

محاسبه نیمه عمر واپاشی آلفایی با استفاده از نسخه‌های مختلف پتانسیل پیرامونی با بکارگیری روش ماتریس انتقال

کوهساریان، منیژه؛ ایزدپناه، عبدالمجید*؛ زنگانه، وحید

گروه فیزیک، دانشگاه گلستان، گرگان

چکیده

به منظور مطالعه اثرات ماده هسته‌ای بر روی نیمه عمر واپاشی آلفایی نسخه‌های مختلف پتانسیل پیرامونی برای محاسبه پتانسیل برهمکنشی بین هسته دختر و هسته آلفا در نظر گرفته شده است. همچنین با توجه به اهمیت و نقش احتمال نفوذ از سد در محاسبات نیمه عمر واپاشی، در این محاسبات از روش ماتریس انتقال استفاده شده است. عامل تاخیر برای نسخه‌های مختلف برای هسته‌های مادر در بازه عدد جرمی $292 < A < 148$ محاسبه و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد پتانسیل پیرامونی نسخه ۲۰۱۰ با روش ماتریس انتقال برای محاسبه نیمه عمر واپاشی آلفایی در توافق بهتری با داده‌های تجربی است. همچنین برای بهتر نشان دادن این موضوع آزمون χ^2 را برای این نسخه‌ها محاسبه و با یکدیگر مقایسه کرده‌ایم. سرانجام خطای مطلق را برای نسخه ۲۰۱۰ نشان داده‌ایم.

کلمات کلیدی: واپاشی آلفایی، نیمه عمر، پتانسیل پیرامونی، ماتریس انتقال.

مقدمه

مطالعه واپاشی آلفا بررسی بسیاری از مفاهیم ساختار هسته‌ای مانند اسپین و پاریتته، اثرات پوسته‌ای، تغییر شکل، اعداد جادویی و ناحیه پایداری را ممکن می‌سازد. [۱ و ۲] در مطالعات نظری واپاشی آلفا، محاسبه پتانسیل کل نقش بسیار مهمی دارد. برای توصیف واپاشی آلفا از مدل‌های نظری مختلفی از جمله مدل قطره مایع [۳]، مدل خوشه‌ای [۴]، روش UMADAC [۵]، مدل تابع چگالی اسکریم [۶]، روش کانال جفت شده [۷] و همچنین مدل پتانسیل پیرامونی [۸] استفاده می‌شود. در این مقاله نیمه عمر واپاشی آلفا را برای نسخه‌های مختلف پتانسیل پیرامونی (Prox ۲۰۱۰، Boss ۸۰، Prox ۲۰۰۰، Boss ۷۴، Prox ۲۰۰۰Dp، Prox ۸۸) محاسبه کرده‌ایم.

محاسبه کرده‌ایم. تفاوت این نسخه‌ها در نوع ماده هسته‌ای می‌باشد، بنابراین امکان مطالعه اثرات ماده هسته‌ای در واپاشی هسته مادر وجود دارد. لازم به ذکر است یکی از مواردی که در سال‌های اخیر پژوهشگران به آن توجه بسیار کرده‌اند، ترکم‌ناپذیری ماده هسته‌ای است که مقدار دقیق آن معلوم نمی‌باشد و به همین دلیل نسخه‌های مختلفی از پتانسیل‌های Skyrme و پتانسیل پیرامونی پیشنهاد شده است. بر اساس مطالعه واپاشی آلفایی و مقایسه با داده‌های تجربی می‌توان ماده هسته‌ای مناسب را برای هسته‌های مورد بررسی انتخاب کرد. در فرمالیزم این مدل اصلاحات کشش سطحی لحاظ شده است. این مدل بیشتر به مطالعه هسته‌های کروی می‌پردازد ولی در سال‌های اخیر برای هسته‌های تغییر شکل یافته نیز تعمیم داده شده است [۹]. همچنین برای محاسبه احتمال نفوذ ذره آلفا در سد کولنی و نیمه‌عمر واپاشی آلفا روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است که می‌توان به روش WKB [۱۰] و Rouard [۱۱] و هیل-ویلر [۱۲] اشاره کرد. در این مقاله از روش ماتریس انتقال استفاده کرده‌ایم. در این روش قابلیت اعمال اثرات جرم مؤثر را وجود دارد. همچنین این روش برای هر شکل دلخواه سد پتانسیل قابل استفاده است.

روش کار

پتانسیل کل برهمکنش برابر با مجموع پتانسیل هسته‌ای، کولنی و گریز از مرکز است:

$$V(R) = V_N(R) + V_C(R) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R^2} \quad (1)$$

که در آن μ جرم کاهش یافته بین ذره آلفا و هسته دختر می‌باشد. برای محاسبه پتانسیل هسته‌ای از مدل‌های مختلفی استفاده می‌شود. یکی از این مدل‌ها که دربرگیرنده اثرات تراکم‌ناپذیری ماده هسته‌ای است و مانع از همپوشانی هسته‌های برهمکنش‌گر می‌شود، مدل پتانسیل پیرامونی است. در این مدل، پتانسیل هسته‌ای به صورت زیر پیشنهاد می‌شود [۸]:

$$V_N(\xi) = 4\pi\bar{c}\gamma b\varphi(\xi) \quad (2)$$

که در این رابطه، $\bar{c}\gamma b$ به شکل و هندسه و $\varphi(\xi)$ تابع جهانی به کمترین فاصله جدایی بستگی دارند.

\bar{c} شعاع کاهیده سیستم است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{c} = \frac{c_\alpha c_D}{c_\alpha + c_D} \quad c_i = R_i \times \left\{ 1 - \left(\frac{b}{R_i} \right)^2 \right\} \quad i = \alpha \text{ و } D \quad (3)$$

که در آن c_D و c_α به ترتیب شعاع هسته آلفا و هسته دختر می‌باشد. R_α ، R_D و پارامتر b نیز به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$R_i = 1.28 A_i^{\frac{1}{3}} - 0.76 + 0.8 A_i^{\frac{-1}{3}} \quad (4)$$

$$b = \frac{\pi}{\sqrt{3}} a \quad \text{و} \quad a = 0.555 \quad (5)$$

a مقدار پخشیدگی سطحی نوکلئون‌ها در هسته است. ثابت انرژی سطحی، γ ، عبارت است از [۱۳]:

$$\gamma = 0.9517 \left[1 - 1.7826 \left(\frac{N-Z}{A} \right) \right] \text{ MeVfm}^{-2} \quad (6)$$

در رابطه بالا N ، Z و A به ترتیب عدد نوترونی، عدد اتمی و عدد جرمی هسته مادر می‌باشند.

$\varphi(\xi)$ یک تابع جهانی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi(\xi) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(\xi - 2.54)^2 - 0.0852(\xi - 2.54)^2 & \xi \leq 1.2511 \\ -3.437 \exp\left(\frac{-\xi}{0.75}\right) & \xi \geq 1.2511 \end{cases} \quad (7)$$

که در آن $\xi = \frac{R-C_a-C_D}{b}$ است.

با محاسبه پتانسیل کل از رابطه (۱) و محاسبه احتمال گذار از سد پتانسیل پیرامونی، P ، می‌توان نیمه عمر واپاشی آلفا را از رابطه $T_{1/2} = \frac{h \ln 2}{2E_\alpha P}$ محاسبه کرد [۱۴]. انرژی ارتعاشی نقطه صفر است و مقدار آن برای هسته‌های زوج-زوج برابر Q ۰٫۱۰۴۵ می‌باشد [۱۵].

در این مقاله برای محاسبه احتمال گذار P ، از روش ماتریس انتقال استفاده شده است. در این روش سد پتانسیل به n قسمت مربع شکل تقسیم می‌شود. تابع پتانسیل اختیاری $U(x)$ و جرم موثر $m^*(x)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۶]:

$$U(x) = U_j = U \left[\frac{(x_j - x_{j-1})}{2} \right] \quad (8)$$

$$m^*(x) = m_j^* = m^* \left[\frac{(x_j - x_{j-1})}{2} \right] \quad (9)$$

تابع موج ψ عبارت است از:

$$\psi_j = A_j e^{ik_j x} + B_j e^{-ik_j x} \quad (10)$$

که در آن $k_j = \sqrt{\frac{2m_j^*(E-U_j)}{\hbar^2}}$ می‌باشد. پیوستگی تابع موج و مشتق آن در مرز منجر به عبارت زیر می‌شود:

$$\begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} = \prod_{l=0}^{j-1} M_l \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad (11)$$

در این رابطه m_l و m_s به صورت زیر تعریف می شوند:

$$s_l = \frac{m_{l+1}^* k_l}{m_l^* k_{l+1}} \quad \text{و} \quad M_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + s_l) e^{-i(k_{l+1} - k_l)x_l} & (1 - s_l) e^{-i(k_{l+1} + k_l)x_l} \\ (1 - s_l) e^{i(k_{l+1} + k_l)x_l} & (1 + s_l) e^{-i(k_{l+1} - k_l)x_l} \end{bmatrix} \quad (12)$$

اعمال شرایط اولیه $A_0 = 1$ و $B_{n+1} = 0$ و $\frac{m_{n+1}^*}{m_0^*} = 1$ نتایج زیر را می دهد:

$$A_{n+1} = \frac{m_{n+1}^*}{m_0^*} \frac{k_0}{k_{n+1}} \frac{1}{M_{22}}$$

$$P(E) = \frac{m_0^*}{m_{n+1}^*} \frac{k_{n+1}}{k_0} \left| A_{n+1} \right|^2 \quad (13)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \prod_{l=0}^n M_l$$

نتایج

در ابتدا با استفاده از رابطه (۱) پتانسیل برهم کنش بین ذره آلفا و هسته دختر را برای نسخه های (Prox ۲۰۱۰, Boss ۸۰, Prox ۲۰۰۰, Boss ۷۴, Prox ۲۰۰۰ Dp, Prox ۸۸) محاسبه کرده ایم. به منظور ساده کردن محاسبات در این مقاله هسته های زوج-زوج را بررسی می کنیم، بنابراین پتانسیل ناشی از سد گریز از مرکز در محاسبات ما تاثیر ندارد. سپس با محاسبه احتمال نفوذ از رابطه (۱۳)، نیمه عمر واپاشی را برای هسته های مادر زوج - زوج در بازه $148 < A < 292$ که نیمه عمر تجربی آنها گزارش شده بود، بدست آورده ایم. برای

بررسی دقت نتایج نسبت به داده های تجربی عامل تأخیر HF را که از رابطه $HF = \frac{\log \Gamma_{\frac{1}{2}}^{Exp}}{\log \Gamma_{\frac{1}{2}}^{Theory}}$ بدست می آید، را محاسبه کرده ایم و

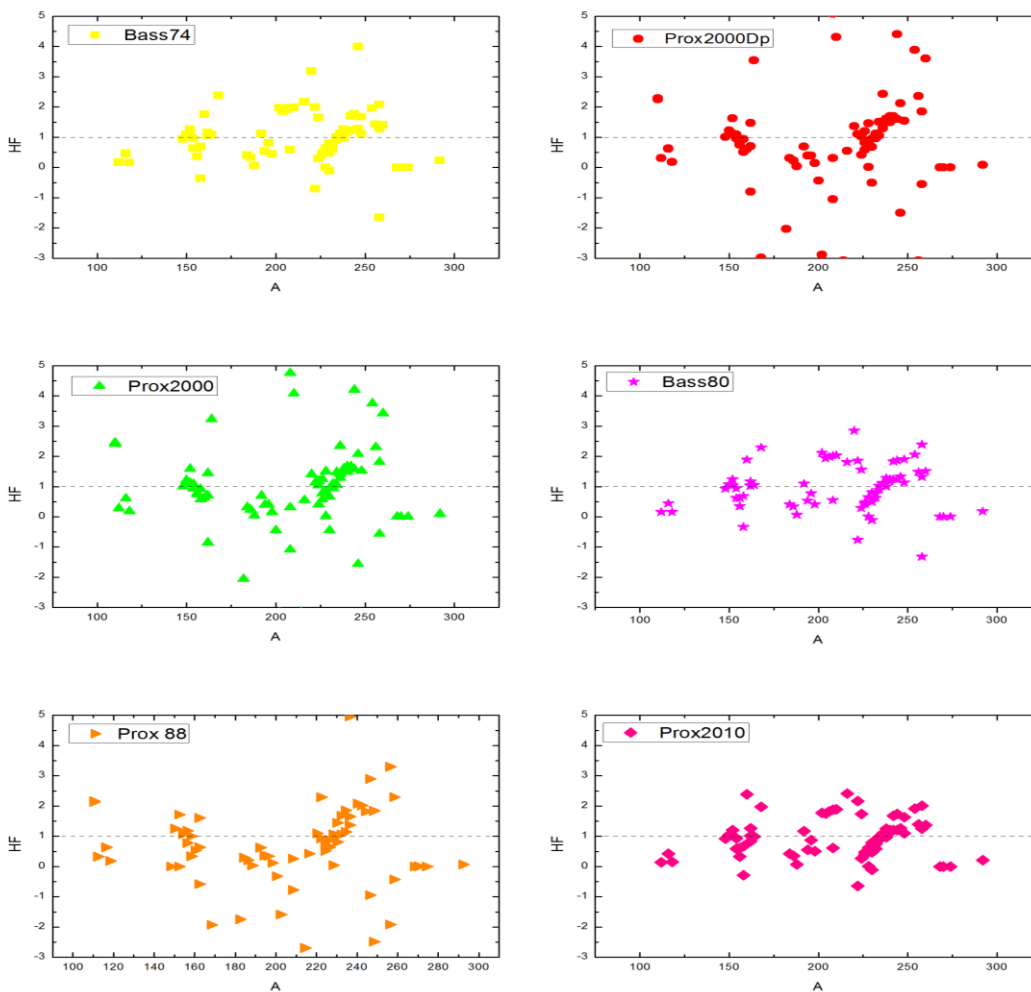
آنها را در شکل (۱) برای نسخه های مختلف پتانسیل پیرامونی مقایسه کرده ایم. با توجه به رابطه HF هرچه داده ها به یک نزدیکتر باشند، نتایج نظری با داده های تجربی سازگاری بیشتری خواهد داشت. همان طور که در این شکل مشاهده می شود نتیجه حاصل از پتانسیل Prox ۲۰۱۰ توافق بیشتری با داده های تجربی دارد.

برای بررسی کارایی نسخه‌های مختلف، از آزمون χ^2 با تعریف زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\chi^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N (\log T_{Exp} - \log T_{Theory})^2 \quad (14)$$

که در آن N تعداد داده‌های تجربی، T_{Exp} نیمه عمر تجربی و T_{Theory} نتایج حاصل از پتانسیل پیرامونی برای نسخه‌های مختلف می‌باشد. نتایج حاصل برای آزمون χ^2 در جدول (۱) آورده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که مقدار χ^2 نسخه Prox ۲۰۱۰ نسبت به سایر نسخه‌ها کمتر است بنابراین در توافق بهتری با داده‌های تجربی است.

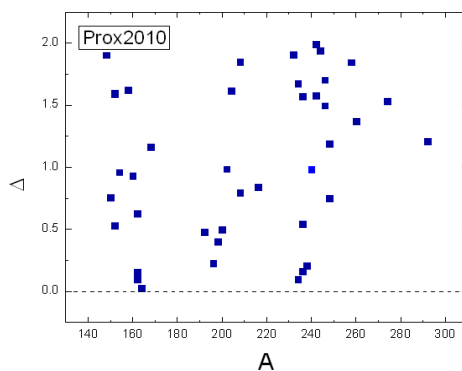
همچنین در این مقاله خطای مطلق Δ را که از رابطه $\Delta = |\log T_{Exp} - \log T_{Theory}|$ بدست می‌آید برای نسخه Prox ۲۰۱۰ که نسبت به نسخه‌های دیگر پتانسیل پیرامونی توافق بهتری با داده‌های تجربی داشت، محاسبه نموده‌ایم. طبق رابطه Δ هرچه داده‌ها به صفر نزدیکتر باشند، نتایج نظری با داده‌های تجربی سازگاری بیشتری خواهند داشت. در شکل (۲) خطای مطلق را برای این نسخه نشان داده‌ایم. نتایج حاصل نشان می‌دهد خطای مطلق نیمه عمر واپاشی آلفایی برای هسته‌های مادر در بازه $148 < A < 292$ کمتر از ۲۰٪ می‌باشد.



شکل ۱: عامل HF بر حسب عدد جرمی A هسته مادر برای نسخه‌های مختلف پتانسیل پیرامونی.

جدول ۱: مقدار χ^2 هسته‌های زوج - زوج نسخه‌های مختلف پتانسیل پیرامونی.

مدل	χ^2
۱ Prox ²⁰¹⁰	۰٫۰۳۳
۲ Bass ⁸⁰	۰٫۰۳۹
۳ Prox ²⁰⁰⁰	۰٫۱۶۱
۴ Bass ⁷⁴	۰٫۰۳۵
۵ Prox ²⁰⁰⁰ Dp	۰٫۱۶۹
۶ Prox ⁸⁸	۰٫۱۳۲



شکل ۲: خطای مطلق برحسب A هسته‌های زوج - زوج برای نسخه Prox²⁰¹⁰.

نتیجه گیری

در این مقاله نیمه عمر واپاشی آلفا را برای هسته‌های مادرزوج - زوج در بازه $148 < A < 292$ با استفاده از روش ماتریس انتقال برای نسخه‌های مختلف پتانسیل پیرامونی (Proximity)، که ماده هسته‌ای آن‌ها متفاوت است، محاسبه کرده‌ایم. با محاسبه عامل تاخیر HF برای این نسخه‌ها به این نتیجه رسیده‌ایم که نسخه Prox²⁰¹⁰ در توافقی بهتری با داده‌های تجربی قرار دارد. برای بهتر نشان دادن این نتایج آزمون χ^2 را در جدول (۱) برای این نسخه‌ها نشان داده‌ایم. نتایج حاصل مقدار 0.033 را برای نسخه Prox²⁰¹⁰ نشان می‌دهد که نسبت به بقیه نسخه‌ها کمتر می‌باشد. همچنین خطای مطلق را برای این نسخه در شکل (۲) نشان داده‌ایم. نتایج این محاسبات خطای کمتر از 0.2 را نشان

می‌دهد. با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که در بازه بررسی شده برای هسته‌های مادر، نسخه $ProX_{2010}$ ضرایب ثابت مناسب‌تری نسبت به بقیه نسخه‌ها دارد. به عبارت دیگر، این نسخه ارتفاع و ضخامت سد بهتری را برای هسته‌های مورد بررسی ارائه می‌دهد که منجر به نتایج بهتری برای محاسبه احتمال تونل‌زنی ذره آلفا و نیمه‌عمر واپاشی آلفایی می‌شود.

مراجع

- [1] J.B.stocker et al., Phys. Rev.C ۷۹, ۱۰۵۸۰۳ (۲۰۰۹).
- [2] J.Dong et al., Phys. Rev. C ۸۱, ۰۶۴۳۰۷ (۲۰۱۰).
- [3] H. Zhang, W. Zuo, L. Junqing, G. Royer, Phys. Rev. C ۷۴, ۰۱۷۳۰۴ (۲۰۰۶).
- [4] F.R. Xu, J.C. Pei, Phys. Lett. B ۶۴۲, ۳۲۲ (۲۰۰۶).
- [5] C. Samanta, P.R. Chowdhury, D.N. Basu, Nucl. Phys. A ۷۸۹, ۱۴۲ (۲۰۰۷).
- [6] V. Yu. Denisov, A.A. Khudenko, Phys. Rev. C ۸۱, ۰۳۴۶۱۳ (۲۰۱۰).
- [7] Z.Hong-Fei and et al., Commun.Theor.Phys. ۴۸, ۵۴۵ (۲۰۰۷).
- [8] J. Blocki, J. Randrup, W.J. Świątecki, C.F. Tsang, Annals of Physics, ۱۰۵, ۴۲۷ (۱۹۷۷).
- [9] M.Manhas and Raj K.Gupta, phys.Rev.C, ۷۲, ۰۲۴۶۰۶ (۲۰۰۵).
- [10] A.B.Balantekin and Takigawa, Rev.Mod.Phys. ۷۰, ۷۷ (۱۹۹۸).
- [11] R. Tagerpera and M. Nurmia, Ann. Acad. Sci. Fenn. Serie A ۷۸, (۱۹۶۱).
- [12] B. Alex Brown, Phys. Rev. C ۴۶, ۸۱۱ (۱۹۹۲).
- [13] R. K. Gupta, D. Singh, R.Kumar, W. Greiner, J. Phys.G: Nucl.Part.Phys. ۳۶(۲۰۰۹)۰۷۵۱۰۴
- [14] S. A. Gurvitz, G. Kalbermann, Phys. Rev. Lett. ۵۹, ۲۶۲ (۱۹۸۷).
- [15] D. N. Basu, J. Phys. G: Nucl.Part.Phys. ۲۹, ۲۰۷۹ (۲۰۰۳).
- [16] Y.Ando and T.Ltoh, J.Appl.Phys. ۶۱(۴) ۹۱۵ (۱۹۸۷).