

مطالعه آماری پتانسیل نوترینو برای واپاشی دو بتایی بدون نوترینو

اسکندری، سمیه

دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده:

پتانسیل نوترینو برای واپاشی دو بتایی بدون نوترینو با تمرکز بر خصوصیات آماری آن مورد مطالعه قرار گرفت. آمار یک چشم انداز بزرگ از درک دامنه مولفه های عناصر ماتریس هسته ای فراهم می کند. دو نوع مولفه در NME وجود دارد؛ اولی مسئول دامنه و دیگری برای حذف کردن است. مولفه مسئول دامنه، بخش پتانسیل نوترینو در این مقاله بررسی شده است.

کلمات کلیدی: واپاشی دو بتایی بدون نوترینو، پتانسیل نوترینو، عناصر ماتریس هسته ای

مقدمه :

مشاهده واپاشی دو بتایی بدون نوترینو ($0\nu\beta\beta$) با فیزیک مهمی از جمله وجود ذرات مایورانا و نقض عدد لپتونی مرتبط است. همچنین واپاشی $0\nu\beta\beta$ یک مثال برای نشان دادن فیزیک فراتر از مدل استاندارد ذرات بنیادی است. رابطه ای بین نیمه عمر واپاشی $0\nu\beta\beta$ و جرم نوترینو موثر (m_ν)

$$[T_{0\nu}^{1/2}]^{-1} = G|M^{0\nu}|^2 \left(\frac{m_\nu}{m_e}\right)^2 \quad (1)$$

که در آن G عامل فضای فاز، m_e جرم الکترون و $M^{0\nu}$ عنصر ماتریسی هسته ای (NME) است. به منظور تعیین جرم نوترینو، محاسبه بسیار دقیق $M^{0\nu}$ لازم است. پتانسیل نوترینو در محاسبه NME ها ظاهر می شود. NME در واپاشی $0\nu\beta\beta$ تحت تقریب بستگی (تقریب همه انرژی های متوسط مجازی مختلف با انرژی متوسط منفرد) بررسی شده است.

روش کار :

برای واپاشی $0\nu\beta\beta$ ، NME به شکل زیر نوشته می شود:

$$M^{0\nu} = M_F^{0\nu} - \frac{g_V^2}{g_A} M_{GT}^{0\nu} + M_T^{0\nu} \quad (2)$$

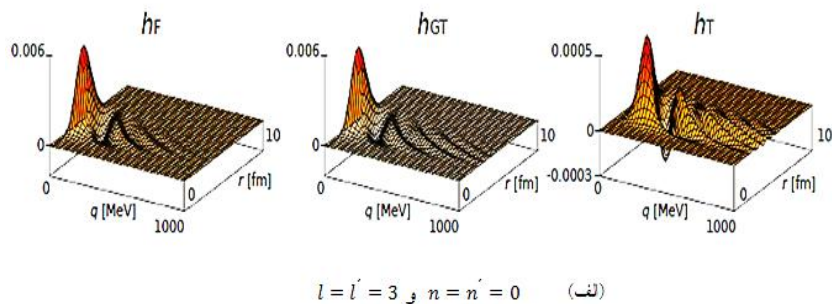
که در آن g_A و g_V ثابت جفت شدگی برداری و محوری و α در $M_\alpha^{0\nu}$ شاخصی برای واپاشی دو بتایی از سه نوع: $\alpha = F, GT, T$ (بخش فرمی، گاموف-تلرو تانسور) است. با توجه به [۱]، هر بخش توسط مجموع چگالی انتقال دو جسم (TBTD) و عناصر ماتریس دو جسم پاد متقارن نشان داده است.

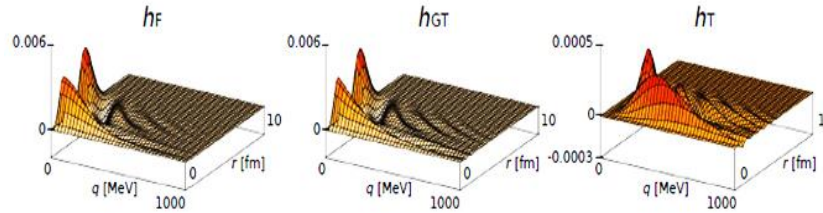
$$M_\alpha^{0\nu} = \langle 0_f^+ | O_\alpha^{0\nu} | 0_i^+ \rangle = \sum \text{TBTD}(n'_1 l'_1 j'_1 t'_1, n'_2 l'_2 j'_2 t'_2, n_1 l_1 j_1 t_1, n_2 l_2 j_2 t_2; J) \langle n'_1 l'_1 j'_1 t'_1, n'_2 l'_2 j'_2 t'_2; J | O_\alpha^{0\nu} | n_1 l_1 j_1 t_1, n_2 l_2 j_2 t_2; J \rangle_{AS} \quad (3)$$

که در آن عملگرهای انتقال واپاشی $0\nu\beta\beta$ و $0_f^+, 0_i^+$ حالت اولیه و نهایی هستند. جمع روی شاخص $(n_i l_i j_i t_i; n'_j l'_j j'_j t'_j)$ یا $(i, j = 1, 2)$ گرفته شده که در آن n, l, j و t به ترتیب اعداد کوانتومی تکانه زاویه ای و ایزواسپین اند و j_2 و j_1 به J (به J') و به طور مشابه l_2 و l_1 به $(l'_2$ و $l'_1)$ به λ جفت شده اند. اگر نوترون به پروتون واپاشیده شود، $t_1 = t_2 = 1/2, t'_1 = t'_2 = -1/2$ است. عنصر ماتریسی دو جسمی قبل از پاد متقارن سازی به صورت زیر است:

$$\langle n'_1 l'_1 j'_1 t'_1, n'_2 l'_2 j'_2 t'_2; J | O_\alpha^{0\nu} | n_1 l_1 j_1 t_1, n_2 l_2 j_2 t_2; J \rangle = 2 \sum_{S, S', \lambda, \lambda'} \sqrt{j'_1 j'_2 S' \lambda'} \sqrt{j_1 j_2 S \lambda} \langle l'_1 l'_2 \lambda' S'; J | S_\alpha | l_1 l_2 \lambda S; J \rangle \langle n'_1 l'_1 n'_2 l'_2; J | H_\alpha(r) | n_1 l_1 n_2 l_2 \rangle \begin{Bmatrix} l'_1 & 1/2 & j'_1 \\ l'_2 & 1/2 & j'_2 \\ \lambda' & S' & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_1 & 1/2 & j_1 \\ l_2 & 1/2 & j_2 \\ \lambda & S & J \end{Bmatrix} \quad (4)$$

که در آن $H_\alpha(r)$ پتانسیل نوترینو، S_α عملگرهای اسپین، S و S' اسپین دو جسمی و $\{0\}$ شامل نه عدد نشان دهنده نماد $9j$ است.





$$l = l' = 0 \text{ و } n = n' = 1 \quad (\text{ب})$$

شکل شماره (۱): انتگرال معادله (۸) برای $l = l' = 3$ و $n = n' = 0$ در قسمت (الف) و برای $l = l' = 0$ و $n = n' = 1$ در قسمت (ب) به تصویر کشیده شده است [۴].

با استفاده از تانسور Talmi-Moshinsky داریم:

$$\langle nl, NL | n_1 l_1, n_2 l_2 \rangle_\lambda \langle n' l', N' L' | n'_1 l'_1, n'_2 l'_2 \rangle_\lambda \quad (5)$$

اساس نوسانگر هارمونیک به سیستم مرکز جرم تبدیل شده است، پس:

$$\begin{aligned} & \langle l'_1 l'_2 \lambda' S'; J | S_\alpha | l_1 l_2 \lambda S; J \rangle \langle n'_1 l'_1 n'_2 l'_2; J | H_\alpha(r) | n_1 l_1 n_2 l_2 \rangle \\ &= \sum_{mos} \langle nl, NL | n_1 l_1, n_2 l_2 \rangle_\lambda \langle n' l', N' L' | n'_1 l'_1, n'_2 l'_2 \rangle_\lambda \\ & \quad \langle l' N \lambda' S'; J | S_\alpha | l N \lambda S; J \rangle \langle n' l'; J | H_\alpha(\sqrt{2}\rho) | n l \rangle \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن $\rho = r/\sqrt{2}$ سیستم مختصات مرکز جرم تبدیل شده است. اکنون بر اثر پتانسیل نوترینو ناشی از معادله زیر تمرکز می کنیم:

$$\langle n' l'; J | H_\alpha(\sqrt{2}\rho) | n l \rangle \quad (7)$$

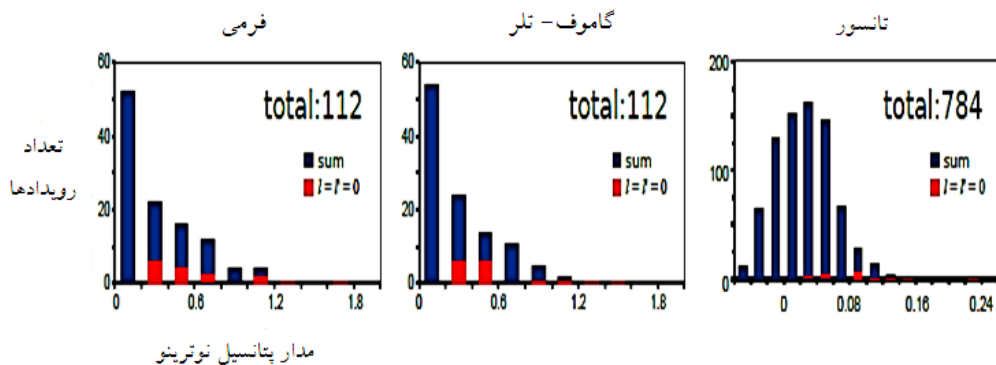
این قسمت مسئول دامنه هر انتقال از یک حالت با n و l به یک حالت دیگر با n', l' است. تحت تقریب بستگی پتانسیل نوترینو برای نوترینو بدون جرم به صورت زیر است:

$$H_\alpha(\sqrt{2}\rho) = \frac{2R}{\pi} \int_0^\infty f_\alpha(\sqrt{2}\rho q) \frac{h_\alpha}{q + \langle E \rangle} q dq \quad (8)$$

که در آن q اندازه حرکت نوترینو مجازی، R شعاع واپاشی هسته و f_α یک تابع بسط کروی ($\alpha = 0, 2$) است. $\langle E \rangle$ پارامتر بستگی نامیده می شود. در معادله (۸) پتانسیل نوترینو شامل فرم فاکتورهای دو قطبی برای محاسبه اندازه نوکلئون است. نمایشی از پتانسیل های نوترینو به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 h_F(q^2) &= \frac{g_V^2}{(1 + q^2/\Lambda_V^2)^4} \\
 h_{GT}(q^2) &= \frac{2}{3} \frac{q^2}{4m_p^2} (\mu_p - \mu_n)^2 \frac{g_V^2}{(1 + q^2/\Lambda_V^2)^4} \\
 &+ \left(1 - \frac{2}{3} \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} + \frac{1}{3} \left(\frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} \right)^2 \right) \frac{g_V^2}{(1 + q^2/\Lambda_V^2)^4} \\
 h_T(q^2) &= \frac{1}{3} \frac{q^2}{4m_p^2} (\mu_p - \mu_n)^2 \frac{g_V^2}{(1 + q^2/\Lambda_V^2)^4} \\
 &+ \left(\frac{2}{3} \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} - \frac{1}{3} \left(\frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} \right)^2 \right) \frac{g_V^2}{(1 + q^2/\Lambda_V^2)^4} \tag{۹}
 \end{aligned}$$

که در آن μ_p و μ_n گشتاور مغناطیسی مناسب $\mu_n - \mu_p = 4.7$ و m_p و m_π جرم پروتون و پيون و $\Lambda_V = 850\text{MeV}$, $\Lambda_A = 1086\text{MeV}$ پارامترهای محدود اندازه اند.



شکل شماره (۲): توزیع فراوانی $\langle n'l | H_\alpha(\sqrt{2}\rho) | nl \rangle$ محدود به موارد غیر صفر نشان داده شده است.

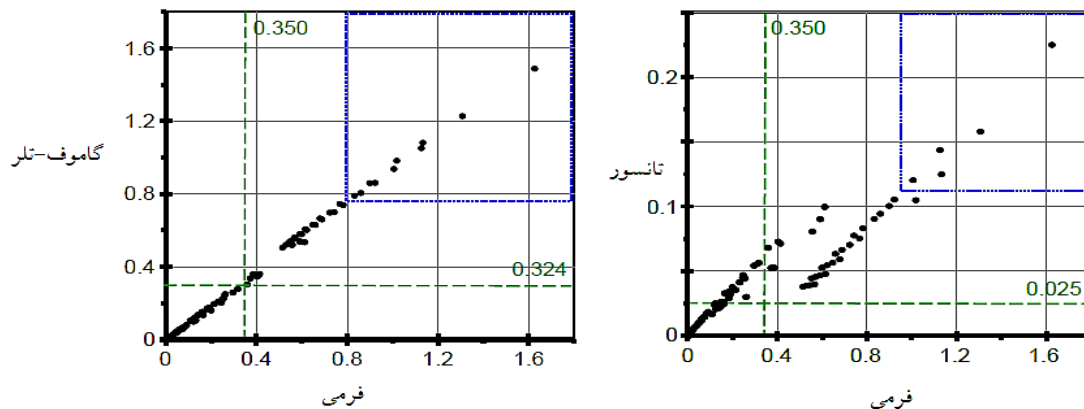
جدل شماره (۱): سهم های بزرگ از امین تا ۱۰ مین آنها ذکر شده است. نتایج دو حالت متقارن در یک مقدار معادل در همان موقعیت برای بخش تانسور با $l \neq l'$ نشان داده شده است.

تانسور		گاموف- تله		فرمی		ردیف
مقدار	$(n l n' l')$	مقدار	$(n l n' l')$	مقدار	$(n l n' l')$	
۰.۲۲۴۹	(۰۰۰۰)	۱.۴۸۸	(۰۰۰۰)	۱.۶۲۶	(۰۰۰۰)	۱
۰.۱۶۳۷	(۰۰۰۱)	۱.۲۲۷	(۱۰۱۰)	۱.۳۰۷	(۱۰۱۰)	۲
	(۰۱۰۰)					
۰.۱۵۷۹	(۱۰۱۰)	۱.۰۸۱	(۲۰۲۰)	۱.۱۳۳	(۲۰۲۰)	۳
۰.۱۴۳۵	(۰۱۰۱)	۱.۰۵۱	(۰۱۰۱)	۱.۱۲۶	(۰۱۰۱)	۴
۰.۱۲۴۸	(۲۰۲۰)	۰.۹۸۲	(۳۰۳۰)	۱.۰۱۸	(۳۰۳۰)	۵
۰.۱۲۰۴	(۰۰۱۱)	۰.۹۳۷	(۱۱۱۱)	۱.۰۰۶	(۱۱۱۱)	۶
	(۱۱۰۰)					
۰.۱۲۰۳	(۱۱۱۱)	۰.۸۶۱	(۲۱۲۱)	۰.۹۲۲	(۲۱۲۱)	۷
۰.۱۱۳۰	(۰۱۰۲)	۰.۸۵۹	(۱۱۱۱)	۰.۸۹۹	(۱۱۱۱)	۸
	(۰۲۰۱)					
۰.۱۱۱۵	(۱۰۱۱)	۰.۸۰۵	(۳۱۳۱)	۰.۸۵۹	(۳۱۳۱)	۹
	(۱۱۱۰)					
۰.۱۱۱۲	(۰۰۰۲)	۰.۷۹۰	(۱۲۱۲)	۰.۸۳۶	(۱۲۱۲)	۱۰
	(۰۲۰۰)					

شکل شماره (۱)، انتگرال معادله (۸) را نشان می دهد. در هر مورد اگر q و ρ نسبتا بزرگ باشند، شکل موج $q\rho = \text{ثابت}$ ، وجود داد. مقادیر بالاتر از محدوده انتگرال باید حداقل مساوی یا بزرگتر از $q = 1000$ باشند. در [۳]، $q = 2000 \text{ MeV}$ و $r = 10 \text{ fm}$ به عنوان حداکثر مقدار برای انتگرال گیری عددی معادله (۸) در نظر گرفته شده است. از آنجا که حالات کوانتومی حقیقی با برهم نهی حالات پایه مانند $|nl\rangle$ در قاعده مدل پوسته نشان داده شده است، سهم بخش پتانسیل نوترینو می تواند به عنوان برهم نهی در نظر گرفته شده:

$$\sum_{n,n',l,l'} k_{n,n',l,l'} \langle n' l'; J | H_{\alpha}(\sqrt{2}\rho) | n l \rangle \quad (10)$$

با استفاده از مجموعه مناسب از ضرایب $\{k_{n,n',l,l'}\}$ که توسط ساختار هسته ای مادر و دختر تعیین می شود. توزیع فراوانی بخش پتانسیل نوترینو (۷) در شکل شماره (۲) نشان داده شده است. مقادیر همیشه برای بخش فرمی و گاموف- تلو مثبت اند، در حالی که بخش تانسور شامل مقادیر منفی است. مجموع سهم های مثبت و منفی بخش تانسور نشان می دهد که جمع کل ۱۹.۸۸ از تفریق ۲۳.۱۲۸ و ۳.۲۴۸ به دست آمده است. در واقع، میانگین مولفه های غیر صفر ۰.۳۵۰ برای بخش فرمی، ۰.۳۲۴ گاموف- تلو و ۰.۰۲۵ است. سهم با $l = l' = 0$ (جمع) ۲۷.۱٪ از کل سهم (جمع) برای بخشهای فرمی و گاموف- تلو و ۷.۲٪ برای بخش تانسور را پوشش می دهد.



شکل شماره (۳): ارتباط بین مقادیر معادله (۸) با فرض $l = l'$. [چپ] ارتباط بین مقادیر معادله (۸) برای بخشهای فرمی و گاموف- تلو، که در آن، وضعیت $l = l'$ هیچ محدودیتی برای بخشهای فرمی و گاموف- تلو ایجاد نمی کند. [راست] ارتباط بین مقادیر معادله (۸) برای بخش های فرمی و تانسور، که در آن مقادیر برای بخش تانسور همیشه مثبت است اگر $l = l'$ فرض شود. برای هر دو بخش، ۱۰ سهم بالای ذکر شده در جدول ۱ شامل مستطیل نقطه چین آبی هستند و میانگین همه سهم های غیر صفر با خطوط تیره سبز رنگ نمایش داده می شوند.

نتایج :

سهم بزرگ برای بخشهای فرمی، گاموف- تلو و تانسور در جدول (۱) خلاصه شده اند. سهم با برچسب $(n l n' l') = (0 0 0 0)$ (یعنی انتقال بین مدار 0s) سهم بزرگتر را در هر بخش فراهم می کند. به طور کلی، مدار- s ($l = 0$ یا $l' = 0$) نقش مهمی ایفا می کند. مرتبه نوع $(n l n' l')$ برای بخشهای فرمی و گاموف- تلو دقیقاً یکسان است. ده سهم بزرگتر (جمع) ۴۵.۰٪ از سهم کل (جمع) برای بخش فرمی، ۴۶.۱٪ گاموف- تلو و ۱۰.۱٪ تانسور را پوشش می دهد. مقدار حداقلی برای بخش تانسور ۰.۰۴۵۰- است که

توسط $(n \ln n' l') = (0410)$ و (1004) به دست می آید. رابطه بین مقادیر معادله (۸) برای بخش های مختلف در شکل شماره (۳) مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه بین بخشهای فرمی و گاموف-تله نشان می دهد که آنها تقریباً مقدارهای مشابهی را فراهم می کنند. شباهت کمی بین بخش های فرمی و گاموف-تله ناچیز نیست، بنابراین می توانیم نمایش تفاوت ریاضی اساسی در فرم فاکتور آنها (ر.ک. معادله (۹)) را پیدا کنیم. بخش تانسور به طور مثبت با بخش فرمی در ارتباط است (بنابراین بخش گاموف-تله). مولفه های $l = l' = 1$ سهم بخش تانسور (جمع) 26.0% از کل سهم بخش تانسور (جمع) را پوشش می دهند.

بحث و نتیجه گیری :

دو نوع مولفه در NME وجود دارد؛ اولی مسئول دامنه و دیگری برای حذف کردن است. مولفه مسئول دامنه، بخش پتانسیل نوترینو (معادله (۷)) در این مقاله بررسی شده است. نتایج ارائه شده نه تنها برای وضعیت خاص فروپاشی دو بتایی، بلکه برای همه وضعیت های ممکن در درون $n, n' = 0, 1, \dots, 3$ و $l, l' = 0, 1, \dots, 6$ معتبر هستند. توجه داشته باشید که، از نظر اندازه، مقادیر کوچکتر از 40% برای بخش گاموف-تله در محاسبه NME به کار رفته اند، بنابراین $(g_V/g_A)^2 = (1/1.27)^2 \sim 0.62$ (معادله (۲)). در میان چندین نتیجه، ارتباط مثبت بین مقادیر بخشهای فرمی، گاموف-تله و تانسور روشن شده است. به غیر از مقادیر قسمت تانسور، تقریباً نیمی از مجموع سهم های نشان داده شده، تنها با بزرگترین 10% سهم اشغال می شود و 27% از سهم کل یافت شده توسط $l = l' = 0$ سهم اشغال می شود.

مراجع :

- [۱] Y. Iwata, J. Menendez, N. Shimizu, T. Otsuka, Y. Utsuno, M. Honma, and T. Abe, CNS annual report. CNS-REP- 94 (2016) 71.
- [۲] T. Tomoda, Rep. Prog. Phys. 54 53 (1991).
- [۳] M. Horoi and S. Stoica, Phys. Rev. C 81, 024321 (2010).
- [۴] R. A. Sen'kov and M. Horoi, Phys. Rev. C 88, 064312 (2013).