بررسی میدان مغناطیسی در پدیده مالتی پکتینگ دو سطحی

مستاجران، مریم ؛ حدادان ، مجتبی*

دانشگاه یزد،دانشکده فیزیک، ذرات بنیادی

چکیده:

پدیده‌ی مالتی‌پکتینگ برای دو صفحه موازی، در پژوهش‌های زیادی مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. در این مطالعات، تئوری تشدید و شرط ساده پایداری فاز با صرف نظر از میدان مغناطیسی، استفاده شده است. در این مقاله میدان مغناطیسی در پدیده‌ی مالتی‌پکتینگ در نظر گرفته شده است تا بتوان نواحی که در آن پدیده‌ی مالتی‌پکتینگ اتفاق می‌افتد را به صورت دقیق‌تری بدست آوریم.

کلمات کلیدی: *مالتی پکتینگ، شتابدهنده، موجبر،رادیو فرکانسی*

Study of the magnetic field for Two-sided multipactor

Maryam Mostajeran , Hadadan Mojtaba*

Yazd University,Department of Physics, Fundamental Particle

Abstract :

Multipactor(MP) phenomenon for two parallel plates has been studied in the presence of the electric field in several works, ignoring the magnetic field. In these studies the resonance theory and the simple stability condition were used. In this work, the magnetic field is considered to obtain the MP zone with more accuracy.

Keywords:Multipacting,Accelerator,waveguide,Radiofrequency

مقدمه:

مالتی‌پکتینگ[1](MP) تخلیه تشدیدی، در سیستم‌های خلاء در میدان رادیو فرکانسی[2] (RF) است[۱]. اگر الکترونی داخل سیستم‌های RF توسط میدان الکتریکی شتاب بگیرد و به دیواره‌ی سیستم برخورد کند، بسته به انرژی که کسب کرده است، می‌تواند تعدادی الکترون ثانویه از سطح جدا کند، اگر این الکترون‌های ثانویه بتوانند شتاب بگیرند(یعنی همزمان با جدا شدن از سطح، جهت میدان تغییر کند) و به سطح دیگر برخورد کنند، می‌توانند الکترون‌های ثانویه دیگری از سطح جدا کنند. اگر این فرایند تکرار شود، بهمنی از الکترون-

[1] Multipacting
[2] Radio Frequency

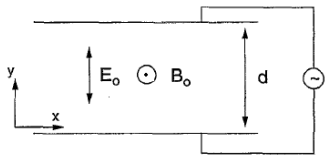
های ثانویه خواهیم داشت، گفته می‌شود، پدیده‌ی MP دوسطحی اتفاق افتاده است. این پدیده می‌تواند باعث جذب توان سیستم و خاموش شدن آن شود[۱]. پدیده MP با برقرار بودن سه شرط زیر بوجود می‌آید

۱) شرط تشدید: زمان جابه‌جایی الکترون بین دو صفحه موازی مضرب فردی از دوره تناوب میدان الکتریکی باش[۲].
۲) بزرگتر از یک بودن ضریب الکترون ثانویه [۳](SEC) در هر برخورد[۲].
۳) برقرار بودن شرط ساده‌ی پایداری فاز.

موجبرها سیستم‌های میکروموجی هستند که در شرایط خلاء کار می‌کنند و پدیده‌ی MP می‌تواند در این سیستم‌ها اتفاق افتد. در مرجع [۳] نشان داده شده است، برای بررسی پدیده‌ی MP در موجبرهای مستطیلی که نسبت ارتفاع آن به پهنای موجبر کوچک است می‌توان از مدل دو صفحه‌ی موازی استفاده کرد. مطالعات زیادی برای پدیده‌ی MP برای دوصفحه‌ی موازی در میدان الکتریکی و با درنظرگرفتن میدان مغناطیسی صفر انجام شده است. اگر بخواهیم در مطالعه‌ی پدیده‌ی MP به شرایط واقعی نزدیک‌تر شویم، به نظر می‌رسد باید میدان مغناطیسی غیر صفر در نظر گرفته شود. در این مقاله با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی غیر صفر علاوه بر بدست آوردن شرط ساده‌ی پایداری فاز، شرط اصلی پایداری فاز را بدست می‌آوریم و با استفاده از آن محدوده‌ای که درآن MP اتفاق می‌افتد را پیش‌بینی می‌کنیم.

معادله حرکت الکترون بین دو صفحه موازی

حرکت الکترون بین دو صفحه‌ی موازی به فاصله d، و میدان مغناطیسی ثابت B_0 و سرعت V در نظر بگیرید.



شکل (۱): ساختار دو صفحه‌ی موازی مورد مطالعه در پدیده‌ی MP.

[3] Secondary electron coefficient

معادله نیرو به صورت زیر است

$$\vec{F} = e\left(\vec{E}\hat{y} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B}\right). \qquad (۱)$$

با در نظر گرفتن بردار سرعت در دو راستا، $\vec{V} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y}$ و قرار دادن در رابطه (۱) خواهیم داشت

$$m\ddot{x}\hat{x} + m\ddot{y}\hat{y} = \frac{eV_{RF}}{d}\hat{y} - e\frac{\dot{x}B}{c}\hat{y} + \frac{e\dot{y}B}{c}\hat{x}\,, \qquad (۲)$$

با جدا سازی معادلات حرکت در دو راستای x و y خواهیم داشت

$$\ddot{x} - \omega_c\dot{y} = 0, \qquad (۳a)$$

$$\ddot{y} + \omega_c\dot{x} = \frac{eU}{md}\,\sin\omega t. \qquad (۳b)$$

که در اینجا نقطه مشتق نسبت به t , U دامنه ولتاژ بین دو صفحه، $\omega = 2\pi f$ جایی که f فرکانس نوسانی، t زمان ، $\omega_c = \frac{|e|B_0}{mc}$ و m جرم الکترون است. معادلات (۳a) و(۳b) را با تغییر پارامتر می‌توان به صورت زیر نوشت

$$y'' + \Omega^2 y = \varepsilon \sin\theta - \Omega u_x\ , \qquad (۴a)$$

$$x' = \Omega y + u_x\ . \qquad (۴b)$$

پریم در اینجا مشتق نسبت به θ , $\varepsilon = \frac{eU}{md\omega^2}$، $u_x = \dot{x}$ و $\Omega = \frac{\omega_c}{\omega}$ اشاره دارد. با حل معادلات (a)۴ و (b)۴ معادلات مکان به صورت زیر بدست می آید

$$y(\tau) = \frac{\varepsilon}{\Omega^2 - 1}\left(\sin(\theta) - \sin(\theta_1)\cos[\Omega(\theta - \theta_1)] - \frac{1}{\Omega}\cos(\theta_1) sin\,[\Omega(\theta - \theta_1)]\right) + \frac{u_y}{\Omega}\sin[\Omega(\theta - \theta_1)] - \frac{u_x}{\Omega}(1 - cos[\Omega(\theta - \theta_1)]. \qquad (۵\ a)$$

$$x(\tau) = \frac{\varepsilon}{\Omega^2 - 1}\left(-\Omega\cos(\theta) - sin\theta_1 \sin[\Omega(\theta - \theta_1)] - \frac{1}{\Omega} cos\theta_1[1 - \Omega^2 - \cos[\Omega(\theta - \theta_1)]]\right) + \frac{u_y}{\Omega}[1 - \cos[\Omega(\theta - \theta_1)]] + \frac{u_x}{\Omega}\sin[\Omega(\theta - \theta_1)]. \qquad (۵\ b)$$

در اینجا θ_1 فاز اولیه ذره و θ فاز ذره در هر لحظه است. زمانی که ذره به صفحه دوم برخورد می‌کند، $y = d$ و $\theta = \theta_2$ است، خواهیم داشت :

$$d = \frac{\varepsilon}{\Omega^2 - 1}\left(\sin(\theta_2) - \sin(\theta_1)\cos[\Omega(\theta_2 - \theta_1)] - \frac{1}{\Omega}\cos(\theta_1)\sin[\Omega(\theta_2 - \theta_1)]\right) + \frac{u_y}{\Omega}\sin[\Omega(\theta_2 - \theta_1)] - \frac{u_x}{\Omega}(1 - \cos[\Omega(\theta_2 - \theta_1)] \quad (۶)$$

از آنجائی که شتاب الکترون در راستای میدان الکتریکی است، y، لذا حرکت الکترون در راستای x، نسبت به y قابل صرفنظر است.

رابطه‌ی (۶) را می‌توان به فرم رابطه‌ی (۷) بیان کرد

$$\mathrm{A}\sin\theta_1 + \mathrm{B}\cos\theta_1 = \sqrt{\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2}\sin(\theta_1 + \mathrm{c}). \quad (۷)$$

با استفاده از رابطه‌ی(۷) و با در نظرگرفتن شرط تشدید $\theta_2 = \theta_1 + 2N\pi$ (که در اینجا N نیم صحیح است) در رابطه (۶) می‌توان θ_1 را محاسبه کرد

$$\theta_1 = \sin^{-1}(\square_{\min}/\square) + tan^{-1}\frac{(-\sin(2\pi N\Omega)/\Omega)}{(-1)^{2N} - \cos(2\pi N\Omega)}, \quad (۸)$$

که در آن $\square_{\min}$ از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\square_{\min} = (1 - \Omega^2)\frac{d - \frac{u_y}{\Omega}\sin(\Omega 2N\pi) + \frac{u_x}{\Omega}(1 - \cos(\Omega 2N\pi))}{\sqrt{[(-1)^{2N} - \cos(2\pi N\Omega)]^2 + (-\sin(2\pi N\Omega)/\Omega)^2}}. \quad (۹)$$

شرط پایداری فاز

فرض کنید θ_1 فاز اولیه‌ی مناسبی برای ایجاد MP باشد(فاز تشدیدی). اگر ذره‌ای دارای فاز θ_1 نباشد و مقداری از آن اختلاف داشته باشد می‌خواهیم حد مجاز این اختلاف ($\Delta\theta_1$) را که در آن فاز پدیده‌ی MP اتفاق می‌افتد را بدست آوریم. برای اینکه الکترون در سیستم باقی بماند(پایدار باشد) باید نسبت $G=\Delta\theta_2/\Delta\theta_1$ (G فاکتور پایداری است) در هر برخورد (به طور مثال تعداد ۳۰ برخورد برای الکترون در نظر می‌گیریم

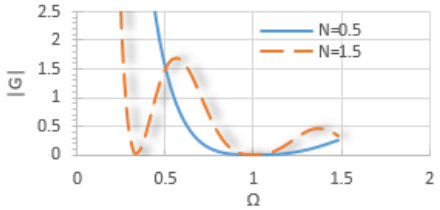
کوچک و کوچکتر شود تا شرایط به شرایط تشدیدی نزدیک شود [۴]) به عبارتی $|G|\leq 1$ باشد.(شرط ساده پایداری) اگر انحراف فاز از فاز تشدید، کوچک باشد فاکتور پایداری از رابطه (۱۰) بدست می‌آید[۵]

$$G = \lim_{\Delta\theta_1 \to 0}\left(\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}\right) = \frac{\partial\theta_2}{\partial\theta_1} \qquad (۱۰)$$

با در نظر گرفتن شرط تشدید، $\theta_2 - \theta_1 = 2N\pi$ ، (N عدد نیم صحیح است)، در رابطه‌ی (۶) و با استفاده از رابطه‌ی (۱۰)، G به صورت رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$G = \frac{\left(\Omega - \frac{1}{\Omega}\right)\sin\theta_1 \sin(2N\pi\Omega) + (\Omega^2 - 1)\left[\left({}^{u_y}/_{\square}\right)\cos(2N\pi\Omega) - \left({}^{u_x}/_{\square}\right)\sin(2N\pi\Omega)\right]}{\cos\theta_1[(-1)^{2N} - \cos(2N\pi\Omega)] + \Omega\sin\theta_1 \sin(2N\pi\Omega) + (\Omega^2 - 1)\left[\left({}^{u_y}/_{\square}\right)\cos(2N\pi\Omega) - \left({}^{u_x}/_{\square}\right)\sin(2N\pi\Omega)\right]} \qquad (۱۱)$$

این نکته قابل ذکر است که رابطه (۱۱) به $\Delta\theta_1$ بستگی ندارد و برای $\Delta\theta_1$ های کوچک قابل قبول است، لذا اگر G، در برخورد اول شرط ساده پایداری را برآورده کند د ر۳۰ برخورد دیگر هم برآورده خواهد کرد.



شکل (۲): نمودار G بر حسب Ω برای پدیده MP دو سطحی.

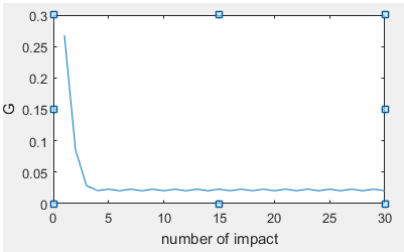
به طور مثالGرا می‌توان برحسب Ω در شکل (۲) نشان داد این شکل با در نظر گرفتن= θ_1 , $\varepsilon = 0.3$ ، $u_y = .001$ 11.68 و $u_x = 0$ بدست آمده است.(مقادیر طوری انتخاب شده اند که در این شرایط پدیده‌ی MP اتفاق می‌افتد) اما این سوال مطرح می‌شود اگر $\Delta\theta_1$ کوچک نباشد، فاکتور پایداری فاز به چه صورتی خواهد بود. برای این منظور، رابطه‌ی (۵ a) را برای $\theta_2 + \Delta\theta_2$ و $\theta_1 + \Delta\theta_1$ دوباره می‌نویسیم

$$\begin{aligned} y(\theta_1,\theta_2) = \frac{\varepsilon}{\Omega^2 - 1}\Big[&\sin(\theta_2 + \Delta\theta_2) - \sin(\theta_1 + \Delta\theta_1)\cos(\Omega(\theta_2 + \Delta\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1) \\ &- \frac{1}{\Omega}\cos(\theta_1 + \Delta\theta_1)\sin(\Omega(\theta_2 + \Delta\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1)\Big] + \frac{u_y}{\Omega}\sin(\Omega(\theta_2 + \Delta\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1) - \frac{u_x}{\Omega}\{1 \\ &- \cos(\Omega(\theta_2 + \Delta\theta_2 - \theta_1 - \Delta\theta_1)\} - d = 0\,. \qquad (۱۲) \end{aligned}$$

در رابطه (۱۲)، sin و cos را تا مرتبه دوم بسط می‌دهیم. $G = \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$, به صورت معادله‌ی (۱۳) بدست می‌آید.

$$
\begin{aligned}
&G^2\left\{\frac{\epsilon\,\Delta\theta_1}{\Omega^2-1}\left[-\frac{1}{2}(\sin\theta_1\cos2\pi N)+\frac{1}{2}\Omega^2\mathrm{Sin}(\theta_1)\cos2\pi N\Omega+\frac{1}{2}\Omega\mathrm{Cos}(\theta_1)\sin2\pi N\Omega\right]-\frac{1}{2}\Omega\,\Delta\theta_1\left[u_y\sin2\pi N\Omega+u_x\cos2\pi N\Omega\right]\right\}\\
&\quad+G\left\{\frac{\epsilon}{\Omega^2-1}\left[\cos\theta_1\cos2\pi N+(1-\Omega^2)\Delta\theta_1\sin\theta_1\cos2\pi N\Omega+\Omega\sin\theta_1\sin2\pi N\Omega-\cos\theta_1\cos2\pi N\Omega\right]\right.\\
&\quad\left.+u_y\left[\Omega\sin2\pi N\Omega\,\Delta\theta_1+\cos2\pi N\Omega\right]+u_x\left[\Omega\cos2\pi N\Omega\,\Delta\theta_1-\sin2\pi N\Omega\right]\right\}\\
&\quad+\left\{\frac{\epsilon}{\Omega^2-1}\left[\left(\frac{1}{\Omega}-\Omega\right)\sin\theta_1\sin2\pi N\Omega+\frac{1}{2}(\Omega^2-1)\sin\theta_1\cos2\pi N\Omega\Delta\theta_1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Omega}-1\right)\cos\theta_1\sin2\pi N\Omega)\Delta\theta_1\right]\right.\\
&\quad\left.-u_y\left(\frac{1}{2}\Omega\sin2\pi N\Omega\,\Delta\theta_1+\cos2\pi N\Omega\right)+u_x\left(-\frac{1}{2}\Omega\cos2\pi N\Omega\,\Delta\theta_1+\sin2\pi N\Omega\right)\right\}=0 \qquad (۱۳)
\end{aligned}
$$

در رابطه‌ی (۱۳)، فاکتور پایداری به $\Delta\theta_1$ بستگی دارد لذا فاکتور پایداری باید برای ۳۰ برخورد در نظر گرفته شده جداگانه محاسبه شود. با استفاده از شرط اصلی پایدری فاز بیان شده در مرجع [۶]، همگرایی فاکتور پایداری فاز به یک، تعیین کننده ناحیه‌ی MP است. به طور مثال فاکتور پایداری برای $\Delta\theta_1 = 18°, N = 0.5, \theta_1 = 1°$، در شکل (۳) برای ۳۰ برخورد محاسبه شده است. همان طور که دیده می‌شود فاکتور پایداری به یک همگراست لذا $\Delta\theta_1 = 18°$ در ناحیه پایداری فاز قرار می‌گیرد. و این در حالی است که شرط ساده پایداری فاز وجود MP در $\Delta\theta_1$ را پیش بینی نمی‌کرد.



شکل (۳): نمودار فاکتور پایداری به ازای ۳۰ تا برخورد.

$\theta_1 = 1°, \Delta\theta_1 = 18°, N = .5$

نتیجه‌گیری

معادله‌ی حرکت الکترون در حضور میدان الکتریکی سینوسی و میدان مغناطیسی ثابت به صورت یک معادله‌ی دیفرانسیل ناهمگن درجه دوم بدست آمد. با حل تحلیلی این معادله، مکان الکترون در هر زمان محاسبه شد. به منظور پایدار بودن حرکت الکترون درسیستم یا به عبارتی داشتن پایداری فاز، رفتار فاکتور پایداری فاز،G، بررسی شد. شرط ساده‌ی پایداری $|G| \leq 1$ محدوده‌ی $\Delta\theta_1$ های بزرگ در پدیده MP را پیش بینی نمی‌کند اما با بدست آوردن معادله-ای که برای فاکتور پایداری نشان دادیم، $\Delta\theta_1$ های نسبتا بزرگ هم می‌تواند در پدیده‌ی MP شرکت کنند.

مراجع

[۱] Riyopoulos, Spilios, David Chernin, and Demos Dialetis. "Effect of random secondary delay times and emission velocities in electron multipactors." IEEE Transactions on Electron Devices 44.3 (1997): 489-497.

[۲]Mostajeran, M., and M. Lamehi Rachti. "On the phase stability in two-sided multipactor." Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 615.1 (2010): 1-5.

[۳]Mostajeran, M., and M. Lamehi Rachti. "Importance of number of gap crossings on secondary emission in the simulation of two-sided multipactor." *Journal of Instrumentation* 5.08 (2010): P08003.

[۴] Semenov, V. E., et al. "Multipactor in rectangular waveguides." Physics of Plasmas (1994-present) 14.3 (2007): 033501.

[۵] Riyopoulos, Spilios, David Chernin, and Demos Dialetis. "Theory of electron multipactor in crossed fields." Physics of Plasmas (1994-present) 2.8 (1995): 3194-3213.

[۶] Mostajeran, M. "Initial phase zone for phase locking to the resonance, using “main condition” of phase stability in DC-biased single-sided multipactor." *Physics of Plasmas (1994-present)* 21.5 (2014): 053108.