

مطالعه رفتار آماری هسته های خانواده خاکهای نادر

صابری ، هادی* ؛ موسوی مبارکه ، سید خلیل ؛ قنبری ، حنا؛ جلیلی ترکمانی، مهرداد

دانشکده فیزیک دانشگاه تبریز ، بلوار ۲۹ بهمن ، تبریز

چکیده:

تغییرات رفتار آماری ایزوتوپ های Hf و $Ba, Ce, Nd, Sm, Gd, Dy, Er, Yb$ در قالب آمار نزدیکترین فاصله بین ترازوی بررسی شده است. دنباله های مورد مطالعه با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی برای ترازهای انرژی هسته های انتخابی در محدوده های جرمی مختلف تهیه و سپس با استفاده از تابع توزیع بری - روبنیک تحلیل شده اند. نتایج حاصل رفتار آماری عمومی این دسته از هسته ها را نزدیکتر به حد منظم پواسونی پیشنهاد میدهد. **کلمات کلیدی:** هسته های خانواده خاکهای نادر ، تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازوی، تابع توزیع بری - روبنیک.

مقدمه :

نظریه ماتریس تصادفی^۱ برای طبقه بندی رفتار منظم یا تصادفی سیستم های فیزیکی مورد استفاده قرار می گیرد. کاربرد مفهوم نظم (یا بی نظمی) برای بررسی ساختار سیستم های هسته ای و ایجاد معیاری برای طبقه بندی هسته های مختلف یکی از مفاهیم مورد علاقه در مطالعات سالیان اخیر بوده و مطالعات گسترده ای روی هسته های مختلف در حال انجام می باشد. مطالعه تاثیر پارامتر های متفاوت از جمله اسپین، جرم، تغییر شکل و ... بر رفتار آماری سیستم های هسته ای در منابع مختلف انجام شده است [۱-۳]. استفاده از معیار نظم و یا بی نظمی موجود در طیف انرژی هسته های مختلف به عنوان پارامتری جهت مشخص نمودن ناحیه گذار فازی شکلی سیستم های هسته ای نیز مطرح می باشد [۴]. از طرف دیگر و همزمان با توسعه کاربردهای این نظریه برای بررسی ساختار هسته ها، آمارهای مختلف و روش های تخمین جدید برای افزایش دقت محاسبات و رسیدن به یک معیار آماری قابل اطمینان در حال پیشرفت است [۵-۶].

ما در این مقاله، از رفتار آماری برای بررسی ویژگی های ساختاری هسته های عضو خانواده خاکهای نادر شناخته شده استفاده نموده ایم. هدف اساسی ما بررسی ویژگی های آماری این هسته ها در محدوده های مختلف جرمی و همچنین بررسی تاثیر پارامتر های مختلف از جمله اسپین، میزان تغییر شکل چهار قطبی و ... روی رفتار آماری این دسته از هسته ها می باشد. بدین منظور، از آخرین اطلاعات تجربی قابل دسترس [۷] ، دنباله های مختلف تهیه شده و

^۱ Random Matrix Theory (RMT)

پس از فرایند واپیچش^۱، با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس^۲ و تابع توزیع بری - روبنیک در قالب آمار نزدیکترین فاصله بین ترازهای تحلیل شده است.

هسته های خانواده خاکهای نادر

هسته های مختلف زنجیره های ایزوتوپی $Ba, Ce, Nd, Sm, Gd, Dy, Er, Yb$ و Hf به دلیل کاربرد قابل توجه در ساخت وسایل الکترونیکی و همچنین فراوانی کمتر نسبت به سایر هسته های شناخته شده، تحت عنوان خاکهای نادر شناخته می شوند. از طرفی به دلیل مشاهده پدیده های ویژه از جمله گذارهای فازی - شکلی هسته ای^۳ و همچنین همزیستی شکلی^۴ به صورت گسترده ای در چار چوب مدل های هسته ای مورد مطالعه فرار گرفته اند [۵-۶]. این مطالعات نتایجی را حول تاثیر تعداد نوترون (یا پروتون)، لایه های بسته و ... در این هسته ها نشان می دهند. هدف ما در این مطالعه تحقیق بررسی تاثیر این تحولات ساختاری بر روی ویژگی های آماری این هسته ها می باشد. بدین منظور با در نظر گرفتن تنها هسته های زوج - زوج در این مطالعه، آن دسته از هسته ها که حداقل ۵ تراز با اسپین پاریده های مشابه 0^+ ، 2^+ و 4^+ دارند را در نظر گرفته و دنباله های مورد مطالعه با استفاده از این اطلاعات حاصل گردید. جزئیات کامل در مورد هسته های انتخابی و همچنین تعداد ترازهای استفاده شده به طور کامل در منبع [۴] ذکر گردیده است.

رفتار آماری سیستم های هسته ای

رفتار آماری سیستم های هسته ای با استفاده از آمارهای مختلف مورد مطالعه قرار می گیرد که متداولترین آنها، توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازهای (NNSD) می باشد [۱-۲]. برای مطالعه رفتار آماری در قالب این آمار، باید دنباله کامل از ترازهای انرژی سیستم با تقارن مشابه انتخاب گردد. با توجه به کم بودن تعداد چنین ترازهایی برای هر هسته منفرد، ما مجبور به ترکیب ترازهای با اسپین - پاریده مشابه هسته های مختلف هستیم. برای بررسی رفتار هر تراز انرژی $\{E_i\}$ ، باید این طیف به دو بخش عمومی (که با استفاده از نظریه ماتریس تصادفی قابل بررسی نمی باشد) و بخش افت و خیزی تقسیم گردد. بدین منظور، تعداد ترازهای انرژی با انرژی کمتر از E را شمرده و به صورت زیر بیان می نمایم [۳].

$$N(E) = N_{av}(E) + N_{fluct}(E) \quad (1)$$

کمیت $N(E)$ معمولاً به صورت نیمه کلاسیکی با برازش یک تابع درجه شش حاصل می شود. با این فرآیند، دنباله نرمالیزه به صورت $\{\tilde{E}_i\} = N(E_i)$ حاصل می شود و این فرآیند تحت عنوان واپیچش شناخته می شود.

^۱ unfolding
^۲ Maximum Likelihood Estimation (MLE)

^۳ Quantum Shape Phase Transition

^۴ Shape coexistence

برای آن دسته از سیستم های هسته ای با رفتار آماری تصادفی ، تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازوی با توزیع گاوسی^۱ تقریب زده می شود [۲-۱]

$$P(s) = \frac{1}{2} \pi s e^{-\frac{\pi s^2}{4}} \quad (2)$$

از طرف دیگر، رفتار آماری سیستم های منظم با استفاده از تابع توزیع پواسونی^۲

$$P(s) = e^{-s} \quad (3)$$

برازش می شود. برای توصیف سیستم های هسته ای با رفتار آماری بینابین این حدود با یک پارامتر، توابع توزیع مختلفی معرفی شده است که یکی از پرکاربردترین توابع ، تابع توزیع بری-روبینیک^۳ [۷]

$$P(s) = [q + \frac{1}{2} \pi (1-q)s] e^{-qs - \frac{1}{4} \pi (1-q)s^2} \quad (4)$$

می باشد. مقدار کمیت این تابع توزیع، q ، با استفاده از روش های تخمین مختلف تعیین می گردد و معرف رفتار آماری سیستم های انتخابی می باشد به نحوی که $q=0$ حد نامنظم و $q=1$ حد منظم را توصیف می نماید. ما در این مقاله با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس و تکرار فرآیند معرفی شده در منبع [۴]، مقدار این کمیت را با جاگذاری در رابطه

$$q_{new} = q_{old} - \frac{\sum \frac{1 - \frac{1}{2} \pi s_i}{q_{old} + \frac{1}{2} \pi (1 - q_{old}) s_i} - \sum s_i + \frac{1}{4} \pi s_i^2}{\sum \frac{-(1 - \frac{1}{2} \pi s_i)^2}{(q_{old} + \frac{1}{2} \pi (1 - q_{old}) s_i)^2}} \quad (5)$$

بدست می آوریم. بدین منظور، ابتدا با استفاده از فرآیند برازش حداقل مربعات، مقدار اولیه کمیت، q_{old} ، را یافته و سپس با تکرار محاسبات با استفاده از رابطه بالا، مقدار دقیق پارامتر تابع توزیع بری-روبینیک را می یابیم.

از طرفی برای بررسی تاثیر میزان تغییر شکل روی رفتار آماری سیستم های هسته ای، مقدار تغییر شکل متوسط به صورت زیر [۸-۹]

$$\bar{\beta}_2 = \frac{\sum_k N_k \beta_2^k}{\sum_k N_k} \quad (6)$$

برای هر دنباله محاسبه می گردد. N_k و β_2^k معرف تعداد ترازها و میزان تغییر شکل چهار قطبی هسته k ام می باشد.

¹ Gaussian Orthogonal Ensemble (GOE)

² Poisson distribution

³ Berry-Robnik distribution

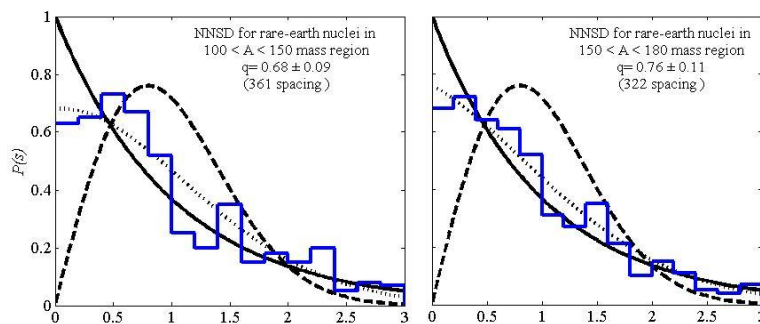
نتایج

برای بررسی رفتار آماری هسته های عضو خانواده خاکهای نادر، ترازهای انرژی هسته های موجود در جدول ۱ منبع [۴] انتخاب گردید. با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی موجود [۱۰]، تعداد ۳۶۱ تراز در محدوده جرمی $100 \leq A \leq 150$ و ۳۲۲ تراز در محدوده جرمی $150 < A < 180$ ، تراز برای تهیه دنباله های نرمالیزه مورد استفاده قرار گرفت. دنباله های حاصل با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس و تابع توزیع بری-روبینک بررسی و مقدار پارامتر برای هر دنباله تعیین گردید. نتایج حاصل در جدول ۱ فهرست شده است.

جدول ۱. رفتار آماری هسته های خانواده خاکهای نادر در دو محدوده جرمی. "q" معرف مقدار کمیت تابع توزیع بری-روبینک، و N تعداد ترازهای انرژی در هر محدوده جرمی می باشد. اطلاعات ترازهای انرژی از منبع [۱۰] برداشت شده است.

Sequence	all levels		only 0 ⁺ levels		only 2 ⁺ levels		only 4 ⁺ levels	
	N	q	N	q	N	q	N	q
100 < A < 150	361	0.68±0.09	49	0.53±0.12	260	0.71±0.08	52	0.51±0.14
150 < A < 180	322	0.76±0.11	28	0.59±0.06	195	0.80±0.10	99	0.55±0.14

نحوه تغییرات پارامتر تابع توزیع بری-روبینک در دو محدوده مورد مطالعه به صورت تابعی از میزان تغییر شکل متوسط هر بازه در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱. تغییرات پارامتر تابع توزیع بری-روبینک "q" برای هسته های مورد مطالعه در محدوده های جرمی مختلف. در هر دو شکل، هیستوگرام آبی رنگ، خطوط نقطه چین، پر و خط چین به ترتیب معرف توزیع آماری اطلاعات هر دنباله، تابع توزیع بری-روبینک برازش شده، توزیع پواسونی و توزیع گاوسی می باشند.

نتایج حاصل، وجود رفتار آماری منظم را برای تمام هسته های انتخابی نمایش می دهد. همچنین، با افزایش جرم هسته های انتخابی، $150 < A < 180$ ، رفتار منظم تر افزایش می یابد. با توجه به افزایش تعداد نوترونها در

مقایسه با پروتونها در ساختار هسته های خانواده خاکهای نادر، می توان این نتیجه را به سهم نیروی جفت شدگی در مقایسه با نیروی دافعه کولنی نسبت داد [۵-۶].

ما در این مطالعه برای بررسی رابطه بین میزان نظم (یا بی نظمی) دنباله های مورد مطالعه با میزان تغییر شکل چهار قطبی این هسته ها، اطلاعات تجربی موجود برای تمام ترازهای هسته های خانواده خاکهای نادر را بر اساس مقدار عددی کمیت β_2 ، تغییر شکل چهار قطبی، دسته بندی نمودیم. سپس با استفاده از فرایند اشاره شده، دنباله مورد بررسی قرار گرفت که نتایج در جدول ۲ فهرست شده است. ما برای این طبقه بندی از نتایج تجربی برای کمیت β_2 استفاده نمودیم ولی امکان تعیین این کمیت با استفاده از روش های دیگر مثل توصیف بر اساس هماهنگی های کروی و همچنین توصیف تغییر شکل هسته با استفاده از مدل نیلسون موجود می باشد که انتظار می رود به نتیجه مشابه با پیش بینی های ما منجر گردد. مقدار تغییر شکل متوسط هر محدوده جرمی با استفاده از رابطه ۶ تعیین شده است.

جدول ۲. بررسی رابطه معیار نظم (یا بی نظمی) هسته های خانواده خاکهای نادر بر اساس میزان تغییر شکل چهار قطبی این هسته ها.

Sequence	N	q
$0.077 < \bar{\beta}_2 < 0.126$	115	0.67 ± 0.08
$0.134 < \bar{\beta}_2 < 0.196$	131	0.72 ± 0.14
$0.201 < \bar{\beta}_2 < 0.296$	173	0.78 ± 0.06
$0.308 < \bar{\beta}_2 < 0.349$	211	0.83 ± 0.10

نتایج حاصل افزایش میزان نظم در دنباله های انتخابی را بر پایه افزایش میزان تغییر شکل نشان می دهد. این افزایش نظم را میتوان بر پایه ترکیب مدهای حرکت دورانی و لرزشی و لذا افزایش نظم در ساختار این هسته ها توجیه نمود. افزایش نظم سیستم تحت تاثیر نیروی جفت شدگی در منبع [۱۱-۱۲] نیز مشاهده شده است که البته ما در مطالعات آینده این موضوع را برای هسته های پایدار بررسی خواهیم نمود. افزایش نسبی تعداد نوترونها در هسته های سنگین و لذا افزایش نیروی جفت شدگی، نظم بیشتر در ساختار این هسته ها را در مقایسه با هسته های سبکتر نشان می دهد. از طرفی، مقدار متوسط میزان تغییر شکل چهار قطبی در هسته های سنگین، $150 < A < 180$ ، بیشتر از سایر محدوده های جرمی بوده و رابطه مستقیم بین میزان تغییر شکل و رفتار منظم مشاهده می شود.

نتیجه گیری

رفتار آماری ۶۵ هسته از مجموعه خانواده خاکهای نادر در محدوده جرمی $180 < A < 100$ در قالب آمار نزدیکترین فاصله بین ترازوی بررسی شده است. دنباله های مورد مطالعه از ترکیب ترازهای انرژی تجربی این هسته ها حاصل گردید. رفتار آماری دنباله های انتخابی با استفاده از روش حداکثر شانس و تابع توزیع بری - روبنیک بررسی گردید. نتایج حاصل، وجود میل بیشتر به حد پواسونی، یعنی رفتار آماری منظم، را برای این هسته ها در محدوده های جرمی مختلف پیشنهاد می نماید. همچنین هسته های سنگین تر رفتار آماری منظم تری را نسبت به هسته های سبک نمایش می دهند. این نتیجه بر پایه افزایش سهم نوترونها و نیروی جفت شدگی در این هسته ها قابل بررسی است. همچنین می توان افزایش نظم در هسته های سنگین تر را به کاهش ترکیب مدهای حرکت دورانی با حرکت تجمعی نسبت داد.

مرجع ها

- [۱]. H. A. Weidenmuller, G. E. Mitchell, Rev. Mod. Phys. **81** (2009) 539.
- [۲]. J. F. Shriner Jr, G. E. Mitchell, T. von Egidy, Z. Phys. A **338** (1991) 309.
- [۳]. T. A. Brody, J. Flores, J. P. French, P. A. Mello, A. Pandey, S. S. M. Wong. Rev. Mod. Phys. **53** (1981) 385.
- [۴]. H. Sabri. Nucl. Phys. A, **941** (2015) 364.
- [۵]. A. Y. Abul-Magd *et al.* Ann. Phys. (N.Y.) **321** (2006) 560.
- [۶]. M. A. Jafarizadeh, N. Fouladi, H. Sabri, B. R. Maleki, Nucl. Phys. A, **890-891** (2012) 29.
- [۷]. M. V. Berry, M. Robnik, J. Phys. A, **17** (1984) 2413.
- [۸]. Y. Alhassid, G. F. Bertsch, S. Liu, H. Nakada, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 4313.
- [۹]. J. M. G. GÓMEZ *et al.* Phys. Rep. **499** (2011) 103.
- [۱۰]. National Nuclear Data Center (Brookhaven National laboratory) chart of nuclides. (<http://www.nndc.bnl.gov/chart/reColor.jsp?newColor=dm>)
- [۱۱]. V. Paar, D. Vorkapic. Phys. Rev. C. **41**(1990) 2397.
- [۱۲]. T. von. Egidy, A. N. Behkami, H. H. Schmidt. Nucl. Phys. A, **481**(1988) 189.