بررسی ناحیه گذار U(5)-O(6) با استفاده از جبر آفین SU(1,1) در مدل اندرکنش بوزون– فرمیونی

جعفریزاده-محمد علی [۱]، فولادی –ناصر[۱*]، قپانوری-مریم[۱و۲]، رنجبر–زینب[۱]، صدیق زاده- اصغر [۲]

[۱]دانشگاه تبریز دانشکده فیزیک

[۲] پژوهشگاه علوم وفنون هسته ای پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته ای

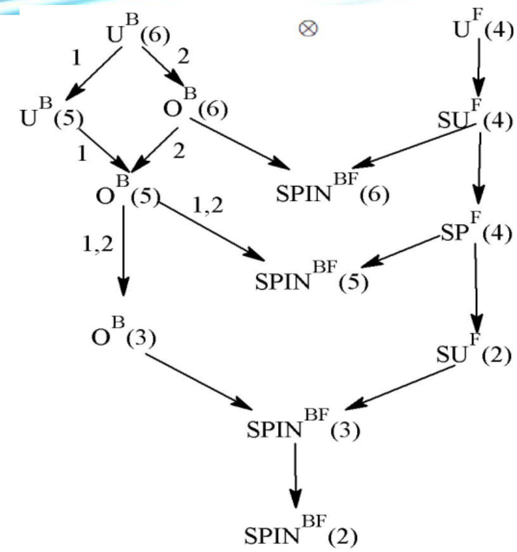
چکیده:

در این مقاله ناحیه گذار u(5)-o(6) درهسته های A فرد با استفاده از جبرآفین SU(1,1) و ساختار جبر دوگانگی در سیستم های دو ترازی در مدل اندرکنش بوزون-فرمیونی بررسی می شود. در این مقاله برای هسته های A فردی که نوکلئون با $j=\frac{3}{2}$ به یک سیستم بوزونی کوپل می شوند مدل حل پذیری ارائه سپس به بررسی مشاهده پذیرهای کوانتومی گذار فاز مانند تقاطع ترازی، مقادیر انتظاری عدد d بوزونی ، انرژی حالت پایه و مشتق اول آن می پردازیم.

کلمات کلیدی: Quantum phase transition, interacting boson-fermion model, affin algebra

مقدمه :

در بسیاری از نمونه ها در فیزیک ، ما مجبوریم سیستم های بوزونی و فرمیونی را بصورت همزمان در نظر بگیریم که کوپل فرمیونها و بوزونها منجر به مدل اندرکنش بوزون – فرمیونی می شود که برای بررسی خواص هسته هایی با عدد جرمی فرد (هسته های فرد – زوج و زوج – فرد) مورد استفاده قرار گرفته است[۱]. در مدل IBFM تقارن های بوز – فرمی متناسب با هر یک از تقارن های دینامیکی مدل IBM-1 است در این مقاله ما گذار بین حدهای تقارن دینامیکی U(5) و O(6) مدل اندرکنش بوزونی را که تک نوکلئونی با $j=\frac{3}{2}$ به آنها کوپل شده است را در نظرمی گیریم . بنابراین گذار بین دو زنجیره زیر صورت می پذیرد [۲]:



روش کار :

در این مدل گذار فاز توسط قسمت بوزونی انجام می شود و اثر نوکلئون منفرد تنها بر اسپین کل هسته اثر گذار است .

جبرلی متناظر با گروه تقارنی SU(1,1) با استفاده از سه عملگر S^+, S^-, S^0 توصیف می شود که روابط جابجائی زیر بین آنها برقرار می باشد[۳]

$$[S^0, S^\pm] = \pm S^\pm [S^+, S^-] = -2S^0 \qquad (1)$$

مولد های گروه $SU^d(1,1)$ که شامل جفت شدگی d بوزون را در نظر می گیریم بصورت [۳]

$$S^+_{BF} = \frac{1}{2}(d^+.d^+) \quad , \quad S^-_{BF} = \frac{1}{2}\left(\tilde{d}.\tilde{d}\right) \quad , S^0_{BF} = \frac{1}{4}\sum_{\vartheta}(d^+_\vartheta d_\vartheta + d_\vartheta d^+_\vartheta) \qquad (2)$$

برای نمونه های مربوط به حد SO(6)، مولدهای $SU^{sd}(1,1)$ ایجاد می شود بصورت

$$S^+_B = \frac{1}{2}\left(d^+.d^+ \pm s^{+2}\right)$$
$$S^-_B = \frac{1}{2}\left(\tilde{d}.\tilde{d} \pm s^2\right) \quad , \quad S^0_{BF} = \frac{1}{4}\sum_{\vartheta}(d^+_\vartheta d_\vartheta + d_\vartheta d^+_\vartheta) + \frac{1}{4}(s^+s + ss^+) \qquad (3)$$

رابطه دوگانگی بین کازیمیر ها بصورت زیر برقرار می گردد[۳] :

$$C_2\left(\mathrm{SU}^{\mathrm{d}}(1,1)\right)=\frac{5}{16}+\frac{1}{4}\mathrm{C}_2\left(\mathrm{SO}^{\mathrm{B}}(5)\right)\ ,C_2\left(\mathrm{SU}^{\mathrm{sd}}(1,1)\right)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\mathrm{C}_2\left(\mathrm{SO}^{\mathrm{B}}(6)\right)\qquad(4)$$

حال می توان به صورت مشابه، جبر بی نهایت بعدی خود را تولید نمود

$$S_n^{\pm}=c_s^{2n+1}S^{\pm}(s)+c_d^{2n+1}S^{\pm}(d)S_n^0=c_s^{2n}S^0(s)+c_d^{2n}S^0(d)(۵)$$

$$[S_m^0\ ,S_n^{\pm}]=\pm S_{m+n}^{\pm}\qquad ,\qquad [S_m^+,S_n^-]=-2S_{m+n+1}^0\qquad(۶)$$

بنابراین مجموعه عملگرهای $\{S_m^{\mu},\mu=0,+,-;m=0,\pm1,\ldots\}$ یک جبرلی آفین $S\widehat{U(1,1)}$ بدون گستردگی مرکزی را فراهم می آورند که هنگامی که $c_{\mathrm{s}}=0$ و $c_{\mathrm{d}}\neq 0$ حد $U^{\mathrm{BF}}(5)$ و $c_{\mathrm{s}}=c_{\mathrm{d}}$ حد $O^{\mathrm{BF}}(6)$ راخواهیم داشت منطقه گذر هنگامی که $c_{\mathrm{s}}\neq c_{\mathrm{d}}$ باشد حاصل می گردد . در ادامه با استفاده از از مولد های جبر $S\widehat{U(1,1)}$ هامیلتونین لازم برای توصیف ناحیه گذار $U(5)\leftrightarrow SO(6)$ را می توان ایجاد کرد .

$$\widehat{H}=gS_0^+S_0^-+\alpha S_1^0+\beta\widehat{C_2}\left(Spin^{(BF)}(5)\right)+\gamma\widehat{C_2}\left(spin^{BF}(3)\right)\qquad(7)$$

برای محاسبه ویژه مقادیر هامیلتونین ، ویژه حالات این سیستم را به صورت زیر در نظر می گیریم [۳]

$$|k;v_s v n_\Delta LM\rangle=\mathcal{N}S_{x_1}^+S_{x_2}^+\ldots S_{x_k}^+|lw\rangle\qquad ,\qquad(8)$$

$$|\ lw>=|\ N,k_d=\frac{1}{2}\left(v+\frac{5}{2}\right),\mu_d=\frac{1}{2}\left(n_d+\frac{5}{2}\right),k_s=\frac{1}{2}\left(v_s+\frac{1}{2}\right),\mu_s=\frac{1}{2}\left(n_s+\frac{1}{2}\right),JM>$$
(9)

$$S_n^0|\ lw>=\Lambda_n^0|\ lw>\quad ,\quad \Lambda_n^0=c_s^{2n}\left(n_s+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}+c_d^{2n}\left(n_d+\frac{5}{2}\right)\frac{1}{2}(10)$$

برای توصیف طیف انرژی سیستم های مورد مطالعه، باید ریشه های x_i را از معادله زیر تعین کرد

$$\frac{\alpha}{x_i}=\frac{c_s^2\left(v_s+\frac{1}{2}\right)}{1-c_s^2x_i}+\frac{c_d^2\left(v_d+\frac{5}{2}\right)}{1-c_d^2x_i}-\sum_{j\neq i}\frac{2}{x_i-x_j}\quad for\ i=1,2,\ldots,k\qquad(11)$$

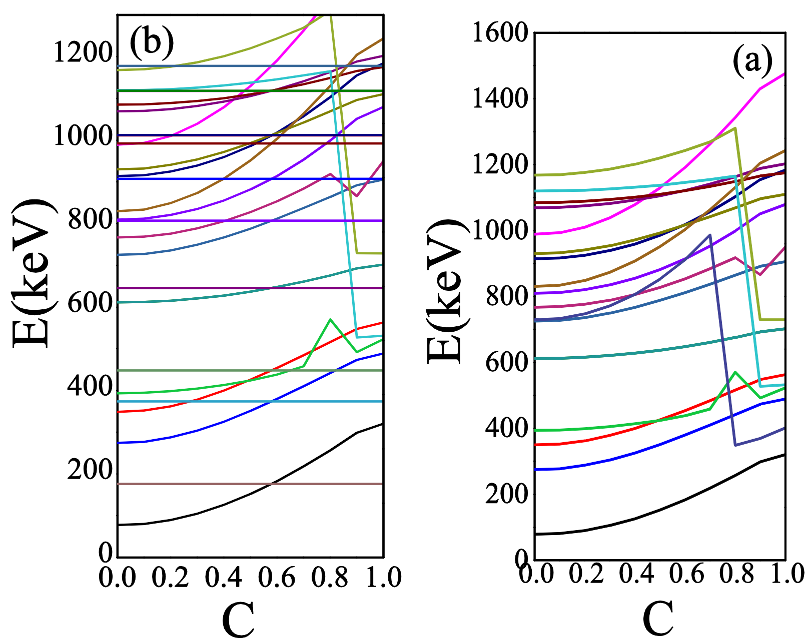
$$c_d=1\ ,C=\frac{C_s}{C_d}\quad ,\qquad h^{(\mathrm{k})}=\sum_{i=1}^{k}\frac{\alpha}{x_i}$$

ویژه مقادیر هامیلتونین (۷) به صورت زیر بیان می گردد

$$E^{(k)} = h^{(k)} + \beta(+ + \alpha\Lambda_1^0 + \gamma J(J+1)(12)$$

نتایج :

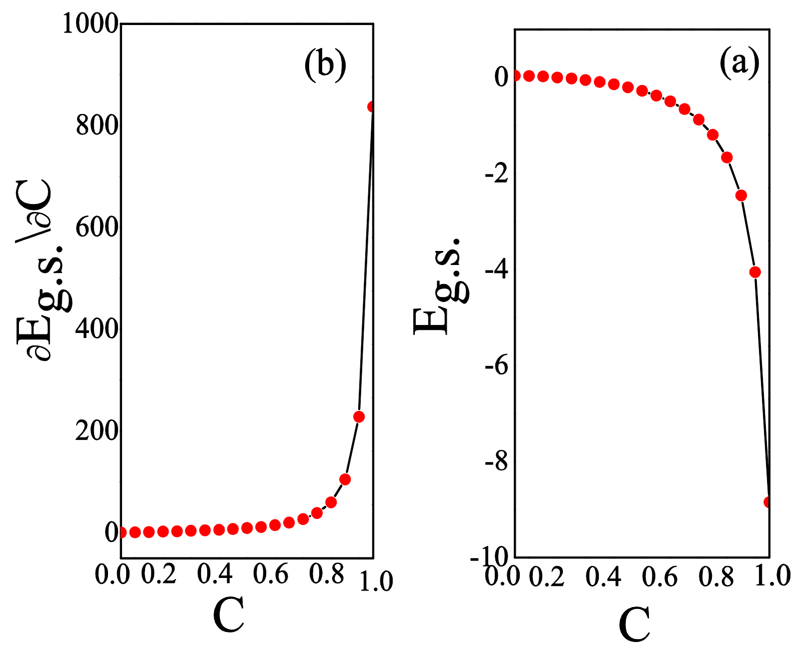
به منظور نشان دادن چگونگی تغییر ترازهای انرژی بعنوان تابعی از کنترل پارامتر Cو تعداد کل N، پایین ترین ترازهای انرژی بصورت تابعی از کنترل پارامتر برای N=10,20 بوزون در شکل (۱) نشان داده شده است.از این شکل ها می توان دید که چگونه ترازهای انرژی برحسب کنترل پارامتر از یک حد تقارن دینامیکی به حد دیگر توسعه می یابند. تقاطع ترازی متعددی بویژه در اطراف $C \geq 0.7$ دیده می شود. تقاطع ترازهای به دلیل حفظ ارشدیت d بوزون ، عدد کوانتومی O(5) ، در طول مسیر گذار بین U(5) و O(6) است[٤و٥].



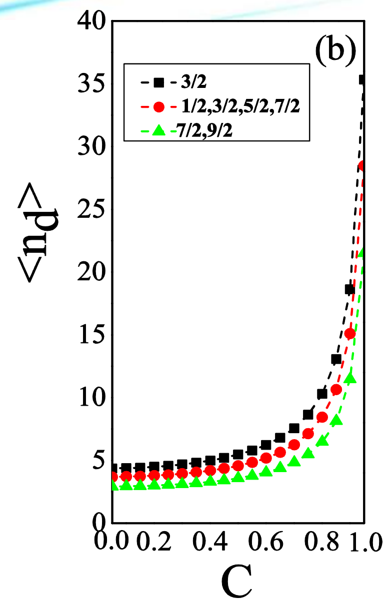
شکل(۱). تغییر ترازهای انرژی بعنوان تابعی از کنترل پارامتر C برای a.)N=10(b،N=2o.

انرژی حالت پایه یک مشاهده پذیر کلیدی گذار فاز است . بنابراین ، ما انرژی حالت پایه ،$E_{g.s.}$و مشتق اول،$\frac{\partial E_{g.s.}}{\partial C}$، آن را محاسبه کردیم . شکل (۲) تغییرات انرژی حالت پایه و مشتق اول آن را در مقابل کنترل پارامتر C نشان می دهد. هر دو این اپراتورها تقریبا در یک فاز صفر و در فاز دیگر مخالف صفر هستند. یک کمیت مشاهده پذیر کوانتومی مناسب گذار فاز مقادیر انتظاری اپراتور عدد d بوزونی است . بدین منظور ما با استفاده از ویژه حالات بدست آمده مقادیر انتظاری این

اپراتور را محاسبه کردیم. شکل (۴) نمایانگر تغییرات اپراتور عدد d بوزون برای حالاتی که یک ذره با j=3/2 به یک سیستم از بوزونهای s,d که متعلق به گذار U(5)-O(6)کوپل می شود را بصورت تابعی از کنترل پارامتر C برای N=10 است . برای هر ممنتوم زاویه ای تقریبا برای $C \leq 0.45$ ثابت باقی می ماند و تنها در $C > 0.45$ شروع به تغییر سریع می کند . ثابت ماندن این اپراتورها برای $C < 0.45$ یک شاهد واضح برای حفظ تقارن دینامیکی U(5) در این منطقه است و برای $0.65 \leq C \leq 1$ مقادیر n_{d} شروع به تغییر سریع می کنند [٦].



شکل (۲) . تغییرات انرژی حالت پایه و مشتق اول آن را در مقابل کنترل پارامتر C



شکل (3) . مقادیر انتظاری اپراتور عدد d بوزونی‌در مقابل کنترل پارامترC

بحث ونتیجه گیری :

در این مقاله ، حل دقیقی برای ویژه مقادیر و ویژه توابع برای هسته ها در منطقه گذار $SO(6) \leftrightarrow U(5)$ مدل اندرکنش بوزون – فرمیونی بوسیله تکنیک جبری بینهایت بعدی بدست آمد. با رسم نمودار طیف انرژی تئورژی و مقادیر انرژی پایه و مشتق اول آن اپراتور عدد d بوزونی برحسب پارامتر کنترلی C ،به این نتیجه رسیدیم که بر اساس ویژگی های تقارنی هر کدام از حدود تقارن ، ثابت های مخصوص خود و به تبع آن رفتار معینی از نظر انرژی و سایر پارامتر های مرتبط با ساختار سیستم دارند ولیدر نقطه ی گذر فازی ، ترکیب چند تقارن سبب بروز رفتار غیر مشابه با نقاط مجاور می گردد که این نشان دهنده گذر حد U(5) به O(6)می باشد .

مراجع :

[1] F. Iachello, A. Arima, *The Interacting Boson Model* (Cambridge University Press, Cambridge, 1987)

[2] F.Iachello ,P.VanIsacker , “ The interacting boson – fermion model “ , Cambridge : Cambridge university press (1991).

.

[3] Feng Pan, J.P. Draayer, Nucl. Phys A **636**, 156 (1998).

[4] C.E.Alonso, J .M .Arias and M.Lozauo, J.Phys.G:Nucl.phys.13, 1269-1282(1987).

[5] E. Williams, R.J. Casperson, V. Werner, Phys. Rev. C 81, 054306(2010).

[6] P. Cejnar, J. Jolie, and R. F. Casten, Rev. Mod.Phys82, 2155(2010).