محاسبه ترازهای انرژی اکسیژن ۱۶ در مدل خوشه ای $^{8}Be + ^{8}Be$ با یک پتانسیل جایگزیده به روش NU

اصلانزاده،سحر [*(۱)] – شجاعی، محمدرضا [(۲)]

دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده فیزیک و مهندسی هسته ای ، گروه فیزیک

چکیده:

ابتدا هسته اکسیژن ۱۶ را به شکل دو خوشه $^{8}Be + ^{8}Be$ *که* ^{8}Be *ناپایدار است، می‌نویسیم. در این مدل، این هسته را به صورت دو ذره بدون ساختار با یک پتانسیل جایگزیده بین آنها ، در نظر می گیریم.این پتانسیل را در معادله شرودینگر قرار داده و ترازهای انرژی را برای این هسته تعیین می‌کنیم. هدف این است که از روش* NU *(نیکی فارف–یوارف) این مسئله را حل کنیم. در این مقاله، انرژی حالت پایه* ^{16}O *را در مدل خوشه ای از روش* NU *تعیین کرده و آن را با تجربه مقایسه می‌کنیم که توافق خوبی وجود دارد و حدود* $۰/۰۴ MeV$ *با هم اختلاف دارند.*

کلمات کلیدی: *ساختار خوشه ای- روش* NU *– معادله فوق هندسی- انرژی حالت پایه*

مقدمه :

در فیزیک در همه شاخه های آن معمولا ساختن یک مدل مناسب برای حل مسئله که با تجربه همخوانی داشته باشد، خیلی سودمند است. اما در فیزیک هسته ای چون پتانسیل ها خیلی پیچیده‌اند، پس ما دنبال مدلی هستیم تا بتوانیم ترازهای انرژی هسته ای را برای هسته هایی خاص در توافق خوب با تجربه بدست آوریم.در مدل های هسته ای ، مدل خوشه ای حداقل برای هسته های سبک، جوابهای خوبی داشته است بخصوص برای هسته هایی که دارای لایه هایی کاملا پر بوده یا نزدیک آنها باشند(مانند

$^{16}_{8}O$ ، $^{12}_{6}C$ و...)[۱و۲].در این کارهسته اکسیژن ۱۶ به صورت یک سیستم دوخوشه ای درنظر گرفته می‌شود. یعنی یک ساختار دوخوشه‌ای متفاوت از ساختارهای دیگر ایجاد می‌شود. یکی از روش های تجربی برای تایید ساختار خوشه ای ایزوتوپهای هسته ای روش TTIK[1] است[۳] که به طور موفقیت آمیزی استفاده شده است تا انحلال هسته های برانگیخته به تعدادی از ذرات آلفا را توضیح دهد. تعدادی از نتایج این روش در سالهای اخیر گزارش داده شده اند[۴،۵] .در سالهای اخیر فاناکی و همکاران [۶] یک حالت برای^{16}O درانرژی ۱۵/۱MeV پیشگویی کردند که به صورت ایزوتوپ ^{12}C کوپل شده به آلفا بیان شد(یعنی حالت $^{12}C+\alpha$).

روش کار :

در این قسمت، با استفاده از یک پتانسیل جایگزیده با روش NU، می‌خواهیم ترازهای این ایزوتوپ را بدست آوریم. این پتانسیل را با استفاده از پتانسیل هافستد-تلر[۷] در نظر میگیریم که پتانسیل شبه کراتزر است. این پتانسیل به صورت زیر است:

$$V(r)=-A+\frac{B}{r^2}+\frac{C}{r} \qquad (۱)$$

که در اینجا A عمق چاه یا انرژی جداسازی دو ذره، Bقدرت دافعه و C قدرت جمله کولنی است. با توجه به پتانسیل بین دو خوشه یعنی $V(r)=V_C(r)+V_N(r)$ خواهیم داشت: $V_C(r)=\frac{C}{r}$ و $V_N(r)=-A+\frac{B}{r^2}$. حال پتانسیل بالا را در معادله شرودینگر زیر قرار می‌دهیم:

$$R''(r)+\frac{2}{r}R'(r)+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E-V(r)-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}\right]R(r)=0 \qquad (۲)$$

با گذاشتن پتانسیل رابطه (۱) در معادله بالا خواهیم داشت:

[1] The thick target inverse kinematice

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR(r)}{dr}+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-(-A+\frac{B}{r^2}+\frac{C}{r})-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right]R(r)=0 \quad (۳)$$

می‌توان معادله بالا را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR(r)}{dr}+\frac{1}{r^2}\left[\frac{2\mu(E+A)}{\hbar^2}r^2-\frac{2\mu C}{\hbar^2}r-(\frac{2\mu B}{\hbar^2}+l(l+1))\right]R(r)=0 \quad (۴)$$

برای ساده سازی، پارامترهای جدیدα، β و γ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\alpha=-\frac{2\mu(E+A)}{\hbar^2},\beta=-\frac{2\mu C}{\hbar^2},\gamma=\frac{2\mu B}{\hbar^2}+l(l+1) \quad (۵)$$

بنابراین با توجه به این پارامترهاو تغییر متغیر $r\to s$ و هم ارزی $\psi(r)\equiv R(r)$ ، معادله (۴) تبدیل می‌شود بصورت:

$$\frac{d^2\psi(s)}{ds^2}+\frac{2}{s}\frac{d\psi(s)}{ds}+\frac{1}{s^2}[\alpha s^2+\beta s-\gamma]\psi(s)=0 \quad (۶)$$

با مقایسه این معادله با معادله فوق هندسی NU یعنی معادله[۸] :

$$\psi''(s)+\frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\psi'(s)+\frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\psi(s)=0 \quad (۷)$$

خواهیم داشت:

$$\tilde{\tau}=2,\sigma(s)=s,\tilde{\sigma}=-\alpha s^2+\beta s-\gamma \quad (۸)$$

با محاسبه $\pi(s)$ از رابطه زیر

$$\pi(s)=\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)}{2}\right)^2-\tilde{\sigma}(s)+k\sigma(s)} \quad (۹)$$

و از آنجا محاسبه k از طریق $\Delta= b^2 - 4ac = 0$ ، می‌توان با استفاده از رابطه

$$\pi(s) = \frac{1}{2}[\tau(s) - \tilde{\tau}(s)] \qquad (۱۰)$$

به $\tau(s)$ رسید:

$$\tau(s) = 1 + \sqrt{1+4\gamma} - 2\sqrt{\alpha}s \qquad (۱۱)$$

با محاسبه $\tau(s)$ ، می‌توان λ را از $k = \lambda - \pi'(s)$ بدست آورد و عبارت λ_n از عبارت

$$\lambda_n = -n\tau'(s) - \frac{n(n-1)}{2}\sigma''(s) \quad , n = 0,1,2,3\,, ... \qquad (۱۲)$$

حساب می‌شود.بنابراین λ و λ_n بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\lambda = \beta - \sqrt{\alpha(1+4\gamma)} - \sqrt{\alpha} \quad , \lambda_n = 2n\sqrt{\alpha} \qquad (۱۳)$$

از برابری آنها، خواهیم داشت:

$$\alpha = \frac{\beta^2}{\left(1+2n+\sqrt{1+4\gamma}\right)^2} \qquad (۱۴)$$

با قرار دادن عبارت های قبلی و ساده سازی، خواهیم داشت:

$$E = -A - \frac{\frac{\mu c^2}{2\hbar^2}}{\left(n+\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{2\mu B}{\hbar^2}+\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}\right)^2} \qquad (۱۵)$$

از این فرمول می‌توان ترازهای انرژی هسته دو خوشه‌ای را تعیین کرد که در اینجا دو خوشه را دو ^8Be در نظر می‌گیریم. باید

پارامترهای A، μ، Cو B را تعیین کرد. با توجه به ساختارخوشه ای ^{16}O ، Cقدرت دافعه دو خوشه ^{8}Be می‌باشد که با توجه به تعداد پروتون ها می‌توان تعیین کرد. A همان عمق چاه یا شعاع هر هسته می‌تواند در نظر گرفته شود.نتایج این محاسبات برای این پتانسیل در جدول زیر برای حالت پایه ایزوتوپ ^{16}O نشان داده شده است.

نتایج :

حالا باید پارامترهای موجود در ترازهای معادله (۱۵) را برای خوشه های ^{8}Be به صورت تقریبی تعیین کنیم. در این فرمول ۴ پارامتر وجود دارند. ابتدا μ را تعیین میکنیم که جرم کاهش یافته برای دو ذره ^{8}Be است که برابر عبارت زیر است:

$$\mu = \frac{8\times\bar{m}_n}{2} = \frac{8\times940}{2} = 3760\,\frac{MeV}{c^2}, \bar{m}_n = 940\,\frac{MeV}{c^2} \qquad (۱۶)$$

که $\bar{m}_n$ جرم متوسط هر نوکلئون است. در جمله بالا μ جرم کاهش یافته است که از رابطه زیر حساب میشود:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \rightarrow \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \xrightarrow{m_1 \approx m_2} \mu = \frac{m_1}{2}, m_1 = 8m_n \qquad (۱۷)$$

در فرمول (۱۵) ثابت A همان عمق چاه پتانسیل است که با انرژی بستگی هر نوکلئون در اکسیژن ۱۶ تقریبا برابر است و در اینجا برابر ۸MeV است. یعنی هر نوکلئون در چاهی به عمق ۸MeV قرار دارد و تقریبا برای ساختار خوشه ای هم درست است ($A = D_e = 8MeV$). در بالا D_e همان انرژی جداسازی یک ذره از هسته است. ثابت Cدر این پتانسیل به صورت زیر تعریف میشود: $c = 2D_e r_e = 112.8MeV\,fm$.

ثابت Bدر این پتانسیل به صورت مقابل بیان میشود: $B = D_e r_e^2 = 397.62\ MeV\ fm^2$. در روابط بالا r_e ماکزیمم فاصله بین دو ذره است و دو برابر شعاع هسته است که از رابطه $R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$ بدست می‌آید که $R_0 = 1.23\ fm$ و برای پراکندگی

هسته ای $R_0 = 1.4\,fm$. برای محاسبه ترازهای انرژی در رابطه (۱۵) از رابطه $\hbar c = 197 MeV\,fm$ استفاده میکنیم. حالا با قرار دادن ثابت های بالا در رابطه (۱۵) برای حالت پایه، مقدار ۱۵/۱۴MeV حاصل می شود که در جدول زیر نشان داده شده و با تجربه مقایسه شده است.

بحث ونتیجه گیری :

در این کار ما هسته اکسیژن ۱۶ را به صورت دو خوشه ^8Be در نظر گرفته ایم و با یک پتانسیل جایگزیده(شبه کراتزر) با روش NU ، معادله شرودینگر را حل کرده ایم. ترازهای انرژی را محاسبه کرده و از فرمول بدست آمده، ، انرژی را برای حالت پایه این هسته حساب کرده ایم. این انرژی را با مقدار بدست آمده برای حالت پایه هسته ^{16}O بصورت تجربی مقایسه کرده ایم و توافق خیلی خوبی با تجربه حاصل شده است(جدول شماره (۱)) زیراکه اختلاف ۰/۰۴MeV با هم دارند و درصد خطای این محاسبات حدود ۰/۲۵ درصد است. این موضوع نشان می‌دهد که این پتانسیل با این مدل خوشه ای برای هسته ^{16}O تقریبی خیلی خوب است و تا حدودی نتایج درست بدست می‌دهد.

جدول شماره (۱)

ایزوتوپ ^{16}O	مقدار حاضر	نتایج تجربی
مقدار انرژی حالت پایه ^{16}O	۱۵/۱۴MeV	۱۵/۱MeV

مراجع :

[1]-Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. Lett. 81, 5291 (1998).

[2]- Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Phys. 117, 655 (2007) [Erratum-ibid. 121, 895 (2009)].

[3]- K. Artemov *et al.*, Sov. J. Nucl. Phys. **52**, 406 (1990).

[4]- M. Barbui *et al.*, Eur. Phys. J. Web of Conferences **117**, 07013 (2016).

[5]-M. Barbui *et al.*, Eur. Phys. J. Web of Conferences **66**, 03005 (2014).

[6]-Funaki *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101** 082502 (2008)

[7]- L. R. Hafstad and E. Teller, "The alpha-particle model of the nucleus," *Phys. Rev.*, vol. 54, no. 9, p. 681, 1938.

[8]- B. Ita, P. Tchoua,E. Siryabe,G. E. Ntamack, Int. J. T. M.phys, 4(5),173-177(2014).