

## محاسبه پتانسیل نسبیتی نوکلئون - نوکلئون از پتانسیل های غیر نسبیتی هسته‌ای

رادین، مهدی\*<sup>(۱)</sup> - هادی زاده، محمدرضا<sup>(۲)</sup>

<sup>(۱)</sup> دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده فیزیک

<sup>(۲)</sup> دانشکده فیزیک و نجوم دانشگاه اوهایو، آمریکا

### چکیده:

در این مقاله رابطه عملگری غیرخطی که پتانسیل نوکلئون- نوکلئون نسبیتی  $V_r$  را با پتانسیل غیرنسبیتی  $V_{nr}$  مربوط می‌سازد را در فضای تکانه خطی فرمول‌بندی نموده که به یک معادله انتگرالی سه بعدی منجر می‌شود. در ادامه این معادله انتگرالی را برای حل عددی در یک دستگاه مختصات مناسب بازنویسی نموده‌ایم. در نهایت با بکار بردن پتانسیل غیرنسبیتی مالفلیت- تیجن و حل عددی معادله انتگرالی با استفاده از روش تکرار، عناصر ماتریس نسبیتی متناظر با پتانسیل مورد نظر را به صورت تابعی از تکانه‌های خطی و زاویه بین آنها محاسبه نموده‌ایم. **کلمات کلیدی:** پتانسیل نوکلئون-نوکلئون، پتانسیل مالفلیت- تیجن، فضای تکانه خطی.

### مقدمه:

برای مطالعه نسبیتی پراکندگی و سیستم‌های مقید دو، سه و چهارجسمی هسته‌ای، به عناصر ماتریسی عملگر انتقال  $t$  نیاز می‌باشد که با بکارگیری برهمکنش‌های نوکلئون-نوکلئون نسبیتی و حل معادله لیپمن- شوئیנגر نسبیتی بدست می‌آید [۱-۸]. نشان داده شده است که یک رابطه عملگری غیرخطی بین پتانسیل نسبیتی نوکلئون-نوکلئون و پتانسیل غیرنسبیتی نوکلئون-نوکلئون برقرار است [۹]. بنابراین یک راه مستقیم برای بدست آوردن ماتریس انتقال  $t$  محاسبه پتانسیل نسبیتی با استفاده از پتانسیل‌های غیرنسبیتی است. در این مقاله این رابطه عملگری غیرخطی را به فضای تکانه خطی برده و آن را برای پتانسیل‌های مستقل از اسپین و آیزواسپین فرمول‌بندی می‌نماییم.

### فرمول‌بندی در فضای تکانه خطی:

رابطه عملگری غیرخطی زیر ارتباط میان پتانسیل نوکلئون-نوکلئون نسبیتی  $V_r$  را با پتانسیل غیرنسبیتی آن  $V_{nr}$  نشان می‌دهد [۱]:

$$V_{nr} = \frac{1}{4m} (\omega(\hat{\mathbf{p}})V_r + V_r \omega(\hat{\mathbf{p}}) + V_r^2) \quad (۱)$$

که در آن  $m$  جرم نوکلئون،  $\mathbf{p}$  تکانه خطی دو نوکلئون و  $\omega(\hat{\mathbf{p}})$  بصورت زیر می‌باشد:

$$\omega(\hat{\mathbf{p}}) = 2\sqrt{m + \hat{\mathbf{p}}^2} \quad (2)$$

با بردن این رابطه به فضای اندازه حرکت خطی ارتباط بین عناصر ماتریس پتانسیل نسبی و غیرنسبی را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\langle \mathbf{p} | V_r | \mathbf{p}' \rangle + \frac{1}{\omega(\mathbf{p}) - \omega(\mathbf{p}')} \int d\mathbf{p}'' \langle \mathbf{p} | V_r | \mathbf{p}'' \rangle \langle \mathbf{p}'' | V_r | \mathbf{p}' \rangle = \frac{4m \langle \mathbf{p} | V_{nr} | \mathbf{p}' \rangle}{\omega(\mathbf{p}) + \omega(\mathbf{p}')} \quad (3)$$

معادله فوق را بصورت ساده زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$V_r(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \frac{1}{\omega(\mathbf{p}) - \omega(\mathbf{p}')} \int d\mathbf{p}'' V_r(\mathbf{p}, \mathbf{p}'') V_r(\mathbf{p}'', \mathbf{p}') = \frac{4m V_{nr}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}{\omega(\mathbf{p}) + \omega(\mathbf{p}')} \quad (4)$$

برای حل عددی معادله بالا ابتدا باید آن را در یک دستگاه مختصات مناسب بازنویسی نمود. بدین منظور دستگاه مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم تا بردار  $\mathbf{p}$  در راستای محور  $Z$  ها و بردار  $\mathbf{p}'$  در صفحه  $x - y$  قرار گیرد. بدین ترتیب معادله (۴) را در این دستگاه مختصات به صورت زیر می‌نویسیم:

$$V_r(p, p', x') + \frac{1}{\omega(p) - \omega(p')} \int_0^\infty dp'' p''^2 \int_{-1}^1 dx'' \int_0^{2\pi} d\phi'' V_r(p, p'', x'') V_r(p'', p', y) = \frac{4m V_{nr}(p, p', x')}{\omega(p) + \omega(p')} \quad (5)$$

که در آن داریم:

$$x' = \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}, \quad x'' = \hat{\mathbf{p}}'' \cdot \hat{\mathbf{p}}, \quad y = \hat{\mathbf{p}}'' \cdot \hat{\mathbf{p}}' = x' x'' + \sqrt{1 - x'^2} \sqrt{1 - x''^2} \quad (6)$$

### محاسبات عددی و نتایج:

در محاسبات از پتانسیل مستقل از اسپین و آیزواسپین مالفلیت- تیجن استفاده نموده‌ایم. این پتانسیل از برهمه‌ی یک قسمت دافعه‌ای کوتاه برد و یک قسمت جاذبه‌ای بلند برد که از نوع برهمکنش یوکاواوی می‌باشد، تشکیل یافته است. این پتانسیل در فضای تکانه بصورت زیر نشان داده می‌شود [۲]:

$$V_{nr}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{V_R}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_R^2} - \frac{V_A}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_A^2} \right) \quad (7)$$

مقادیر مربوط به پارامترهای پتانسیل مالفلیت- تیجن نوع I در جدول (۱) آورده شده است.

جدول (۱): پارامترهای پتانسیل مالفیت- تیجن نوع I

$V_A [\text{MeV fm}]$	$\mu_A [\text{fm}^{-1}]$	$V_R [\text{MeV fm}]$	$\mu_R [\text{fm}^{-1}]$
-۶۲۶/۸۹۳۲	۱/۵۵۰	۱۴۳۸/۷۲۲۸	۳/۱۱

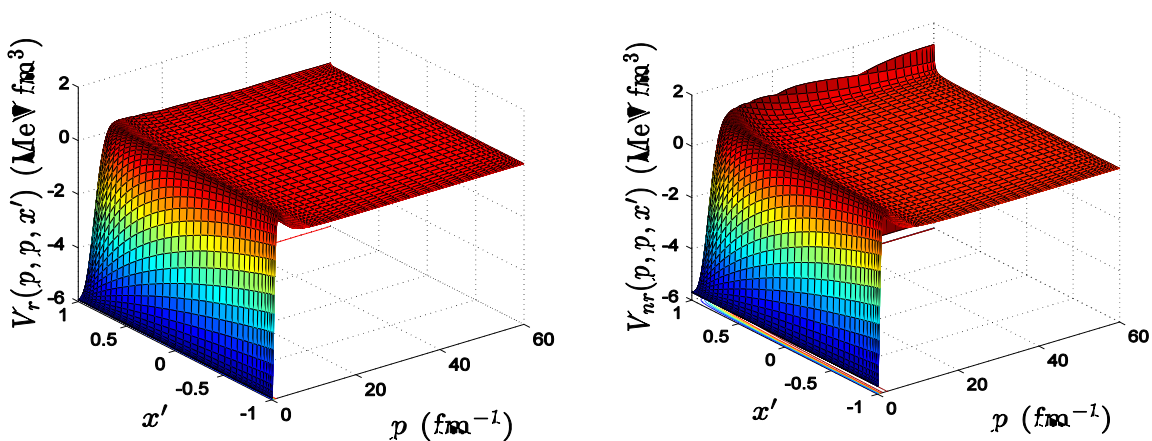
برای حل عددی معادله (۵) از روش تکرار استفاده نموده ایم. عمل تکرار را با استفاده از رابطه زیر شروع و آن را تا جایی ادامه می دهیم که خطای نسبی عناصر ماتریسی پتانسیل نسبتی بدست آمده از دو تکرار متوالی به ازای هر  $p, p', x'$  در حدود  $10^{-6}$  شود.

$$V_r^{(0)}(p, p', x') = \frac{4m V_{nr}(p, p', x')}{\omega(p) + \omega(p')} \quad (۸)$$

برای حل عددی معادله (۵) ابتدا فضا را با استفاده از نقاط شبکه گاوسی گسسته نموده و سپس برای انتگرالگیری عددی از روش گاوس- لژاندر استفاده می نماییم. بدین منظور برای انتگرالگیری عددی روی تکانه از تغییر متغیرهای هذلولوی و خطی زیر برای تبدیل بازه های  $[p_2, p_{max}]$  و  $[0, p_2]$  به بازه  $[-1, 1]$  استفاده می نماییم.

$$p = \frac{1+x}{\frac{1}{p_1} + (\frac{2}{p_2} - \frac{1}{p_1})x}, \quad p = \frac{p_{max} - p_2}{2}x + \frac{p_{max} + p_2}{2} \quad (۹)$$

مقادیر  $p_1, p_2, p_{max}$  را در محاسبات به ترتیب  $۴\text{fm}^{-1}$ ،  $۹\text{fm}^{-1}$  و  $۶۰\text{fm}^{-1}$  در نظر گرفته ایم.



شکل (۱): عناصر ماتریسی پتانسیل غیرنسبیتی مالفیت- تیجن و عناصر ماتریسی پتانسیل نسبتی بدست آمده به صورت تابعی از  $p = p'$  و  $x'$

برای انتگرالگیری روی زاویه سمتی  $\varphi''$ ، بازه انتگرالگیری را با توجه به رابطه زیر به بازه  $[0, \frac{\pi}{2}]$  تبدیل می‌نماییم:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi'' f(\cos \varphi'') = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi'' [f(\cos \varphi'') + f(-\cos \varphi'')] \quad (10)$$

تعداد نقاط شبکه گاوسی را در محاسبات به ترتیب ۲۰۰، ۵۰ و ۱۰ نقطه شبکه برای متغیرهای تکانه، زاوایای قطبی و سمتی در نظر گرفته‌ایم. در شکل (۱) عناصر قطری پتانسیل مالفلیت-تیجن  $V_{nr}(p, p, x')$  و همچنین عناصر قطری پتانسیل نسبیتی محاسبه شده  $V_r(p, p, x')$  نشان داده شده است. در جدول (۲) نیز نحوه همگرایی نتایج بدست آمده را به ازای تعداد دفعات تکرار، برای نقاط  $p = 0.87 \text{ fm}^{-1}$  و  $p' = 2.09 \text{ fm}^{-1}$  و  $x = 0, \pm 1$  نشان داده‌ایم.

جدول (۲): همگرایی مقادیر مربوط به پتانسیل نسبیتی  $V_r(p, p', x')$  (در واحد  $\text{MeV fm}^3$ ) بصورت تابعی از تعداد دفعات تکرار برای نقاط  $p = 0.87 \text{ fm}^{-1}$  و  $p' = 2.09 \text{ fm}^{-1}$  و  $x = 0, \pm 1$  بعلاوه مقادیر مربوط به پتانسیل غیرنسبیتی  $V_{nr}(p, p', x')$

	$N_{iter}$	$x' = -1$	$x' = 0$	$x' = +1$
$V_{nr}(p, p', x')$	----	۱/۱۰۹۹۰۹۶	۰/۷۰۸۴۵۱۱	-۱/۶۳۲۷۰۲۵
$V_r(p, p', x')$	۰	۱/۰۵۲۵۷۲۴	۰/۶۷۱۸۵۳۰	-۱/۵۴۸۳۵۸۳
	۱	۰/۷۸۳۸۰۰۶	۰/۳۹۲۰۹۷۶	-۱/۸۵۱۲۳۲۲
	۲	۰/۸۸۹۵۱۶۰	۰/۴۹۷۹۸۵۸	-۱/۷۴۵۳۰۰۲
	۳	۰/۸۸۵۳۳۳۶	۰/۴۹۳۸۱۴۲	-۱/۷۴۹۵۰۵۹
	۴	۰/۸۸۴۸۱۳۱	۰/۴۹۳۲۸۸۳	-۱/۷۵۰۰۵۲۷
	۵	۰/۸۸۴۷۸۵۸	۰/۴۹۳۲۵۷۳	-۱/۷۵۰۰۹۲۹
	۶	۰/۸۸۴۷۹۱۰	۰/۴۹۳۲۶۰۸	-۱/۷۵۰۰۹۳۰
	۷	۰/۸۸۴۷۹۳۲	۰/۴۹۳۲۶۲۳	-۱/۷۵۰۰۹۲۸
	۸	۰/۸۸۴۷۹۳۸	۰/۴۹۳۲۶۲۶	-۱/۷۵۰۰۹۳۰
	۹	۰/۸۸۴۷۹۳۹	۰/۴۹۳۲۶۲۶	-۱/۷۵۰۰۹۳۱
	۱۰	۰/۸۸۴۷۹۳۹	۰/۴۹۳۲۶۲۶	-۱/۷۵۰۰۹۳۲
	۱۱	۰/۸۸۴۷۹۳۹	۰/۴۹۳۲۶۲۶	-۱/۷۵۰۰۹۳۳
۱۲	۰/۸۸۴۷۹۳۹	۰/۴۹۳۲۶۲۶	-۱/۷۵۰۰۹۳۳	

### بحث و نتیجه گیری:

در این مقاله با بکارگیری پتانسیل غیرنسبیتی مالفلیت- تیجن به محاسبه عناصر ماتریسی پتانسیل نسبیتی متناظر با آن پرداختیم. از این پتانسیل می‌توان در مطالعه سیستم‌های مقید و پراکندگی دو، سه و چهار جسمی استفاده نمود و به بررسی اثرات نسبیتی این سیستم‌ها پرداخت که این موارد در حال انجام می‌باشند. علاوه براین می‌توان این روش را بسط داد و برای پتانسیل‌های وابسته به اسپین و آیزواسپین هسته‌ای نیز استفاده نمود.

### مراجع:

- [1] H. Witala, J. Golak, R. Skibinski, W. Glöckle, H. Kamada, and W.N. Polyzou, Rev. C 88, 069904 (2013).
- [2] H. Witala, J. Golak, R. Skibinski, W. Glöckle, H. Kamada, and W.N. Polyzou, Phys. Rev. C 83, 044001 (2011).
- [3] H. Witala, J. Golak, R. Skibinski, W. Glöckle, W. Polyzou, and H. Kamada, Few-Body Systems 49,61(2011).
- [4] H. Witala, J. Golak, R. Skibinski, W. Glöckle, W. N. Poly-zou and H. Kamada, Phys. Rev. C 77, 034004 (2008).
- [5] T. Lin, Ch. Elster, W. N. Polyzou, W. Glöckle, Phys. Lett. B 660, 345 (2008).
- [6] T. Lin, Ch. Elster, W. N. Polyzou, W. Glöckle, Phys. Rev. C 76, 014010 (2007).
- [7] H. Witala, J. Golak, R. Skibinski, W. Glöckle, W. N. Poly-zou, and H. Kamada, Mod. Phys. Lett. A 24, 871 (2009).
- [8] H. Kamada, W. Glöckle, H. Witala, J. Golak, R. Skibinski, W. N. Polyzou, and Ch. Elster, Mod. Phys. Lett. A 24, 809 (2009).
- [9] H. Kamada and W. Glöckle, Phys. Lett. B 655, 119 (2007).
- [10] R.A. Malfliet, J.A. Tjon, Nucl. Phys. A 127 161 (1969).