

۱۶ و ۱۷ شهریور ماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

آنالیز سیستماتیک ارتفاع سد همجوشی با بکارگیری نسخه‌های مختلف نیروی اسکریم در فرمالیزم نیمه کلاسیکی چگالی انرژی

ناصر قدسی، امید - ترابی، فاطمه*

دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

چکیده:

در این مقاله تغییرات ارتفاع سد واکنش‌های همجوشی را مورد بررسی قرار داده‌ایم. این مطالعه‌ی سیستماتیک با بکارگیری نسخه‌های مختلف نیروی اسکریم در فرمالیزم چگالی انرژی انجام گرفت. مقایسه مقادیر تئوری ارتفاع سد بدست آمده توسط نسخه‌های مختلف این نیرو و داده‌های تجربی متناظر نشان داد که نتایج تئوری پیش بینی شده توسط نیروی SVI در توافق مناسب‌تری با مقادیر تجربی ارتفاع سد می‌باشند. بعلاوه پتانسیل‌های حاصله از این نیرو به منظور توصیف مقادیر سطح مقطع همجوشی بکار گرفته شدند که نتایج بیانگر توافق قابل قبولی بین مقادیر تئوری و آزمایشگاهی سطح مقطع واکنش‌های همجوشی بود. کلمات کلیدی: نیروی اسکریم، واکنش‌های همجوشی، فرمالیزم چگالی انرژی، ارتفاع سد همجوشی.

مقدمه:

برهم‌کنش قوی میان نیروهای هسته‌ای و کولنی هسته‌های شرکت کننده در یک واکنش دلخواه موجب شکل‌گیری یک سد پتانسیل در مقابل آنها می‌شود. امروزه امکان تخمین قدرت نیروهای الکترواستاتیکی در بررسی واکنش‌های همجوشی با دقت بسیار خوبی وجود دارد. حال آنکه به دلیل ناشناخته ماندن جنبه‌های مختلف نیروهای هسته‌ای، می‌توان از ارائه یک مدل جامع به منظور توصیف بخش هسته‌ای پتانسیل برهم‌کنشی کل به عنوان یکی از چالش‌های موجود در زمینه‌ی مطالعات تئوری واکنش‌های همجوشی نام برد. با وجود چنین چالشی، تاکنون مدل‌ها و روش‌های مختلفی مبتنی بر دیدگاه‌های میکروسکوپیکی، نیمه میکروسکوپیکی و ماکروسکوپیکی جهت توصیف بخش هسته‌ای پتانسیل برهم‌کنشی کل معرفی شده است [۱-۴]. در بین مدل‌های تئوری مختلف، روش نیمه کلاسیکی تابع چگالی انرژی اسکریم، به عنوان روشی مؤثر برای آنالیز سد همجوشی و سطح مقطع‌های واکنش‌های همجوشی شناخته شده است. یکی از مهمترین فاکتورها در مطالعه‌ی واکنش‌های همجوشی با استفاده از این فرمالیزم پیشنهادی، انتخاب نیروی اسکریم مناسب می‌باشد. از سال ۱۹۷۲ تاکنون نسخه‌های متفاوتی از این نیروها در مطالعات مختلف معرفی شده‌اند؛ که برخی از آنها در دهه‌های

۱۶ و ۱۷ شهریور ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

اخیر به منظور توصیف واکنش‌های همجوشی با استفاده از فرمالیزم چگالی انرژی اسکریم (SEDF) بکار گرفته شده‌اند [۶ و ۵].

از آنجایی که تغییر پارامترهای نیروی اسکریم بر روی ارزیابی سد همجوشی تأثیرگذار می‌باشد، در مطالعه پیشرو قصد داریم تا با مقایسه داده‌های تجربی و مقادیر تئوری ارتفاع سد بدست آمده توسط نسخه‌های متفاوت نیروی اسکریم در تقریب نیمه کلاسیکی تابع چگالی انرژی، به معرفی دقیق‌ترین ارزیابی ارتفاع سد همجوشی بپردازیم. بدین منظور، بررسی سیستماتیک ارتفاع سد برای تعداد زیادی از واکنش‌های همجوشی با استفاده از چندین نیروی اسکریم در فرمالیزم چگالی انرژی انجام گرفت.

روش کار :

در این کار به منظور توصیف بخش هسته‌ای پتانسیل برهم‌کنشی کل میان هسته‌های پرتابه و هدف؛ از فرمالیزم چگالی انرژی اسکریم استفاده شده است. در این فرمالیزم، پتانسیل هسته‌ای بین هسته‌های برهم‌کنش کننده که در فاصله R از یکدیگر واقع شده‌اند، $V_N(R)$ ، به صورت اختلاف انرژی سیستم دو هسته (پرتابه+هدف) در فاصله‌ی محدود و نامحدود بین آنها تعریف می‌شود که فرم کلی آن از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$V_N(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2), \quad (1)$$

$$E_{12} = \int \varepsilon [\rho_{1p}(\vec{r}) + \rho_{2p}(\vec{r} - \vec{R}), \rho_{1n}(\vec{r}) + \rho_{2n}(\vec{r} - \vec{R})] d^3r, \quad (2)$$

$$E_1 = \int \varepsilon [\rho_{1p}(\vec{r}), \rho_{1n}(\vec{r})] d^3r, \quad E_2 = \int \varepsilon [\rho_{2p}(\vec{r}), \rho_{2n}(\vec{r})] d^3r. \quad (3)$$

در مطالعات فوق ε بیانگر چگالی انرژی می‌باشد که با استفاده از مدل نیمه کلاسیکی توماس فرمی تعمیم یافته (ETF) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r}) = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_0\right) \rho^2 - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] \\ & + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_3\right) \rho^2 - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] \\ & + \frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] (\rho \tau) \\ & - \frac{1}{4} \left[t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) - t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) \right] (\rho_n \tau_n + \rho_p \tau_p) \\ & + \frac{1}{16} \left[3t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) - t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] (\vec{\nabla} \rho)^2 \end{aligned}$$

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

$$-\frac{1}{16} \left[3t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) + t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \left((\vec{\nabla} \rho_n)^2 + (\vec{\nabla} \rho_p)^2 \right) + \frac{1}{2} W_0 [\vec{j} \cdot \vec{\nabla} \rho + \vec{j}_n \cdot \vec{\nabla} \rho_n + \vec{j}_p \cdot \vec{\nabla} \rho_p]. \quad (4)$$

در معادله‌ی فوق بیانگر جرم نوکلئون و α, t_i, x_i و W_0 پارامترهای نیروی اسکریم می‌باشند. در این مطالعه نسخه‌های انتخابی نیروی اسکریم شامل: SIII, SVI [۷], ST5 [۸], SLy4 [۹], SGII [۱۰], SkM* [۱۱] و SkP [۱۲]، به همراه تابع توزیع چگالی دوپارامتری فرمی در معادله‌ی فوق بکار گرفته شده‌اند.

در محاسبات فوق چگالی انرژی جنبشی و اسپین مدار با استفاده از تقریب مرتبه‌ی دوم در مدل ETF، به صورت زیر تعریف می‌شوند (q نمادی برای n و p می‌باشد):

$$\tau_q^{(ETF)}(\vec{r}) = \frac{3}{5} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \rho_q^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{36} \frac{(\vec{\nabla} \rho_q)^2}{\rho_q} + \frac{1}{3} \Delta \rho_q + \frac{1}{6} \frac{\vec{\nabla} \rho_q \cdot \vec{\nabla} f_q}{f_q} + \frac{1}{6} \rho_q \frac{\Delta f_q}{f_q} - \frac{1}{12} \rho_q \left(\frac{\vec{\nabla} f_q}{f_q} \right)^2 + \frac{1}{2} \rho_q \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^2 \left(\frac{W_0 \vec{\nabla}(\rho + \rho_q)}{f_q} \right)^2, \quad (5)$$

$$\vec{j}_q(\vec{r}) = -\frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{2} W_0 \frac{1}{f_q} \rho_q \vec{\nabla}(\rho + \rho_q). \quad (6)$$

لازم به ذکر است که به منظور محاسبه‌ی پتانسیل برهم‌کنشی کل در این کار، بخش کولنی با استفاده از فرمول زیر محاسبه شده است.

$$V_C(R) = \int \frac{\rho_{ch}^{(1)}(\vec{r}_1) \rho_{ch}^{(2)}(\vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d^3 r_1 d^3 r_2. \quad (7)$$

نتایج :

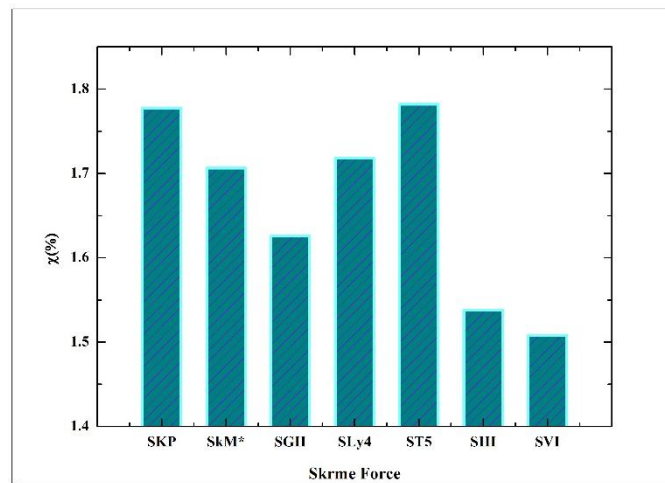
پتانسیل برهم‌کنشی بین هسته‌های پرتابه و هدف، $V_T(r) = V_N(r) + V_C(r)$ ، با بکارگیری نسخه‌های انتخابی نیروی اسکریم در فرمالیزم توصیف شده محاسبه شد. با تعیین پتانسیل‌های حاصله از هریک از نیروهای اسکریم، ارتفاع سد برای بیش از ۱۰۰ واکنش همجوشی انتخابی تعیین شد. به منظور تخمین دقت مقادیر ارتفاع سد محاسبه شده توسط هر یک از نیروهای اسکریم، خطای حاصل از محاسبات ارتفاع سد همجوشی با مقایسه‌ی مقادیر تئوری و تجربی ارتفاع سد محاسبه شد. مقایسه‌ی مذکور در هر یک از بررسی‌های سیستماتیک مبتنی بر نسخه‌های مختلف نیروی اسکریم توسط فرمول زیر انجام گرفت.

۱۶ و ۱۷ شهریور ۱۳۹۴ دانشگاه یزد

$$\chi(\%) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{V_{iB}^{Calc.} - V_{iB}^{Exp.}}{V_{iB}^{Calc.} + V_{iB}^{Exp.}} \right)^2} \times 100 \quad (1)$$

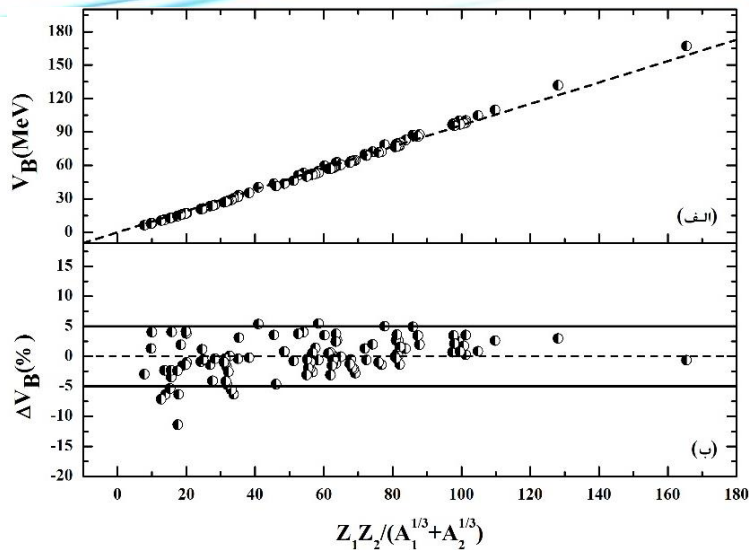
در فرمول فوق χ بیانگر درصد خطای نسبی محاسبات ارتفاع سد و N معرف تعداد واکنش‌های بررسی شده می‌باشد. درصد خطای نسبی محاسبات مقادیر ارتفاع سد برای هر یک از نیروهای اسکریم بکار رفته در فرمالیزم چگالی انرژی در شکل ۱ نشان داده شده است.

همانطور که نتایج حاصل از این محاسبات نشان می‌دهد تغییر نیروی اسکریم انتخابی بر روی دقت محاسبات ارتفاع سد تأثیرگذار می‌باشد. از بین ارزیابی‌های صورت گرفته به وضوح قابل درک است که بکارگیری برهم‌کنش SVI در فرمالیزم چگالی انرژی منجر به بازتولید داده‌های تجربی ارتفاع سد با دقت مناسب‌تری می‌شود. در نتیجه به منظور آنالیز جزئی‌تر نتایج تئوری حاصله از نیروی SVI ، مقادیر تئوری ارتفاع سد بدست آمده توسط این نیرو و درصد خطای آن برای واکنش‌های انتخابی به صورت تابعی از $Z_1 Z_2 / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ در شکل ۲ رسم شده است.



شکل (۱): درصد خطای نسبی محاسبات سیستماتیک ارتفاع سد همجوشی برای نسخه‌های مختلف نیروی اسکریم بکار گرفته شده در فرمالیزم چگالی انرژی

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ دانشگاه یزد



شکل (۲): (الف) ارتفاع سد همجوشی حاصله از نیروی SVI برای واکنش‌های انتخابی. (ب) درصد خطای مقادیر ارتفاع سد همجوشی

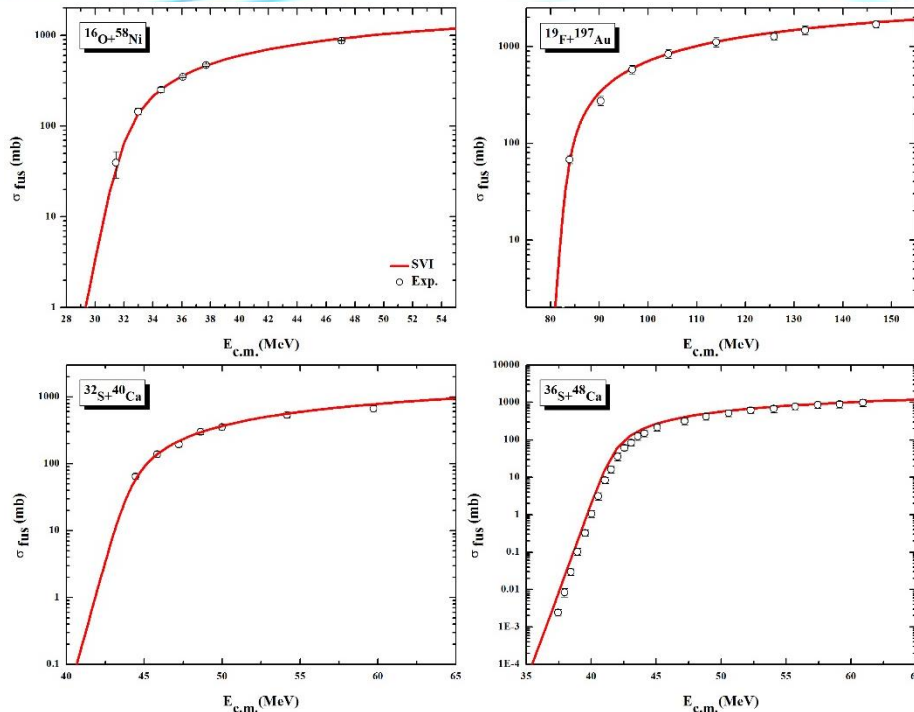
$$\Delta V_B (\%) = \frac{V_B^{Calc.} - V_B^{Exp.}}{V_B^{Exp.}} \times 100. \text{SVI حاصله از نیروی}$$

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود دقت محاسبات انجام گرفته در بازتولید داده‌های تجربی ارتفاع سد همجوشی با استفاده از نیروی SVI در محدوده‌ی $\pm 5\%$ می‌باشد که نشانگر این مطلب است که نیروی انتخابی پیش‌بینی قابل قبولی را برای مقادیر ارتفاع سد همجوشی واکنش‌های انتخابی ارائه می‌دهد. در ادامه با بکارگیری پتانسیل‌های حاصله از برهم‌کنش SVI به تحلیل رفتار مقادیر تئوری سطح مقطع همجوشی واکنش-های انتخابی با استفاده از فرمول ونگ [۱۳] پرداخته‌ایم. رابطه‌ی ونگ برای تعیین مقادیر سطح مقطع همجوشی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma(\text{mb}) = \frac{10R_B^2 \hbar w_0}{2E_{c.m.}} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar w_0} (E_{c.m.} - V_B) \right] \right\}. \quad (9)$$

در رابطه‌ی فوق $\hbar w_0$ و R_B ، V_B ، $E_{c.m.}$ به ترتیب معرف کمیت‌های انرژی مرکز جرم، ارتفاع، محل و پهنای سد می‌باشند. نتایج حاصله از محاسبات سطح مقطع همجوشی برای برخی از واکنش‌های انتخابی شامل $^{16}\text{O}+^{58}\text{Ni}$ ، $^{19}\text{F}+^{197}\text{Au}$ ، $^{32}\text{S}+^{40}\text{Ca}$ و $^{36}\text{S}+^{48}\text{Ca}$ در شکل ۳ نشان داده شده است.

۵ و ۶ اسفندماه ۱۳۹۴ و آنگاه نرد



شکل (۳): مقایسه مقادیر تئوری سطح مقطع همجوشی مبتنی بر استفاده از نیروی SVI در فرمالیزم چگالی انرژی با داده‌های متناظر آزمایشگاهی [۱۷-۱۴] برای واکنش‌های $^{16}\text{O}+^{58}\text{Ni}$ ، $^{19}\text{F}+^{197}\text{Au}$ ، $^{32}\text{S}+^{40}\text{Ca}$ و $^{36}\text{S}+^{48}\text{Ca}$.

با توجه به شکل می‌توان دریافت که مقادیر تئوری سطح مقطع‌های همجوشی که با استفاده از پتانسیل‌های حاصله از نیروی SVI محاسبه شده‌اند، در توافق خوبی با داده‌های متناظر آزمایشگاهی می‌باشند.

بحث و نتیجه گیری :

در این پژوهش با استفاده از نسخه‌های متفاوت نیروی اسکریم، SkP و SkM*، SGII، SLy4، ST5، SVI، SIII، در فرمالیزم نیمه کلاسیکی چگالی انرژی به مطالعه‌ی ارتفاع سد تعداد زیادی از واکنش‌های همجوشی که در محدوده‌ی $1520 < Z_1 Z_2 < 36$ قرار داشتند، پرداخته‌ایم. نتایج مطالعات حاضر بیانگر این مطلب است که در بین نیروهای انتخابی، برهم‌کنش SVI دقیق‌ترین توصیف را برای مقادیر ارتفاع سد همجوشی در فرمالیزم چگالی انرژی ارائه می‌دهد. با استفاده از نیروی مذکور مقادیر تئوری ارتفاع سد واکنش‌های همجوشی با درصد خطا در حدود $\pm 5\%$ بازتولید می‌شوند (شکل ۲). بعلاوه، مقایسه‌ی میان مقادیر آزمایشگاهی و مقادیر محاسبه شده‌ی سطح مقطع همجوشی نشانگر آن است که پتانسیل‌های حاصله از نیروی SVI پیش‌بینی مناسبی را برای مقادیر سطح مقطع همجوشی ارائه می‌دهند.

مراجع :

- [1] J. Blocki, J. Randrup, W. J. Swiatecki, and C. F. Tsang, Proximity Forces ,Ann. Phys. (N.Y.), 105, 2, 427-462, 1977.
- [2] G. R. Satchler, W. G. Love, Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering, Phys. Rep., 55, 3, 183-254, 1979.
- [3] W. D. Myers, and W. J. Świątecki, Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei, Phys. Rev. C, 62, 044610, 2000.
- [4] V. Yu. Denisov, and W. Norenberg, Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei, Eur. Phys. J. A, 15, 375-388, 2002.
- [5] M. Liu, N. Wang, Z. Li, X. Wu, and E. Zhao, Applications of Skyrme energy-density functional to fusion reactions spanning the fusion barriers, Nucl. Phys. A, 768, 1-2, 80-98, 2006.
- [6] A. Dobrowolski, K. Pomorski, and J. Bartel, Mean-field description of fusion barriers with Skyrme's interaction, Nucl. Phys. A, 729, 2-4, 713-725, 2003.
- [7] M. Beiner, H. Flocard, N. Van Giai, P. Quentin, Nuclear ground-state properties and self-consistent calculations with the Skyrme interaction:(I). Spherical description, Nucl. Phys. A, 238, 1, 29-69, 1975.
- [8] F. Tondeur, M. Brack, M. Farine, J. M. Pearson, Static nuclear properties and the parametrisation of Skyrme forces, Nucl. Phys. A, 420, 2, 297-319, 1984.
- [9] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer, A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities Part II. Nuclei far from stabilities, Nucl. Phys. A, 635, 1-2, 231-256, 1998.
- [10] N. Van Giai, and H. Sagawa, Spin-isospin and pairing properties of modified Skyrme interactions, Phys. Lett. B, 106, 5, 379-382, 1981.
- [11] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H.-B. Hakansson, Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: A critical study of the SkM force, Nucl. Phys. A, 386, 1, 79-100, 1982.
- [12] J. Dobaczewski, H. Flocard, and J. Treiner, Hartree-Fock-Bogolyubov description of nuclei near the neutron-drip line, Nucl. Phys. A, 422, 1, 103-139, 1984.
- [13] C. Y. Wong, Interaction Barrier in Charged-Particle Nuclear Reactions, Phys. Rev. Lett., 31, 766, 1973.
- [14] N. Keeley et al., Fusion excitation function measurements for the $^{16}\text{O}+^{58}\text{Ni}$ and $^{16}\text{O}+^{62}\text{Ni}$ systems, Nucl. Phys. A, 628, 1, 1-16, 1998.
- [15] H. Ikezoe et al., Pre-scission He4 multiplicity in the $^{19}\text{F}+^{197}\text{Au}$ reaction, Phys. Rev. C 42, 342, 1990.
- [16] H. H. Gutbrod, W.G. Winn, M. Blann, Measurement and interpretation of heavy ion fusion excitation functions, Nuclear Physics, A 213, 2, 267-284, 1973.
- [17] A. M. Stefanini et al., Fusion of the positive Q-value system $^{36}\text{S}+^{48}\text{Ca}$ well below the Coulomb barrier, Phys. Rev. C 78, 44607, 2008.