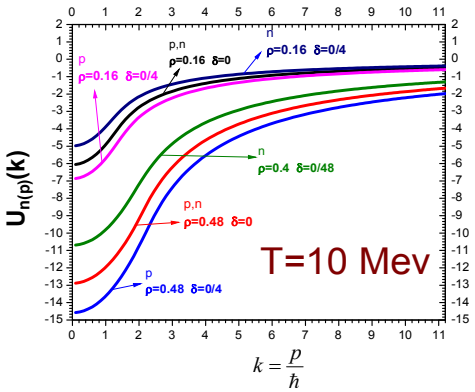


شکل ۱- نسبت جرم موثر نوترون و پروتون به جرم متوسط نوکلئونی

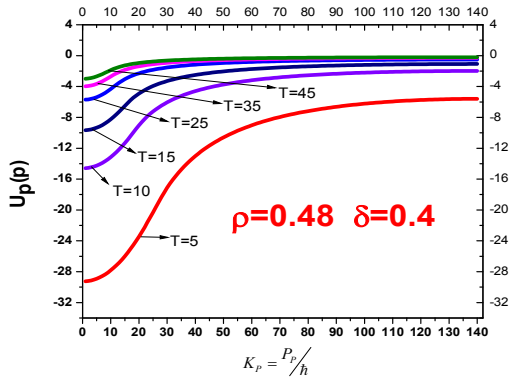


شکل ۲- نسبت جرم برحسب چگالی‌های کل در دماهای مختلف

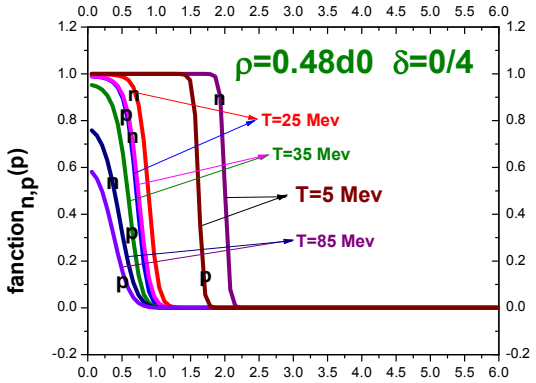
مؤثرتعمیم‌یافته به جرم متوسط نوکلئونی بر حسب چگالی کل در دماهای مختلف



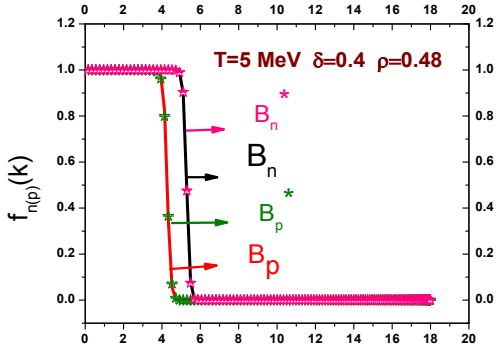
شکل ۳-پتانسیل موثر تک–ذره ای برای نوترون و پروتون بر حسب k به ازای مقادیر مختلف δ و ρ در دمای ثابت



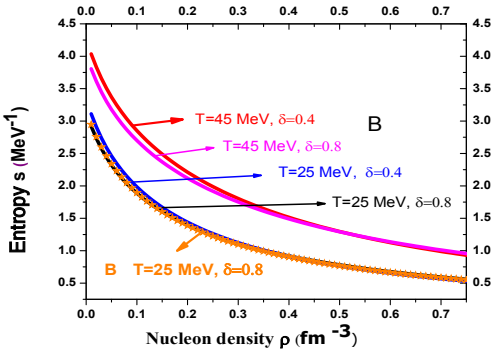
شکل٤-پتانسیل موثر تک-ذره ای برای پروتون بر حسب k به ازای مقادیر مختلفدمای در δ و ρ ثابت



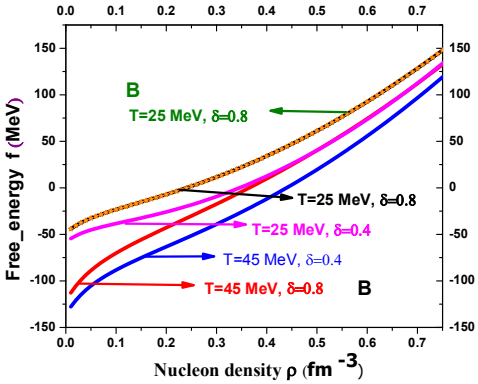
شکل٥- تابع توزیع فرمی-دیراک تک‌ذره‌ای برحسب عدد موج فرمی در δ,ρثابت

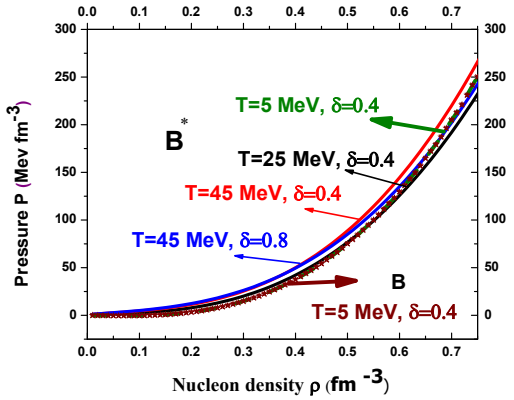


شکل٥-١-تابع توزیع فرمی-دیراک تک‌ذره‌ای برحسب عدد موج فرمی در T و δ و ρ ثابت

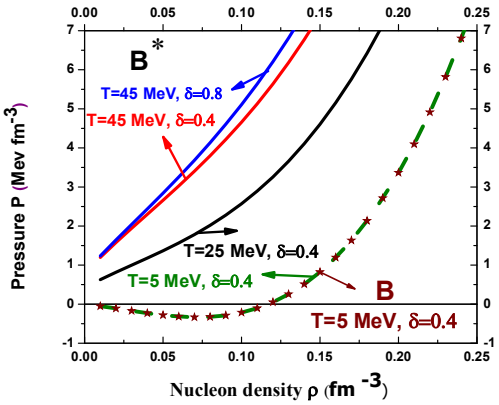


شکل٦- آنتروپی برحسب چگالی کل در T و δهای مختلف





شکل۷- انرژی آزادهلمهولتز برحسب چگالی کل در T وδهای مختلف



شکل۸- فشار بر حسب چگالی کل درTوδهای مختلف

شکل۸-۱-
فشار بر حسب چگالی کل درTوδهای مختلف در محدوده کوچک