

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

تخمین جرم موثر کوارک‌های up و down با استفاده از نتایج تجربی خواص مغناطیسی هسته‌ها در مدل کوارکی

پیراحمدیان، محمد هادی* (۱) - قهرمانی، نادر (۲)

(۱) و (۲) دانشگاه شیراز، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک هسته‌ای

چکیده:

یکی از پارامترهای مهم در بررسی ساختار هسته‌ها با استفاده از مدل کوارکی، جرم موثر کوارک‌های up و down در نوکلئون است. روش‌های مختلفی برای مشخص کردن جرم کوارک‌ها به کار رفته است. نتایج آزمایشگاهی و تفسیرهای تئوری ارائه شده از پیچیدگی‌های خاصی برخوردار هستند؛ بنابراین لازم است هم از نتایج آزمایشگاهی و هم تفسیرهای تئوری کمک گرفت و با تلفیق نتایج حاصل از آنها اطلاعات مهمی در مورد جرم کوارک‌ها بدست آورد. با استفاده از مدل کوارکی در محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم، نشان می‌دهیم که جرم موثر کوارک‌های up و down که بهترین تطابق با مقدار تجربی گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم را دارد، به ازای $m_u = m_d = 315 \text{ MeV}$ است.

کلمات کلیدی: مدل کوارکی، جرم موثر کوارک، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، هسته تریتیوم.

مقدمه:

از گذشته تا کنون بررسی ساختار هسته‌ها یکی از اهداف مهم فیزیکدانان هسته‌ای است. مدل‌های مختلفی بیانگر ویژگی‌های هسته بوده‌اند که دارای نقاط قوت و ضعف خود می‌باشند و هنوز مدل جامعی برای شناخت کامل ساختار هسته ارائه نشده است. به عنوان مثال مدل لایه‌ای به خوبی نیروی بین نوکلئون‌ها، ویژگی کوانتومی آنها و اعداد جادویی هسته‌ها را بیان می‌کند ولی در بیان رابطه جرم هسته دچار مشکل است. مدل قطره مایع فرمول نیمه تجربی هسته‌ها را به خوبی بیان می‌کند ولی در بیان اعداد جادویی ناتوان است. یکی از مدل‌های مناسب دیگر، مدل کوارکی است که ساختار نوکلئون‌های هسته را با توجه به ویژگی‌های کوارک‌های سازنده هسته بیان می‌کند. اساس این مدل شامل بر اثرات کرومودینامیک کوانتومی (QCD) شکست تقارن کایرال در برهمکنش بین نوکلئون‌های هسته است [۱]. بنابر مدل

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

کوارکی، نوکلئونهای هسته شامل یک سیستم مقید از سه کوارک با طعم بالا (up) و پایین (down) و اعداد کوانتومی خاص خودش است. این کوارک ها یک گروه تقارنی $SU(6)$ غیرنسبیتی را تشکیل می دهند. هر کوارک اسپین، بارالکتریکی، جرم لخت و جرم موثر خود را در ساختار باریونی دارد [۲]. با بررسی خواص مغناطیسی کوارک های سازنده هر نوکلئون، می توان خواص مغناطیسی نوکلئون را نیز مورد بررسی قرار داد که نتیجه آن پی بردن به چگونگی ساختار هسته است. با استفاده از مدل کوارکی هسته نسبت گشتاور دوقطبی مغناطیسی نوترون به پروتون به صورت $\mu_n/\mu_p = -2/3$ به دست می آید که به مقدار تجربی آن $(\mu_n/\mu_p)_{exp} = -0.685$ نزدیک است. با استفاده از مدل کوارکی گشتاور دوقطبی مغناطیسی دوترون محاسبه شده است که مقدار آن در این مدل از تطابق بهتری نسبت به مقدار به دست آمده از مدل لایه ای هسته با مقدار تجربی گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته برخوردار است [۳]. فرمول جدید انرژی بستگی هسته و همچنین همه اعداد جادویی به همراه پیشگویی عدد جادویی ۱۸۴ با استفاده از این مدل بیان شده است [۵ و ۴]. ماده هسته با در نظر گرفتن برهمکنش موثر بین کوارک ها و همچنین ویژگیهای ستاره های نوترونی با استفاده از مدل کوارکی مورد بررسی قرار گرفته است [۷ و ۶].

روش کار :

گشتاور دوقطبی مغناطیسی نوکلئونها به بار الکتریکی و جرم موثر کوارک های سازنده آنها وابسته است. با محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی تریتیوم به ازای مقادیر مختلف جرم موثر کوارک های up و down و مقایسه مقدار به دست آمده با مقدار تجربی گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم، بهترین مقدار جرم موثر کوارک مشخص می شود. برای محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم، ابتدا باید تابع موج هسته تریتیوم را با توجه به ساختار کوارکی نوکلئون های آن در مدل کوارکی نوشت. تریتیوم از یک پروتون و دو نوترون تشکیل شده است. هر نوکلئون یک ساختار باریونی از سه کوارک دارد. نوکلئونها ساختار فرمیونی دارند و تابع موج آنها باید به ازای جابجا کردن دو کوارک پادمتقارن باشد. با در نظر گرفتن اعداد کوانتومی اسپین، طعم، رنگ و اندازه حرکت زاویه ای کوارک ها در یک نوکلئون، تابع موج نوکلئون به صورت ضرب این خواص کوانتومی به دست می آید. به هر کوارک می توان سه رنگ قرمز، سبز و آبی را نسبت داد. این سه رنگ کوارک یک گروه تقارنی $SU(3)$ را برای ساختار سه کوارکی تشکیل می دهند که شامل یک دهگانه، دو هشتگانه و یک یگانه است.

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \quad (1)$$

بر اساس قانون بنیادی مدل کوآرکی، یک ساختار باریونی باید بی‌رنگ باشد که حالت یگانه در گروه $SU(3)$ را شامل می‌شود و پادمتقارن است؛ بنابراین جمله رنگ ساختار باریونی پادمتقارن است و تابع موج ساختار نوکلئونی را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$|qqq\rangle_A = |color\rangle_A \times |space, spin, flavor\rangle_s \quad (2)$$

جمله فضایی مربوط به اندازه حرکت زاویه‌ای کوآرک‌ها با فرض غیرنسبیتی بودن این مدل با $l = 0$ در نظر گرفته می‌شود که متقارن است [۲]. بنابراین ضرب قسمت‌های اسپینی و طعم کوآرک‌ها در نوکلئون باید متقارن باشد. در نتیجه تابع موج پروتون و نوترون با اسپین $\frac{1}{2} +$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|P \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \left[\begin{aligned} &2|u \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle - |u \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle - |u \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle + \\ &2|u \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle - |u \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle + \\ &2|d \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle - |d \uparrow u \downarrow u \uparrow\rangle - |d \uparrow u \uparrow u \downarrow\rangle \end{aligned} \right] \quad (3)$$

$$|n \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \left[\begin{aligned} &2|d \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle - |d \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle - |d \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle + \\ &2|d \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle - |d \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle + \\ &2|u \downarrow d \uparrow d \uparrow\rangle - |u \uparrow d \downarrow d \uparrow\rangle - |u \uparrow d \uparrow d \downarrow\rangle \end{aligned} \right] \quad (4)$$

در تابع‌های موج بالا $u \uparrow$ بیانگر کوآرک u با اسپین بالا و $u \downarrow$ بیانگر کوآرک u با اسپین پایین است. هریک از جمله‌ها به توجه به رنگ کوآرک‌ها برچسب $uud \equiv u(1)u(2)d(3)$ را دارد.

هسته تریتیوم یک ساختار مقید ۹ کوآرکی است. برای نوشتن تابع موج تریتیوم باید همه جایگشت‌های ممکن کوآرک‌ها را در نظر گرفت. اسپین هسته تریتیوم $\frac{1}{2} +$ است؛ در نتیجه برای ترکیب سه نوکلئون با اسپین نیمه صحیح و بنابر اصل طرد پائولی، دو نوترون در هسته تریتیوم دارای اسپین مخالف هم و اسپین پروتون باید $\frac{1}{2} +$ است. بنابراین تابع موج پادمتقارن تریتیوم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$|\Psi(\text{Tritium})\rangle = \frac{1}{\sqrt{3!}} \begin{vmatrix} |n \uparrow\rangle & |n \downarrow\rangle & |p \uparrow\rangle \\ |n \uparrow\rangle & |n \downarrow\rangle & |p \uparrow\rangle \\ |n \uparrow\rangle & |n \downarrow\rangle & |p \uparrow\rangle \end{vmatrix} \quad (5)$$

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

تابع موج هر نوکلئون دارای ۹ جمله است. با در نظر گرفتن تمام جایگشت های ممکن بین نوکلئون های سازنده هسته تریتیوم، تعداد جملات تابع موج تریتیوم $6 \times 9^3 = 4374$ جمله می شود که چند جمله از آن در زیر آمده است:

$$|\Psi(\text{Tritium})\rangle = \frac{1}{36 \times 3^2} \{ 2(4u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow u \downarrow d \uparrow d \uparrow - 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \uparrow d \downarrow u \uparrow - 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \downarrow d \uparrow u \uparrow + 4u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \uparrow u \downarrow d \uparrow - 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \uparrow u \uparrow d \downarrow - 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \downarrow u \uparrow d \uparrow + 4u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \uparrow - 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \uparrow - 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \downarrow - 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow u \downarrow u \downarrow d \uparrow d \downarrow + \text{permut.} \} \quad (6)$$

با نوشتن تابع موج تریتیوم، می توان گشتاور دوقطبی مغناطیسی آنرا محاسبه نمود. گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر باریون $|b\rangle$ با محاسبه مولفه z ویژه مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی باریون به دست می آید.

$$\mu_b = \langle b | \sum_i \mu_q(i) \vec{\sigma}_z(i) | b \rangle \quad (7)$$

که $\mu_q(i)$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر یک از کوارک ها در ساختار باریونی است و $\vec{\sigma}(i)$ عملگر اسپین هر یک از کوارک ها می باشد. بنابراین گشتاور دوقطبی مغناطیسی تریتیوم به صورت جمع برداری گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر یک از جملات تابع موج تریتیوم می باشد که وابسته به طعم و جهت گیری اسپینی کوارک ها است..

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 + \vec{\mu}_3 + \vec{\mu}_4 + \vec{\mu}_5 + \vec{\mu}_6 + \vec{\mu}_7 + \vec{\mu}_8 + \vec{\mu}_9 \quad (8)$$

برای یک ذره نقطه ای با اسپین $\frac{1}{2}$ ، بارالکتریکی Q و جرم m گشتاور دوقطبی مغناطیسی به صورت $\vec{\mu} = \frac{Q}{mc} \vec{s}$ محاسبه می شود که با در نظر گرفتن مقدار $\frac{1}{2} +$ برای اسپین به صورت زیر در می آید:

$$\mu = \frac{Q\hbar}{2mc} \quad (9)$$

بار الکتریکی کوارک u برابر $+\frac{2}{3}$ و بار الکتریکی کوارک d برابر $-\frac{1}{3}$ است. در نتیجه گشتاور دوقطبی مغناطیسی کوارک های u و d را برحسب مگنتون هسته μ_N می توان به صورت زیر نوشت:

$$\mu_u = \frac{2}{3} \frac{e\hbar}{2m_u c} = \frac{2}{3} \frac{m_p}{m_u} \frac{e\hbar}{2m_p c} = \frac{2m_p}{3m_u} \mu_N \quad \text{و} \quad \mu_d = -\frac{1}{3} \frac{e\hbar}{2m_d c} = \frac{-1}{3} \frac{m_p}{m_d} \frac{e\hbar}{2m_p c} = \frac{-m_p}{3m_d} \mu_N \quad (10)$$

۱۶ و ۱۷ شهریور ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

جرم پروتون $m_p = 938.280 (MeV)$ است؛ بنابراین کمیت تاثیر گذار در محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم جرم کوارک‌ها می‌باشد که مقادیر مختلفی در روش‌های آزمایشگاهی و تفسیرهای تئوری بیان شده که مقدار $m_u = m_d = 330 (MeV)$ در بیشتر مقالات و کتاب‌ها اشاره شده است [۸ و ۹]. ما در این مقاله با محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم $\mu(^3H)_{Q.M.} = (2.860609)\mu_N$ به ازای مقدار فوق برای جرم کوارک‌ها در مدل کوارکی، مقدار نزدیکتری به مقدار تجربی گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم $\mu(^3H)_{exp} = (2.978962)\mu_N$ در مقایسه با مقدار به دست آمده از مدل لایه‌ای $\mu(^3H)_{S.M.} = (2.792847)\mu_N$ به دست آوردیم؛ ولی مشاهده شد که بهترین مقدار قابل محاسبه از این روش در مقایسه با مقدار تجربی آن به ازای $m_u = m_d = 315 (MeV)$

است. مقادیر محاسبه شده برای گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم به ازای مقادیر مختلف جرم موثر کوارک‌ها در نوکلئون‌ها در جدول زیر آمده است.

جدول (۱) مقادیر به دست آمده برای گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم به ازای مقادیر مختلف جرم موثر کوارک‌ها

$m_u = m_d (MeV)$	$\mu(^3H) \times \mu_N$
312	3.007307
313	2.997699
314	2.988153
315	2.978667
316	2.96924
317	2.95987
318	2.95057
319	2.94132
320	2.93219
321	2.92305
322	2.91398
323	2.90495
324	2.89599
325	2.88708
326	2.87822
327	2.86942
328	2.86067
329	2.85732
330	2.84327

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

331	2.83474
332	2.82621
336	2.79253

بحث و نتیجه گیری :

همان طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، مقدار گشتاور مغناطیسی هسته تریتیوم در مدل کوارکی نزدیکتر به مقدار تجربی آن است. جرم‌های موثر کوارک‌ها که در منابع مختلف به آنها اشاره شده است ۳۳۶، ۳۳۰، ۳۲۸، ۳۲۴ (بر حسب MeV) می‌باشد که ما به ازای آنها نیز گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته تریتیوم را به دست آورده‌ایم؛ ولی نزدیکترین مقدار به نتایج تجربی به ازای $m_u = m_d = 315(\text{MeV})$ است که می‌توان از این مقدار در مدل کوارکی برای جرم موثر کوارک‌ها استفاده کرد.

مراجع :

- [1] T. Nasu, M. Oka, and S. Takeuchi, "Quark model analysis of the charge symmetry breaking in nuclear force", Phys. Rev. C 68, 024006, (2003).
- [2] D. J. Griffiths, Introduction to Elementary Particles, John Wiley and Sons, New York, (2008).
- [3] N. Ghahramany, and E. Yazdankish, "Determination of Deuteron Dipole Moment in Nuclear Quark-Like Model" Commun. Theor. Phys. 59, 579, (2013).
- [4] N. Ghahramany, H. Hora, G.H. Miley, M. Ghanaatian, M. Hooshmand, K. Philbert, and F. Osman, "Nuclear magic numbers based on a quarklike model is compared with the Boltzmann distribution model from nuclear abundance in the universe and low energy nuclear reactions", Phys. Essay 21, 3, (2008).
- [5] N. Ghahramany, Sh. Gharaati, and M. Ghanaatian, "New approach to nuclear binding energy in integrated nuclear model", Phys. of Elementary Particles and Atomic Nuclei Theory 8, 97, (2011).
- [6] M. E. Carrillo-Serrano, "Variations of nuclear binding with quark masses", Phys. Rev. C 87, 015801, (2013).



بیست و دومین کنفرانس هسته‌ای ایران



۶۵ و ۱۳۹۴ شماره ۱ و ۲ نگاه یزد

[7] M. Baldo and K. Fukukawa, “Nuclear Matter from Effective Quark-Quark Interaction“, Phys. Rev. Lett. 113, 242501, (2014).

[8] W. Greiner, B. Muller, Quantum Mechanics: Symmetries, Springer, (1994).

[9] S. J. Brodsky, B. Q. Ma, “The quark-antiquark asymmetry of the nucleon sea” Phys. Lett. B, 381, 317-324, (1996).