

پارامترسازی ارتفاع و محل سد کولنی در واکنش‌های همجوشی شامل پرتابه‌های پروتون و هلیم از طریق مدل پتانسیل مجاورت

قرائی، رضا*^(۱)؛ شبیبانی، جواد^(۲)

دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

دانشگاه یزد، دانشکده فیزیک

چکیده

با بکارگیری سه نسخه‌ی تأیید شده‌ی پتانسیل مجاورت، یعنی *Bass80*، *AW95* و *Prox.2010* فرم‌های پارامترسازی شده‌ای را برای ارتفاع و محل سد کولنی در واکنش‌های همجوشی شامل پرتابه‌های پروتون و هلیم با هدف‌هایی که به ترتیب در محدوده جرمی $130 < A_T < 51$ و $40 < A_T < 233$ قرار دارند، ارائه می‌دهیم. در بررسی اولیه‌ی برای تعیین میزان اعتبار روابط پارامترسازی شده‌ی پیشنهادی به این نتیجه دست یافتیم که این روابط توانایی قابل قبولی در پیش‌بینی مقادیر تئوری (دقیق) ارتفاع و محل سد همجوشی در محدوده‌های جرمی انتخابی ما دارند. بعلاوه، مقایسه با نتایج حاصل از مطالعات گذشته آشکار می‌سازد که فرم‌های پارامتری‌سازی شده‌ی حاضر دقیق‌ترند.

کلمات کلیدی: واکنش‌های همجوشی با پرتابه‌های سبک، پارامترسازی سد همجوشی، پتانسیل‌های مجاورت.

مقدمه:

از نقطه نظر تئوری، یکی از ابزارهای مهم در تحلیل واکنش‌های همجوشی پتانسیل برهم‌کنشی میان هسته‌های هدف و پرتابه است. همانطوریکه می‌دانیم، این پتانسیل را می‌توان بصورت برهم‌نهی دو بخش کولنی و هسته‌ای در نظر گرفت که در شرایط کلی تقابل میان این دو نوع برهم‌کنش موجب شکل‌گیری سدی با ارتفاع معین در مقابل هسته‌های برخوردکننده می‌شود. واضح است که در چنین موقعیتی، شرط وقوع یک واکنش همجوشی و شکل‌گیری هسته‌ی مرکب در کانال خروجی آن، غلبه بر همین سد پتانسیل می‌باشد. خاطر نشان می‌کنیم از آنجائیکه شناخت ما از برهم‌کنش‌های کولنی میان دو هسته در طی فرایند همجوشی در حد مطلوب است، برای دستیابی به مقادیر عددی ویژگی‌های سد پتانسیل (نظیر ارتفاع و محل آن) تنها نیازمند به در اختیار داشتن مدلی مناسب برای محاسبه‌ی بخش هسته‌ای پتانسیل کل هستیم. فرمالیسم پتانسیل مجاورت [۱] یکی از مدل‌های کاربردی برای تخمین قدرت این بخش در سیستم‌های همجوشی مختلف می‌باشد. گفتنی است که در این فرمالیسم پارامترهای قابل تنظیمی وجود دارند که با تغییر آنها نسخه‌های متنوعی از

این پتانسیل بوجود آمده است [۲]. لازم به ذکر است که با وجود امکان محاسبه‌ی دقیق قدرت پتانسیل برهم-کنشی اما یکی از زمینه‌های تحقیقاتی به روز در بحث واکنش‌های همجوشی، معرفی فرم‌های پارامترسازی شده‌ی مناسب برای محاسبه‌ی مقادیر ارتفاع و محل شکل‌گیری سد کولنی (V_B و R_B) براساس یک مدل تئوری خاص می‌باشد. بطورکلی، این روابط پارامتری‌سازی شده از دو جهت می‌تواند کارایی بسیاری داشته باشد: یکی رهایی یافتن از محاسبات تحلیلی که بعضاً پیچیدگی زیادی نیز داشته و دیگری تعمیم رفتار مقادیر تئوری R_B و V_B برای نواحی جرمی از هسته‌ها که هنوز ناشناخته مانده‌اند. محققان تاکنون با بکارگیری روش-های متنوع تئوری توانسته‌اند روابط کارایی را برای پارامترسازی مقادیر مذکور در محدوده‌های جرمی مختلف ارائه دهند، بعنوان مثال [۳-۵].

در این مطالعه، قصد داریم تا فرم‌های پارامترسازی شده‌ی را برای محاسبه‌ی محل و ارتفاع سد کولنی این بار در واکنش‌های همجوشی شامل پرتابه‌های سبک پروتون (^1_1H) و هلیوم (^4_2He) با هسته‌های هدف مختلف ارائه دهیم. برای دستیابی به این هدف از سه نسخه‌ی تأیید شده‌ی فرمالیسم مجاورت یعنی AW95 [۶]، Bass80 [۷] و Prox.2010 [۲] در جهت محاسبه پتانسیل هسته‌ای استفاده نموده‌ایم. لازم به ذکر است که روش بکارگرفته شده در این تحقیق برای پارامترسازی رفتار ویژگی‌های سد همجوشی برای اولین بار است که در مورد واکنش‌های با پرتابه‌های پروتون و هلیوم بکار می‌رود. علاوه بر این، در مطالعاتی که تاکنون در این راستا صورت گرفته است دلیل مشخصی برای انتخاب مدل پتانسیل ذکر نگردیده است حال آنکه نتایج بدست آمده در مراجع [۲] کیفیت مدل‌های انتخابی ما را در بازتولید داده‌های تجربی واکنش‌های همجوشی بخوبی تأیید می‌کنند.

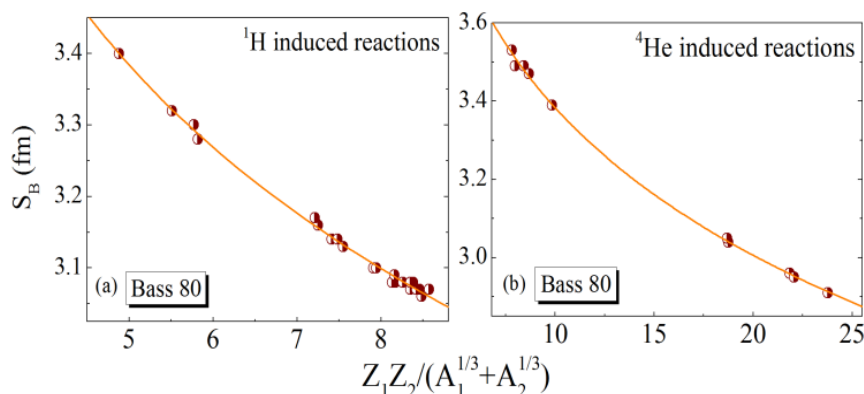
روش کار:

همانطوریکه که در بخش قبل نیز بدان اشاره شد، در این تحقیق محاسبات مربوط به پتانسیل هسته‌ای را براساس سه مدل AW95، Bass80 و Prox.2010 انجام داده‌ایم. علاوه بر این، مطالعه‌ی ما محدود به دو نوع سیستم برهم‌کنشی است؛ ۲۳ واکنش همجوشی با پرتابه‌ی پروتون ($^1_1\text{H} + \text{T}$) و ۱۰ واکنش همجوشی با پرتابه‌ی هلیوم ($^4_2\text{He} + \text{T}$) که هسته‌های هدف در آنها به ترتیب در محدوده‌ی جرمی $130 \leq A_T \leq 51$ و $40 \leq A_T \leq 233$ قرار دارند. در اینجا ذکر این نکته نیز حائز اهمیت است که دسته‌ی اول واکنش‌ها انتخابی در مجموع از لحاظ جرمی نسبت به دسته‌ی دوم سبک‌ترند. برای شروع لازم است تا مقادیر تئوری ارتفاع و

محل سد کولنی سیستم‌های برخوردکننده‌ی مختلف را براساس هر یک از مدل‌های پتانسیل انتخابی محاسبه نمائیم. با معلوم شدن این مقادیر قادر خواهیم بود تا رفتار آنها را برحسب کمیت‌های فیزیکی مناسب مورد ارزیابی قرار دهیم. براساس دیدگاه بکارگرفته شده در مطالعه‌ی حاضر، پارامترسازی رفتار مقادیر R_B بصورت غیرمستقیم و از طریق کمیت شعاع کاهش یافته‌ی S در محل سد کولنی، یعنی $S_B = R_B - R_1 - R_2$ ، صورت می‌پذیرد. در حقیقت، برای دستیابی به این هدف نیاز است تا روند تغییرات S_B ‌های محاسبه شده برای هر دو نوع سیستم همجوشی را برحسب کمیت $Z_1 Z_2 / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ مورد بررسی قرار دهیم.

نتایج:

با رسم مقادیر بدست آمده S_B برحسب کمیت مذکور مشاهده خواهد شد که این مقادیر دارای رفتاری کاهشی و در عین حال غیرخطی هستند که در مورد هر سه مدل پتانسیل مجاورت $AW95$ ، $Bass80$ و $Prox.2010$ صادق می‌باشد. شکل (۱) نتایج این محاسبات را برای یکی از مدل‌های انتخابی، بعنوان مثال $Bass80$ ، نمایش می‌دهد.



شکل (۱): روند تغییرات S_B ‌های محاسبه شده براساس مدل $Bass80$ بصورت تابعی از $Z_1 Z_2 / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ برای واکنش-

های با پرتابه‌های الف (1_1H) و ب (4_2He).

روند تغییرات مقادیر S_B در شکل فوق را می‌توان از طریق رابطه‌ی زیر پارامترسازی نمود،

$$S_B^{par.} = \alpha \exp [-\beta (x - 2)^{\gamma}] \quad (1)$$

که در آن $\chi = Z_1 Z_2 / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$. علاوه بر این، مقادیر بدست آمده برای ثابت‌های α ، β و γ در سیستم‌های شامل پروتون و هلیم در جدول (۱) لیست شده‌اند. با توجه به روابط ارائه داده شده، در نهایت فرم پارامترسازی شده R_B را بصورت زیر معرفی می‌کنیم،

$$R_B^{\text{Par.}} = s_B^{\text{Par.}} + R_1 + R_2 . \quad (2)$$

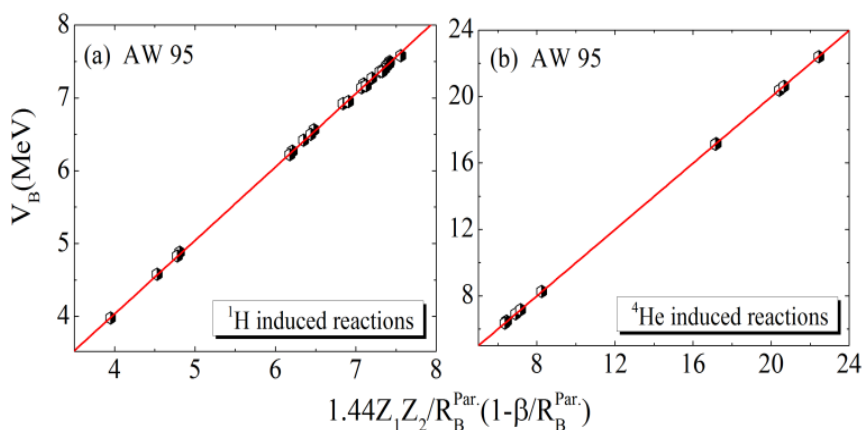
حال براساس رویکرد معرفی شده در مرجع [۸] و همچنین رابطه‌ی فوق، قادر خواهیم بود تا یک رابطه‌ی پارامتری‌سازی شده را برای محاسبه‌ی مقادیر ارتفاع سد کولنی ارائه دهیم.

جدول (۱): لیست مقادیر ثابت‌های α ، β و γ مبتنی بر مدل‌های پتانسیل مختلف و برای هر دو سیستم انتخابی.

Model	α^1	β^1	γ^1	α^2	β^2	γ^2
AW95	۲/۴۴	۰/۰۴	۰/۵۰	۲/۹۴	۰/۰۷	۰/۵۰
Bass80	۵/۳۸	۰/۳۵	۰/۲۵	۵/۷۳	۰/۳۱	۰/۲۵
Prox. 2010	۳/۱۵	۰/۲۰	۰/۵۰	۳/۵۰	۰/۱۳	۰/۵۰

ثابت‌های با بالانویس (۱) و (۲) به ترتیب مختص به سیستم‌های ${}^1_1\text{H} + \text{T}$ و ${}^4_2\text{He} + \text{T}$ می‌باشند.

در این راستا، می‌بایست روند تغییرات مقادیر بدست آمده‌ی این پارامتر مبتنی بر مدل‌های پتانسیل مختلف را برحسب کمیت $1.44Z_1Z_2/R_B^{\text{Par.}}(1 - \delta_2/R_B^{\text{Par.}})$ در هر یک از دو سیستم انتخابی مورد ارزیابی قرار دهیم. نتایج این بررسی را در شکل (۲) بعنوان نمونه برای مدل AW95 ملاحظه می‌نمائید.



شکل (۲): روند تغییرات V_B های محاسبه شده براساس مدل AW95 بصورت تابعی از $1.44Z_1Z_2/R_B^{\text{Par.}}(1 - \beta/R_B^{\text{Par.}})$ برای واکنش‌های با پرتابه‌های الف (${}^1_1\text{H}$) و ب (${}^4_2\text{He}$)

همانگونه که مشاهده می‌شود روند تغییرات مقادیر V_B بصورت خطی-افزایشی است که البته وجود این خاصیت میان هر سه پتانسیل مجاورت مشترک بوده و بواسطه‌ی رابطه‌ی زیر نیز فرمول‌بندی میشود،

$$V_B^{Par.} = \delta_1 \left[\frac{1.44Z_1Z_2}{R_B^{Par.}} \left(1 - \frac{\delta_2}{R_B^{Par.}} \right) \right] \quad (3)$$

که مقادیر ثابت‌های δ_1 و δ_2 در جدول ۲ برای هر دو سیستم مورد نظر لیست شده‌اند.

جدول (۲): لیست مقادیر ثابت‌های δ_1 و δ_2 مبتنی بر مدل‌های پتانسیل مختلف و برای هر دو سیستم انتخابی.

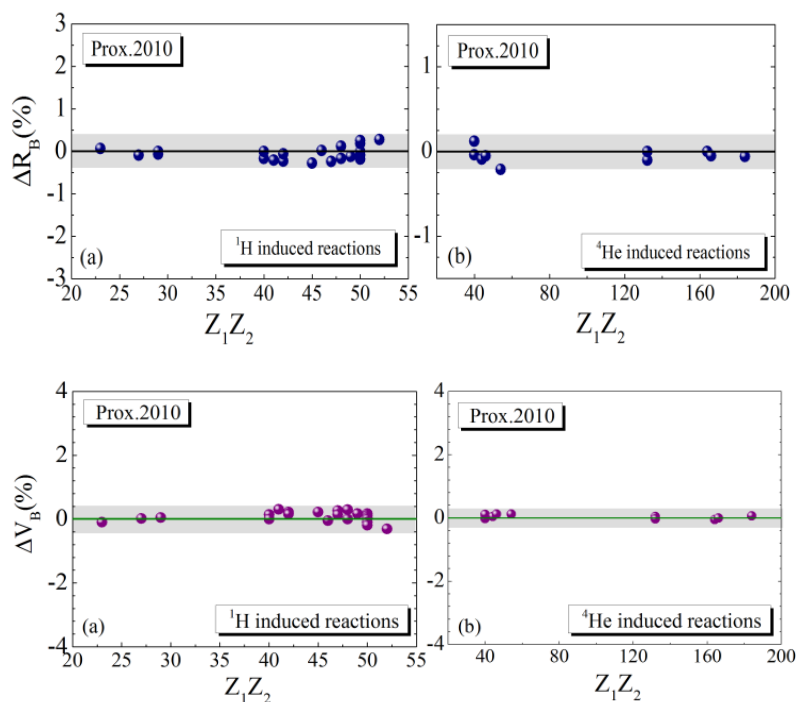
Proximity Model	δ_1^a	δ_2^a	δ_1^b	δ_2^b
AW95	۱/۰۰	۰/۶۰	۰/۹۹	۰/۶۰
Bass80	۰/۹۸	۰/۶۰	۰/۹۸	۰/۶۰
Prox.2010	۰/۹۹	۰/۷۵	۰/۹۹	۰/۷۵

ثابت‌های با بالانویس (a) و (b) به ترتیب مختص به سیستم‌های ${}^1_1\text{H} + \text{T}$ و ${}^4_2\text{H} + \text{T}$ می‌باشند.

برای آگاهی از میزان موفقیت فرمول‌های پیشنهاد شده‌ی (۲) و (۳) در پیش‌بینی مقادیر دقیق ارتفاع و محل سد همجوشی در محدوده‌ی جرمی انتخابی ما، درصد اختلاف نسبی میان داده‌های تئوری و پارامترسازی شده‌ی این کمیت‌ها را محاسبه نموده‌ایم. این محاسبات براساس رابطه‌ی زیر برای هر سه مدل پتانسیل مجاورت انجام شده،

$$\Delta X(\%) = \frac{X^{Par.} - X^{Theor.}}{X^{Theor.}} \times 100 \quad (4)$$

که در آن V_B یا R_B . شکل (۳) نتایج مقادیر تعیین شده‌ی $\Delta R_B(\%)$ و $\Delta V_B(\%)$ را برحسب حاصلضرب Z_1Z_2 هسته‌های مختلف سیستم‌های ${}^1_1\text{H} + \text{T}$ و ${}^4_2\text{He} + \text{T}$ نشان می‌دهد. خاطر نشان می‌کنیم که در این شکل نتایج محاسبات مدل Prox.2010 بعنوان نمونه نمایش داده شده است.



شکل (۳): مقادیر بدست آمده $\Delta R_B(\%)$ و $\Delta V_B(\%)$ مبتنی بر مدل Prox.2010 بر حسب حاصلضرب $Z_1 Z_2$ برای واکنشهای با پرتابه‌های الف (^1_1H) و ب (^4_2He)

باتوجه به نتایج بدست آمده در این قسمت در مجموع می‌توان گفت که میزان دقت فرم پیشنهادی R_B^{Par} در پیش‌بینی مقادیر تئوری محل سد حاصل از هر سه مدل پتانسیل برای واکنش‌های شامل پرتابه‌ی پروتون و هلیم به ترتیب $\pm 0.4\%$ و $\pm 0.24\%$ است. این دقت در مورد داده‌های ارتفاع سد کولنی به ترتیب $\pm 0.45\%$ و $\pm 0.36\%$ می‌باشد. قابل توجه است که نتایج حاصله برای سیستم‌های شامل ^4_2He نسبت به پرتابه‌ی دیگر از کیفیت بالاتری برخوردار هستند. در سال‌های اخیر مطالعات متنوعی در زمینه‌ی پارامترسازی رفتار R_B و V_B در واکنش‌های شامل پرتابه‌های پروتون و هلیم براساس مدل‌های پتانسیل مختلف انجام شده است، بعنوان مثال مراجع [۹،۱۰،۱۱]. در این بخش قصد داریم از میزان دقت رابطه‌ی (۳) در بازتولید مقادیر تئوری ارتفاع سد همجوشی در مقایسه با سایر فرمول‌های پارامترسازی شده‌ای که تاکنون در این زمینه پیشنهاد شده‌اند، آگاهی کسب نمائیم. برای این منظور خطای میانگین مربعات ارتفاع سد، یعنی $\chi_{V_B}^2 = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m [V_B^{\text{Par.}} - V_B^{\text{Theor.}}]^2$ را براساس رویکرد معرفی شده در مقاله‌ی حاضر و همچنین سایر رویکردهای موجود محاسبه

کرده‌ایم. نتایج این محاسبات مقادیر خطا را برای واکنش‌های شامل پروتون مبتنی بر مراجع [۹]، [۱۰] و [۱۱] به ترتیب برابر ۰/۵۹۶، ۳/۲۹۳ و ۰/۱۷۹۸ و برای واکنش‌های شامل هلیم به ترتیب برابر ۰/۵۴۹، ۶/۰۲۵ و ۰/۴۶۰ گزارش می‌دهد. این در حالی است که استفاده از رابطه‌ی (۳) منجر به خطای ۰/۱۶۷ برای سیستم‌های ${}^1_1\text{H} + \text{T}$ و خطای ۰/۱۵۶ برای سیستم‌های ${}^4_2\text{He} + \text{T}$ می‌گردد. این موضوع به نوعی نشان‌دهنده‌ی عملکرد دقیق‌تر فرمول پیشنهادی حاضر در بازتولید داده‌های تئوری V_B نسبت به موارد پیشنهادی در گذشته می‌باشد.

بحث و نتیجه‌گیری

مطالعه‌ی حاضر به معرفی یک رابطه‌ی پارامتری‌سازی شده‌ی مناسب برای تعیین مقادیر ارتفاع و محل سد کولنی در واکنش‌های همجوشی با پرتابه‌های پروتون و هلیم براساس چارچوب پتانسیل مجاورت اختصاص داشت. با مقایسه‌ی مقادیر تئوری و پارامتری‌سازی شده‌ی R_B و V_B در واکنش‌های انتخاب شده در این تحقیق، کیفیت قابل قبول فرمول‌های پیشنهاد شده به تأیید رسید. از دیگر نکات قابل توجه، مطلوب‌تر بودن نتایج بدست آمده در سیستم‌های ${}^4_2\text{He} + \text{T}$ می‌باشد که از لحاظ جرمی نسبت به سیستم‌های ${}^1_1\text{H} + \text{T}$ سنگین‌ترند. بحثی هم مربوط به مقایسه با نتایج تحقیقات گذشته انجام گرفته است که برتری دیدگاه ما را نسبت به سایر روشهای پارامترسازی پیشنهادی در مورد واکنش‌های شامل پرتابه‌های سبک ${}^1_1\text{H}$ و ${}^4_2\text{He}$ آشکار می‌سازد.

مرجع‌ها

- [1] J. Blocki *et al.*, Ann. Phys. (NY) **105**, 427 (1977).
- [2] I. Dutt and R. K. Puri, Phys. Rev. C **81**, 047601 (2010); Phys. Rev. C **81**, 064609 (2010).
- [3] O. N. Ghodsi and R. Gharaei, Phys. Rev. C **86**, 024615 (2012).
- [4] I. Dutt and R. K. Puri, Phys. Rev. C **81**, 064608 (2010).
- [5] Y. Jie-Cheng *et al.*, Chin. Phys. C **38**, 034101 (2014).
- [6] A. Winther, Nucl. Phys. A **594**, 203 (1995).
- [7] R. Bass, Phys. Rev. Lett. **39**, 265 (1977).
- [8] N. G. Nicolis, Eur. Phys. J. A **21**, 265 (2004).
- [9] R. Kumari, R. K. Puri, Nucl. Phys. A **933**, 135 (2015).
- [10] R. Moustabchir and G. Royer, Nucl. Phys. A **683**, 266 (2001).
- [11] R. Kumari and S. Kaur, Chin. Phys. Lett. **31**, 112501 (2014).