

۱۶ و ۱۷ شهریورماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

## بررسی تغییرات احتمال گذارهای چهار قطبی الکتریکی برای زنجیره ایزوتوپی $Pd$ و $Ru$

صبری<sup>۱</sup>، هادی<sup>۱</sup>؛ قلعه اسدی، آیدین<sup>۱</sup>؛ جبارزاده، امید<sup>۱</sup>؛ جلیلی مجارشین، امیر<sup>۱</sup>؛ فولادی، ناصر<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز

### چکیده:

در این مقاله، با استفاده از مدل بوزون اندرکنشی، احتمال گذارهای چهار قطبی الکتریکی برای ایزوتوپ های  $^{102}Pd$  و  $^{100}Ru$  در ناحیه گذار فازی بین هسته های کروی و تغییر شکل یافته محاسبه شده است. ترازهای مورد مطالعه بر اساس اعداد کوانتومی متناظر با عملگرهای جبر  $SU(1,1)$  مشخص شده اند. نتایج حاصل با مقادیر تجربی موجود مقایسه شده و توافق قابل قبولی را نمایش می دهد. همچنین نتایج افزایش دقت محاسبات را برای آن دسته از هسته های کروی در مقایسه با هسته های تغییر شکل یافته نشان می دهد.

**کلمات کلیدی:** مدل بوزون اندرکنشی، گذار فازی، احتمال گذار چهار قطبی الکتریکی، تغییر شکل چهار قطبی و شانزده قطبی

### مقدمه :

پدیده گذار فازی - شکلی کوانتومی<sup>۱</sup> در هسته های مختلف مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. این تغییر ناگهانی در ساختار سیستم های هسته ای از منظر پارامترهای مختلف مرتبط با ساختار این هسته ها بررسی می گردد. تغییر در انرژی برخی از ترازهای زنجیره های ایزوتوپی و لذا پدیده تلاقی ترازها<sup>۲</sup>، تغییرات قابل توجه در انرژی های جدائی دو نوترون<sup>۳</sup> و همچنین تغییرات قابل توجه احتمال های گذارهای الکترومغناطیسی از این دسته کمیات می باشند که در قالب مدل های مختلف مورد بررسی قرار گرفته اند [۱-۲]. مدل بوزون اندرکنشی<sup>۴</sup> و مفاهیم جبری متناظر با آن به دلیل توصیف شکل های مختلف هسته ها بر اساس جبر های و گروه های تقارنی ویژه کاربرد بسیار بیشتری نسبت به سایر مدل ها دارد. یاکللو و آریما<sup>۵</sup> در سال ۱۹۷۴ مدل بوزون اندرکنشی را معرفی نمودند. مدل اندرکنش بوزونی برای توصیف هسته های اتمی سنگین و متوسط زوج-زوج مناسب است که با تعداد محدودی از پارامترها، اکثر حالات کم انرژی چنین هسته هایی را توصیف می کند. در این مدل، هر جفت نوکلئون (پروتون یا نوترون) خارج لایه بسته با تکانه زاویه ای  $l=0$ ، بوزون  $s$  و جفت نوکلئون با تکانه زاویه ای  $l=2$  بوزون  $d$  نامیده می شود. مدل IBM-1 بین پروتون و نوترون تفاوتی قائل نشده و گروه تقارنی  $U(6)$ ، متشکل از ۵ حالت بوزون  $d$  و یک حالت بوزون  $s$  برای مطالعه ساختار سیستم های هسته ای

<sup>1</sup>Quantum shape – phase transition

<sup>2</sup>Level crossing

<sup>3</sup>Two neutron separation energies

<sup>4</sup>Interacting Boson Model (IBM)

<sup>5</sup>Iachello and Arima

معرفی می شود. این جبر دارای سه زیر زنجیره  $SO(6)$ ،  $U(5)$  و  $SU(3)$  است که به ترتیب برای مطالعه هسته های کروی، تغییر شکل یافته ناپایدار<sup>۶</sup> و تغییر شکل یافته مورد استفاده قرار می گیرد [۱-۴].

بررسی احتمال گذارهای چهار قطبی الکتریکی،  $B(E2)$  مشابه با تمام گذارهای الکترومغناطیسی، به دلیل ارتباط با تابع موج توصیف کننده سیستم در حالات مختلف و همچنین عملگرهای ویژه معرفی شده در هر مدل برای توصیف این کمیت، شناخت نسبت به مدهای واپاشی و ساختار سیستم مورد مطالعه را افزایش می دهد [۵-۶]. همچنین امکان بررسی توانائی مدل پیشنهادی در توصیف ویژه حالات مختلف سیستم در مقایسه پیش بینی های تئوری با نتایج تجربی فراهم می شود. از طرفی تغییرات این کمیت در زنجیره های ایزوتوپی مختلف، یکی از روش های شناسائی وجود گذار فازی می باشد. ما در این مقاله، احتمال گذارهای چهار قطبی الکتریکی برای مجموعه ایزوتوپ های  $Ru^{100-102}$  و  $Pd^{106-110}$  را مورد بررسی قرار داده ایم. با استفاده از فرمالیسم جبر  $SU(1,1)$ ، ترازهای انرژی انتخابی برچسب خورده و احتمال گذار برای آن دسته از حالات که مقدار تجربی [۷-۸] احتمال گذار برای آنها موجود می باشد محاسبه شده است.

### روش کار

مطالعه ویژگی های حالت های کم انرژی ایزوتوپ های زوج - زوج آن دسته از هسته های موجود در ناحیه گذار فازی - شکلی هسته ای از جمله راتنیوم<sup>۷</sup>،  $Ru$  و پالادیوم<sup>۸</sup>،  $Pd$ ، موضوع بسیاری از مطالعات تجربی بوده است. در سالهای اخیر، تکنیک های تجربی مانند برانگیزش کولنی و اسپکتروسکوپی با پرتو گاما، طیف انرژی این هسته ها را تا تراز  $16^+$  مشخص نموده اند [۳-۴]. علیرغم تحقیقات تجربی بسیار در خصوص شناسائی ساختار این هسته ها، تعداد مطالعه های نظری در این باره به تعداد محدودی می باشد.

مدل بوزون اندرکنشی به دلیل توصیف سیستم های هسته ای با استفاده از عملگرهای تقارنی و ایجاد ارتباط بین شکل سیستم های هسته ای و تقارن های موجود، به صورت گسترده ای جهت مطالعه پدیده گذار فازی شکلی هسته ای کاربرد دارد. در این مدل ذرات بیرون لایه بسته به صورت دو نوع بوزون با تکانه های زاویه ای ۰ و ۲، به ترتیب  $s$  و  $d$  بوزون، فرض می شوند. عملگرهای خلق و فنای بوزونی تشکیل جبر  $U(6)$  با سه زنجیره ی زیرگروهی، منطبق با تقارن های  $U(5)$ ،  $SU(3)$  و  $SO(6)$  را می دهند. این حدود تقارنی همان جواب های هامیلتونین بوهر بوده و به ترتیب برای توصیف

<sup>۶</sup>unstable

<sup>۷</sup>ruthenium

<sup>۸</sup>Palladium

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ و آنگاه نژد

هسته های کروی، تغییر شکل یافته‌ی محوری و گامای ناپایدار استفاده می شود. هسته های مختلف بر اساس تعداد پروتون ها ( یا نوترونها) و همچنین اندرکنش نوکلئونهای بیرون لایه بسته دارای شکل های متفاوت بوده و بسته به این شکل های هندسی، مدل تقارنی و اعداد کوانتومی متناظر با عملگرهای مولد هر زنجیره برای مشخص نمودن و برچسب زدن حالات استفاده می شود. ناحیه گذار فازی شکلی به دلیل ترکیب دو حد تقارنی و لذا افزایش تعداد پارامترهای لازم برای توصیف حالات در قالب گروه تقارنی  $U(6)$  بسیار پیچیده می گردد. برای حل این مشکل، ما از روش جبری منطبق بر تقارن آفین  $SU(1,1)$  برای مطالعه خود و برچسب زنی حالات استفاده خواهیم نمود. جزئیات این روش در منابع [۴-۷] به طور کامل ذکر گردیده و ما در اینجا به ذکر موارد اساسی می پردازیم.

## • مطالعه ناحیه گذار $U(5)$ - $SO(6)$ با استفاده از جبر آفین $SU(1,1)$

همایلتونین گذار  $U(5)$ - $SO(6)$  در مدل بوزون اندرکنشی بر اساس مولدهای جبر  $SU(1,1)$  به شکل زیر است [۴]

$$\hat{H} = gS_0^+S_0^- + \alpha S_1^0 + \gamma \hat{C}_2(SO(5)) + \delta \hat{C}_2(SO(3)) \quad (1)$$

که در آن  $g$  و  $\alpha$  و  $\gamma$  و  $\delta$  پارامترهای حقیقی متناسب با سهم جملات مختلف،  $\hat{C}_2(SO(5))$  و  $\hat{C}_2(SO(3))$  عملگرهای مولد گروههای تقارنی  $SO(5)$  و  $SO(3)$  می باشند. دو جمله‌ی اول همایلتونین (۱) همان عملگرهای مولد جبر  $SU(1,1)$  می باشند که با استفاده از پارامترهای کنترلی  $c_s$  و  $c_d$  بر پایه عملگرهای مولد بوزون های  $s$  و  $d$  تعریف می شوند،

$$S_n^\pm = c_s^{2n} S^0(s) + c_d^{2n} S^0(d) \quad , \quad S_n^\pm = c_s^{2n+1} S^\pm(s) + c_d^{2n+1} S^\pm(d) \quad (2)$$

گذاری (۱) به از  $c_s = c_d$  برای توصیف حد  $SO(6)$ ، به از  $c_s = 0, c_d \neq 0$  برای مطالعه حد تقارنی  $U(5)$  و در نهایت با شرط  $c_s \neq c_d \neq 0$  برای توصیف ناحیه گذار فازی شکلی بین این حدود مورد استفاده قرار می گیرد [۱]. حالت پایه این جبر با استفاده از مولدهای  $SU(1,1)$  و بسط فوریه - لورنت بر حسب جملاتی از تعداد  $c$  پارامتر  $x_i$  به صورت زیر حاصل نمود

$$|k; v_s v_n \Delta LM\rangle = \sum_{n_i \in \mathbb{Z}} a_{n_1 n_2 \dots n_k} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k} S_{n_1}^+ S_{n_2}^+ \dots S_{n_k}^+ |lw\rangle \quad (3)$$

$|lw\rangle$  همان حالت پایه جبر  $SU(1,1)$  می باشد. مطابق با مفاهیم اشاره شده در منبع [۴]، به دلیل رفتار مشابه توابع موج، می توان کمیت  $x_i$  را نزدیک صفر در نظر گرفته و تمام ضرایب  $a_{n_1 n_2 \dots n_k}$  را واحد فرض نمود. با این شرایط توابع موج همایلتونین ناحیه گذار بر پایه جبر  $SU(1,1)$  به صورت زیر حاصل می گردد،

$$|k; v_s v_n \Delta LM\rangle = N S_{x_1}^+ S_{x_2}^+ \dots S_{x_k}^+ |lw\rangle \quad (4)$$

$N$  معرف ثابت نرمالیزاسون بوده و

$$S_{x_i}^+ = \frac{c_s}{1 - c_s^2 x_i} S^+(s) + \frac{c_d}{1 - c_d^2 x_i} S^+(d) \quad (5)$$

۱۶ و ۱۷ شهریور ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

مجموعه کمیات  $x_i$  (به تعداد  $c$ ) را میتوان با استفاده از مجموعه معادلات زیر حاصل نمود،

$$\frac{\alpha}{x_i} = \frac{gc_s^2(v_s + 1/2)}{1 - c_s^2 x_i} + \frac{gc_d^2(v + 5/2)}{1 - c_d^2 x_i} - \sum_{i \neq j} \frac{2}{x_i - x_j} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (6)$$

که جزئیات کامل در این خصوص در منابع [۴-۵] آورده شده است.

احتمال گذار چهار قطبی الکتریکی در مدل بوزون اندرکنشی

مطالعه گذار چهار قطبی الکتریکی،  $E2$ ، بین ترازهای هسته‌ای، معیاری برای بررسی توانائی مدل‌های مختلف در پیش بینی ویژه حالات و همچنین عملگر گذار می باشد. عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی در نوع  $sd$  مدل بوزون اندرکنشی [۲] به صورت

$$\hat{T}_\mu^{(E2)} = q_2 [\hat{d}^\dagger \times \tilde{s} + \hat{s}^\dagger \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} + q_2' [\hat{d}^\dagger \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} \quad (7)$$

تعریف می شود. در این رابطه  $q_2$  بار موثر چهار قطبی و  $q_2'$  یک ضریب بدون بعد می باشد. همچنین  $\hat{s}^\dagger (d^\dagger)$  عملگرهای خلق بوزون  $s(d)$  هستند. احتمال گذار چهار قطبی الکتریکی کاهش یافته بین حالات  $I_i \rightarrow I_f$  با فرمول [۲-۱]

$$B(E2; I_f \rightarrow I_i) = \frac{|\langle I_f || T(E2) || I_i \rangle|^2}{2I_i + 1} \quad (8)$$

داده می شود. این کمیت به صورت تجربی قابل محاسبه بوده و مقادیر آن برای ترازهای مختلف هسته‌های مورد مطالعه در دسترس می باشد [۹]. با استفاده از عملگر  $E2$ ، رابطه ۷، و برچسب‌های مربوطه به آن دسته از حالات مورد مطالعه در گذارهای چهار قطبی الکتریکی [۹] که با استفاده از فرمالیسم جبر آفین حاصل می شود، احتمال گذار برای حالاتی که مقادیر تجربی متناظر در دسترس می باشد، حاصل می گردد. سپس با مقایسه نتایج تئوری و تجربی ثابت‌های معادله،  $q_2$  و  $q_2'$ ، با استفاده از روش‌های تخمین مثل برازش حداقل مربعات<sup>۹</sup> و تخمین حداکثر شانس<sup>۱۰</sup> حاصل می شود. همچنین خطای نتایج تئوری با استفاده از روش کرامر - راو محاسبه می شود که افزایش یا کاهش آن را می توان به دقت تخمین گره‌های انتخابی ربط داد [۱۰].

## نتایج

در این مطالعه احتمال گذارهای چهار قطبی الکتریکی برای هسته‌های  $Ru^{100-102}$  و  $Pd^{110-116}$  که به عنوان نمونه‌های مناسبی از هسته‌های موجود در ناحیه گذار فازی شکلی بین حدود کروی و تغییر شکل یافته محوری شناخته می شوند

<sup>9</sup> Least square fit

<sup>10</sup> Maximum Likelihood Estimation (MLE)

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

محاسبه شده است. آن دسته از حالات دارای انرژی پائین، در دو باند پایه و اولین باند برانگیخته، که مقادیر احتمال گذار چهار قطبی الکتریکی آنها شناخته شده می باشد انتخاب گردیده اند. حالت های مورد نظر بر اساس پیش بینی های مدل بوزون اندرکنشی تعریف شده بر پایه جبر آفین  $SU(1,1)$  برچسب خورده و سپس با اثر عملگر گذار چهار قطبی الکتریکی، معادله ۷، احتمال گذار محاسبه شده است که نتایج در جدول ۱ فهرست شده است. نتایج حاصل توافق قابل قبولی را در مقایسه با نتایج تجربی موجود نمایش می دهد. این نتیجه علاوه بر تأیید صحت استفاده از مدل بوزون اندرکنشی و هامیلتونین ناحیه گذار بر پایه جبر آفین  $SU(1,1)$ ، کارائی فرایند برازش را نشان می دهد. از طرفی در این مقاله، ما برای بررسی تاثیر میزان تغییر شکل های چهار قطبی و شانزده قطبی بر دقت محاسبات و پیش بینی های مدل اندرکنش بوزونی، مقدار عدم قطعیت در محاسبه احتمال گذار چهار قطبی الکتریکی را برای هر تراز به صورت جدول ۱. مقادیر احتمال گذار چهار قطبی الکتریکی برای هسته های انتخابی. مقدار کمیات  $B(E2)$  در واحد  $(W.u)$  ذکر شده اند.

B(E2) <sub>th</sub>	B(E2) <sub>Ex</sub>	گذار	هسته	B(E2) <sub>th</sub>	B(E2) <sub>Ex</sub>	گذار	هسته
4.3±0.5	5.2±0.5	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	$^{102}_{44}Ru$	15.3±1.1	15.7±2.4	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	$^{100}_{44}Ru$
18.7±4.1	14.1±3.3	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$		40.9±9.0	38.1±7.6	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	
2.13±0.15	-	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$		89.1±7.1	81±15	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	
1.06±0.33	-	$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$		4.66±0.5	4.6±1.1	$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	
0.21±0.5	0.55±0.1	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$		0.55±0.1	-	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$	
0.03±0.01	-	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$		0.02±0.05	-	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	
47.1±0.2	49.5±1.3	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	$^{108}_{46}Pd$	44.3±1.5	44.3±1.5	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	$^{106}_{46}Pd$
88.6±1.3	73±8	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$		76±2	76±11	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	
111.3±3.2	107±11	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$		95±3	88±9	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	
123.8±5.7	148±20	$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$		101±3	105±23	$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$	
86.5±1.5	44.1±1.2	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$		74.9±0.7	30.7±1.5	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$	
0.34±0.1	0.82±0.5	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$		0.00	1.17±0.05	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	
		54.3±5.1	55.5±9	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	$^{110}_{46}Pd$		
		98.7±4.5	90±7	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$			
		129.5±7.1	108±11	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$			
		148.01±9.5	-	$8_1^+ \rightarrow 6_1^+$			
		97.6±4.1	37.7±0.5	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$			

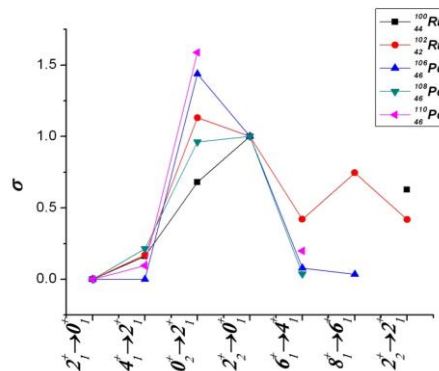
۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

$0.03 \pm 0.01$  -  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$

$$\sigma = \frac{|B(E2)_{th} - B(E2)_{exp}|}{B(E2)_{exp}}$$

تعریف نموده ایم. مقدار این کمیت برای مجموعه ترازهای هسته‌های مورد مطالعه در شکل ۱ نمایش داده شده است. نتایج حاصل افزایش عدم قطعیت را برای گذارهای بین بانندی  $0_2^+ \rightarrow 2_1^+$  نشان می‌دهد. همچنین مقدار کل این عدم قطعیت‌ها برای ۵ گذار مشابه در هسته‌های انتخابی و همچنین میزان تغییر شکل چهارقطبی و شانزده قطبی این هسته‌ها در جدول ۲ فهرست شده است. نتایج دقت بالاتر محاسبات را برای هسته‌های کروی در مقایسه با هسته‌های تغییر شکل یافته نشان می‌دهد. وجود خطای بزرگتر برای هسته‌های تغییر شکل یافته را می‌توان به تاثیر ترکیب شکل‌های مختلف [۹] و لزوم افزودن اعداد و همچنین باندهای مختلف مورد

مطالعه نسبت داد.



شکل ۱. تغییرات میزان عدم قطعیت محاسبات انجام شده در مقایسه با نتایج تجربی برای ترازهای انتخابی. افزایش خطا برای گذار  $0_2^+ \rightarrow 2_1^+$  در تمام هسته‌های انتخابی را می‌توان بر پایه افزایش سهم لایه‌های بسته و اندرکنش‌های بین بانندی در نظر گرفت که در رابطه عمومی گذار، روابط ۷ و ۸، در نظر گرفته نمی‌شود.

$\beta_4$	$\beta_2$	$\sigma_{tot} = \sum \sigma_i$	هسته	$\beta_4$	$\beta_2$	$\sigma_{tot} = \sum \sigma_i$	هسته
۰,۰۰۵	۰,۲۰۶	۰,۳۰۱	$^{102}_{44}Ru$	۰,۰۲۶	۰,۱۸۳	۰,۸۴۲	$^{100}_{44}Ru$
۰,۰۰۸	۰,۲۱۷	۱,۱۷۵	$^{108}_{46}Pd$	۰,۰۲۴	۰,۱۸۵	۱,۴۴۵	$^{106}_{46}Pd$

۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

۰,۰۱۷    ۰,۲۴۰    ۱,۶۸۴     $^{110}_{46}Pd$

## بحث و نتیجه گیری

احتمال گذارهای چهار قطبی الکتریکی برای هسته های  $Ru^{102-100}$  و  $Pd^{110-106}$  در قالب مدل بوزون اندرکنشی مطالعه شده است. نتایج حاصل انطباق قابل قبولی را در مقایسه با مقادیر تجربی متناظر نمایش می دهد. همچنین نتایج حاصل افزایش دقت محاسبات را برای گذارهای داخل بانندی و همچنین هسته های کروی در مقایسه با هسته های تغییر شکل یافته نشان می دهد.

## مراجع :

- [۱]. R. Cejnar *et al.* Rev. Mod. Phys. **82** (2010) 2155.
- [۲]. F. Le Blanc *et al.* Eur. Phys. J. A **15** (2002) 49.
- [۳]. F. Pan and J. P. Draayer, J. Phys. A, Math. Gen. **35** (2002) 7173.
- [۴]. F. Pan *et al.* Nucl. Phys. A, **636** (1998) 156.
- [۵]. R. F. Casten. D. D. Warner, Rev. Mod. Phys. **60** (1988) 389.
- [۶]. H. Sabri, Eur. Phys. J. Plus. **138** (2014) 6.
- [۷]. National Nuclear Data Center (Brookhaven National laboratory) chart of nuclides (<http://www.nndc.bnl.gov/chart/reColor.jsp?newColor=dm>)
- [۸]. Nuclear data sheets up to 2015. (<http://www.journals.elsevier.com/nuclear-data-sheets/>).
- [۹]. H. Sabri *et al.* Nucl. Phys. A, **946** (2016) 11.
- [۱۰]. M.A. Jafarizadeh *et al.* Nucl. Phys. A, **890-891** (2012) 29.