محاسبه شعاع و انرژی ایزوتوپ های $^{6}_{3}Li$ و $^{7}_{3}Li$ با استفاده از مدل خوشه ای

کوثری،شهناز * [۱]– شجاعی،محمد رضا[۱] – سرکرده ای،محمد رضا[۲]

[۱] دانشگاه صنعتی شاهرود ، دانشکده فیزیک و مهندسی هسته ای ، گروه فیزیک

[۲] دانشگاه الزهرا ، دانشکده فیزیک ، گروه ذرات بنیادی

چکیده:

برای برخی هسته ها، مانند هسته ی لیتیم، با در نظر گرفتن انرژی مناسبی برای نوکلئون های آن می توان آنها را به عنوان خوشه های کوچکتر یا به عنوان زیر واحدهایی در هسته مادر در نظر گرفت.بر این اساس مدل خوشه ای را برای ایزوتوپ های $^{6}_{3}Li$ و $^{7}_{3}Li$بکار می گیریم .سپس با بکارگیری پتانسیل یوکاوا به علاوه ی دافعه ی کولنی برای بر همکنش بین خوشه ها به محاسبه ی طیف انرژی و تابع موج این ایزوتوپ ها با استفاده از روش NU می پردازیم.

کلمات کلیدی:مدل خوشه ای،$^{6}_{3}Li$ ، $^{7}_{3}Li$ ، روش NU

مقدمه:

در مدل خوشه ای،هسته بصورت ترکیبی از زیر سیستم ها یا همان خوشه ها با موقعیت فضایی مشخص ،رفتار می کند،به طوری که زیر سیستم ها یاخوشه ها خود از نوکلئون هایی با هم بستگی قوی تشکیل شده اند.درواقع در مدل خوشه ای،ترکیباتی از نوکلئون ها(خوشه ها) درون هسته وجوددارد، که ضمن حفظ خود، با یکدیگر بر همکنش می کنند.مدل خوشه ای به عنوان مدل مهم در بررسی ساختار هسته مورد استفاده قرار می گیرد.هنگامی که حرکت نسبی بین خوشه ها، حالت اصلی حرکت هسته باشد،اهمیت بررسی ساختار هسته در مدل خوشه ای مشخص می شود.در این زمان،بر همکنش خوشه – خوشه جایگزین بر همکنش نوکلئون – نوکلئون می شود،که در فواصل معینی کاملا دافعه می گردد و مانع نزدیک شدن ذرات به یکدیگر می شود(۳-۱). بر اساس این مدل $^{7}_{3}Li$ را بصورت خوشه ی $\alpha + t$ و $^{6}_{3}Li$ را بصورت $\alpha+ d$ فرض کردیم. هسته ها را به کمک تعدادی از پارامتر های هسته ای مانند بار الکتریکی، شعاع ،اسپین،پاریته،طیف انرژی و... که خواص استاتیکی هسته هستند،تا حد قابل توجهی می توان توصیف کرد.در این مقاله

خوشه های درون هسته ی این ایزوتوپ ها را همانند سیستم دو ذره ای در نظر گرفتیم.معادله ی شرودینگر در D بعد برای خوشه ها حل کرده،به محاسبه ی طیف انرژی و تابع موج برای این ایزوتوپ ها می پردازیم. رابطه ی پتانسیل بصورت زیر است:

$$V(X) = -V_0 \frac{\exp(-\alpha x)}{x} + V_1 \frac{\exp(-\alpha x)}{x^2} + \frac{k}{x} \qquad (۱)$$

قسمت شعاعی معادله شرودینگر در فضای D بعدی مطابق با رابطه زیر است:

$$[\frac{-\hbar^2}{2\mu}(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{D-1}{x}\frac{d}{dx} - \frac{l(l+D-2)}{x^2} + V(x)]R(x) = ER(X) \qquad (۲)$$

که D=3N-3 و N تعداد ذرات است(۴). جایگذاری پتانسیل در رابطه ی(۲) رابطه ی زیر حاصل می شود:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}[\frac{d^2R(x)}{dx^2} + \frac{D-1}{x}\frac{dR(x)}{dx} - \frac{l(l+D-2)}{x^2}R(X)] + (-V_0\frac{\exp(-\alpha x)}{x} + V_1\frac{\exp(-\alpha x)}{x^2} + \frac{k}{x})R(x) = ER(x) \qquad (۳)$$

با توجه به اینکه تعداد کمی از پتانسیل ها وجود دارند که برای آنها معادله ی شرودینگر دقیقا قابل حل می باشد، و حل تحلیلی معادله ی شرودینگر در حضور پتانسیل exp بدون تقریب امکان پذیر نیست. بنابراین برای حل اینگونه پتانسیل ها به تکنیک های دیگری متوسل می شویم. چندین روش برای حل تحلیلی معادله ی شرودینگر از جمله ابر تقارن،NU، وردشی استفاده شده است. با استفاده از روش تحلیلی NU طیف ویژه مقادیر انرژی وتابع موج برای سیستم دو ذره ای $^{7}_{3}Li$ با در نظر گرفتن تقریب دوم پتانسیل بصورت زیر بدست می آید(۷-۵):

$$(2n+1)\sqrt{\xi_1} - \xi_2 + 2\sqrt{\xi_1(0.25+\xi_3)} = 0 \qquad (۴)$$

$$\psi(x) = x^{-0.5+\sqrt{0.25+\xi_3}} \exp(-\sqrt{\xi_1}x) L_n^{2\sqrt{0.25+\xi_3}}(2\sqrt{\xi_1}x) \qquad (۵)$$

که:

$$\xi_1 = -\frac{2\mu}{\hbar^2}(E_{nl} - V_0\alpha) \qquad (۶)$$

$$\xi_2 = -\frac{2\mu}{\hbar^2}(-V_1\alpha + V_0 + k) \qquad (۷)$$

$$\xi_3 = \frac{2\mu}{\hbar^2}V_1 + l(l+1) \qquad (۸)$$

با تکرار محاسباتی مشابه محاسبات قبل طیف انرژی وتابع موج برای سیستم دو ذره ای ^6_3Li نیز همانند روابط بالا بدست می آید.تنها تفاوت دو ایزوتوپ در جرمشان است ،که در $\frac{2\mu}{\hbar^2}$ موثر است.

نتایج:

با بکارگیری روابط حاصل برای طیف انرژی وجایگذاری انرژی حالت پایه وانرژی اولین ودومین تراز برانگیخته ضرایب پتاسیل را بدست آوردیم.

تابع موج ایزوتوپ ها در حالت پایه به شکل زیر است:

$$\psi_{Li}(x) = x^{-0.5+\sqrt{0.25+\xi_3}}\exp(-\sqrt{\xi_1}x) \qquad (۹)$$

برای بدست آوردن شعاع داریم:

$$\langle x^2\rangle^{1/2} = \int \psi^*(x)x^2\psi(x)d^3x \qquad (۱۰)$$

با استفاده از رابطه ی (۱۰)شعاع رابرای ایزوتوپ ها محاسبه نمودیم،که نتایج در جدول (۳) درج شده است.

جدول شماره(۱):ضرایب پتانسیل، انرژی و شعاع ایزوتوپ های $^{6}_{3}Li$ و $^{7}_{3}Li$

$^{A}_{Z}X$	V_0(Mev)	V_1(Mev)	K(Mev)	E_{cal} (Mev)	E_{exp} (Mev) [8]	E_{other} (Mev) [8]	$< x_c^2 >_{cal}^{1/2}$ (fm)	$< x_c^2 >_{other}^{1/2}$ (fm) [9]
$^{7}_{3}Li$	-2119.6305	578.4147	-1889.5846	-39.2423	-39.2429	-39.610	2.505	2.444
$^{6}_{3}Li$	-1881.1405	2213.4245	-1500	-31.994	-31.993	-32.510	2.569	2.589

نتیجه گیری:

ما در این کار، با بهره گیری از مدل خوشه ای ایزوتوپ های $^{7}_{3}Li$ و $^{6}_{3}Li$ را بصورت خوشه های $\alpha + t$ و $\alpha + d$ در نظر گرفتیم. سپس معادله ی شرودینگر D بعدی را برای سیستم های دو ذره ای با پتاسیل یوکاوا بعلاوه ی دافعه ی کولنی به صورت تحلیلی، با استفاده از روش NU حل کرده،ضرایب پتانسیل، انرژی حالت پایه و شعاع را محاسبه نمودیم. نتایج بدست آمده در جدول ۱ خلاصه شده،که با نتایجی که از قبل بدست آمده، همخوانی خوبی دارد.

مراجع:

[1] M. Freer "The clustered nucleus—cluster structures in stable and unstable nuclei", Reports Prog. Phys, vol. 70, no. 12, p. 2149 . (2007).
[2] J. P. Ebran, E. Khan,T. Niksic, & D. Vretenar " Crystal, cluster and quantum liquid nuclear states" Journal of Physics: Conference Series 569, 012006 . (2014).
[3] K. Wildermuth & T. Kanello poulos "The cluster model of the atomic nuclei" Nucl. Phys., vol. 7, pp. 150–162 (1958).
[4] S. H. Dong "The realization of dynamic group for the pseudo harmonic oscillator" Appl. Math. Lett.,16D, 18(2003).

[5] N. Roshanbakht and M. R. Shojaei "Calculation of Energy Spectrum of 12C Isotope by Relativistic Cluster model" P. O. Box 36155-316.

[6] A. F. Nikiforov and V. B. Uvarov "Special Function of Mathematical Physics", Birkhauser-Verlag, Basel,(1988).

[7] Tezcan, C, Sever, R. Int. J. Theor. Phys. 48, 337, (2009).

[8] Landolt-Bornstein and S.I. Sukhoruchkin, Z.N. Soroko , , H. Schopper "Nuclear Binding Energies and Atomic Masses", ISBN 978-3-540-69944-6 Springer Berlin Heidelberg New York ,Vol 22.

[9] David R.Schultz, S. M. Austin,,l "Atomic Data and Nuclear Data Tables", Volume99. Issue 1,69-95, (2013).