

## بررسی فرآیند تولید پوزیترون با استفاده از تابش کانالی ناشی از حرکت الکترون در بلورهای با ساختار الماس

مریم شفیعی سروستانی<sup>۱</sup>؛ حمدالله صالحی<sup>۱</sup>؛ بهنام آزادگان<sup>۲</sup>، سید علی مهدی پور<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه شهید چمران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

<sup>۲</sup>دانشگاه حکیم سبزواری، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

### چکیده:

در روش نامتداول تولید پوزیترون، طیف تابش کانالی (CR) ناشی از حرکت الکترون‌های نسبیتی از بین صفحات (۱۱۰) بلورهای C، Si، Ge و W به یک هدف غیربلورین تنگستنی برخورد کرده و باعث تولید الکترون و پوزیترون می‌شود. سپس با اعمال میدان مغناطیسی، الکترون و پوزیترون از یکدیگر جدا شده و باریکه پوزیترون تولید می‌شود. در این مقاله، محاسبه توزیع انرژی فوتون‌های تابش کانالی با نوشتن کدی به زبان برنامه‌نویسی Mathematica و یافتن مسیر حرکت، سرعت و شتاب الکترون‌ها در چارچوب الکتروپدینامیک کلاسیک صورت گرفته است. در تکمیل مقاله - های قبلی خود، علاوه بر محاسبه طیف تابش کانالی برای زاویه‌های مختلف فرودی، سیم‌لوله‌ای با جزئیات کامل و میدان مغناطیسی آن جهت جمع آوری باریکه پوزیترون به محاسبات افزوده شده است. محاسبات مربوط به پوزیترون و میدان مغناطیسی، با استفاده از ابزار مونت کارلویی GEANT4 انجام شده است.

**کلمات کلیدی:** الکترون، پوزیترون، تابش کانالی، میدان مغناطیسی

### مقدمه:

در روش نامتداول تولید پوزیترون، از یک هدف بلورین به عنوان منبع تولید کننده فوتون و از یک هدف غیربلورین به عنوان منبع تولید پوزیترون استفاده می‌کنند. آزمایشات و تحقیقات متعددی در استفاده از این روش به منظور تولید پوزیترون در بسیاری از مراکز تحقیقاتی انجام شده است [۱-۲]. به منظور بهینه‌سازی نوع و ضخامت بلور تولید کننده فوتون‌های تابش کانالی در روش نامتداول تولید پوزیترون، در نظر گرفتن اثر غیرکانالی الکترون‌های کانالی (Dechanneling) در بلور امری ضروری به نظر می‌رسد. در مقالات گذشته خود، محاسبات مربوط به طیف تابش کانالی صفحه‌ای بدون در نظر گرفتن اثر غیرکانالی [۳-۴] و با در نظر گرفتن اثر غیرکانالی به ازاء زاویه صفر الکترون‌های فرودی [۵] انجام شده است. اما در این مقاله محاسبات تحت زوایای مختلف فرودی، صورت گرفته است. در این پژوهش، از روش‌های عددی به منظور محاسبه پتانسیل‌های یک بعدی صفحه (۱۱۰) بلورهای C، Si، Ge و W استفاده شده است. مسیر حرکت، سرعت و شتاب الکترون‌های کانالی به کمک حل معادلات کلاسیک حرکت در یک بعد در چارچوب الکتروپدینامیک کلاسیک محاسبه شده است. در آزمایش‌های تجربی و شتابدهنده‌های گوناگون [۱،۶]، به منظور جمع آوری ذرات باردار و تولید باریکه موازی از آن‌ها، از مگنت‌های مختلف استفاده شده است. مطالعات دیگری در این

مورد و به منظور افزایش اندازه میدان مغناطیسی، کیفیت باریکه تولیدی و... معطوف به استفاده از میدان مغناطیسی پالسی (استفاده از سیم لوله) شده است [۷]. به همین منظور و در راستای تکمیل پژوهش‌های قبلی خود، در این مقاله اثر میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لوله‌ای با جزئیات کامل، در جمع‌آوری پوزیترون‌های خروجی و موازی کردن باریکه آن‌ها در نظر گرفته شده است. محاسبات عددی مربوط به تابش کانالی، برای بلورها به کمک کد کامپیوتری نوشته شده توسط نویسندگان، به زبان برنامه‌نویسی Mathematica انجام شده است. با توجه به مونت‌کارلویی بودن مرحله بعد، از ابزار GEANT4 جهت شبیه‌سازی فرآیند تولید زوج در هدف غیربلورین تنگستنی به ضخامت ۸ میلی‌متر و جمع‌آوری پوزیترون‌ها توسط میدان مغناطیسی، استفاده شده است.

### روش کار:

در تابش کانالی (Channeling Radiation) صفحه‌ای، ذرات نسبیتی تحت زاویه کوچکی به نام زاویه بحرانی ( $\theta_c$ ) نسبت به صفحات وارد بلور می‌شوند، به دلیل آنکه مولفه طولی سرعت الکترون نزدیک به سرعت نور می‌باشد، صفحات بلور بصورت باردار پیوسته در نظر گرفته می‌شوند. با در نظر گرفتن محور  $x$  به عنوان محور عمود بر صفحه بلورها و تقریب دوپلی-تورنر [۸]. برای پتانسیل، معادله حرکت ذره نسبیتی در مختصات دکارتی و تحت پتانسیل یک بعدی صفحه‌ای  $U(x)$  بصورت زیر است:

$$m\ddot{x}(t) = F = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} \quad (1)$$

که  $m$  جرم سکون و  $\gamma$  ثابت لورنتس است. برای حل معادله (۱) از دو شرط اولیه  $x(0) = x_0$  و  $p_x(0) = p\theta_0$  که به ترتیب نقطه ورود الکترون به بلور و مولفه عمودی اندازه حرکت آن می‌باشند، استفاده می‌کنیم که  $\theta_0$  زاویه الکترون فرودی نسبت به صفحه (۱۱۰) بلورها می‌باشد. انرژی عمودی اولیه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$E_x = \frac{p^2\theta_0^2}{2\gamma m} + V(x_0) \quad (2)$$

برای تابش کانالی صفحه‌ای، فرمول محاسبه انرژی کل تابشی به ازاء واحد طول مسیر و تحت زاویه فضایی  $1/\gamma$  در بلور با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dE}{d\hbar\omega dz} = \frac{e^2}{4\pi^2\hbar c^4} \sum_{n=1}^{\infty} \Theta[1-\eta_n] * \omega \tilde{\omega}^2 (\eta_n^2 - \eta_n + \frac{1}{2}) \cdot |\dot{x}_{\tilde{\omega}}|^2 \quad (3)$$

$$\eta_n = \frac{T\omega}{4\pi\gamma^2 n}; \quad \tilde{\omega} = \frac{2\pi n}{T}; \quad \dot{x}_{\tilde{\omega}} = \int_0^T \dot{x} e^{i\tilde{\omega}t} dt$$

که در این رابطه،  $\Theta[1-\eta_n]$ ، تابع پله‌ای تتا هویساید،  $\dot{x}_{\text{eff}}$  مولفه فوریه سرعت عرضی الکترون و  $\tau$  زمان عبور الکترون از درون بلور می‌باشد. معادله فوکر-پلانک که تحول چگالی احتمال  $F(z, E_{\perp})$  را بر حسب انرژی عرضی و مختصه عمود بر راستای عبور الکترون در داخل بلور نشان می‌دهد، مطابق رابطه زیر نشان داده می‌شود [۹]:

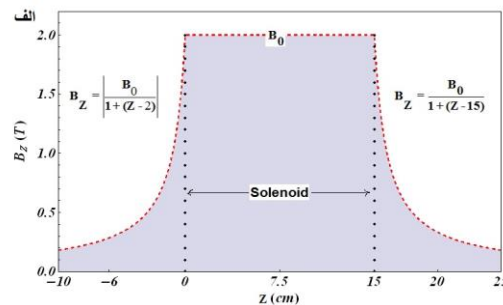
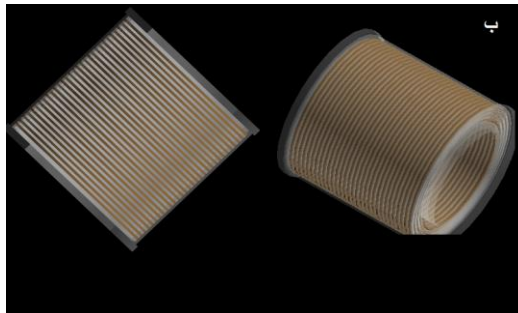
$$\frac{\partial F(z, E_{\perp})}{\partial z} = \frac{\partial^2}{\partial E_{\perp}^2} [D^2(E_{\perp})F(z, E_{\perp})] - \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} [D^1(E_{\perp})F(z, E_{\perp})] \quad (۴)$$

که در آن  $D^2(E_{\perp})$  و  $D^1(E_{\perp})$  به ترتیب ضرائب رانش و انتشار هستند. هر دو این ضرائب با استفاده از تقریب کیتاگاوا-آهتوسکی و با استفاده از انتگرال‌گیری در یک دوره تناوب میانگین‌گیری و محاسبه شده‌اند. در محاسبات چگالی احتمال و طول کانال‌زنی ( $L$ ) نیز در نظر گرفته می‌شود [۵]. پس از محاسبه طیف تابش کانالی کل به ازاء واحد طول بلور (با استفاده از رابطه ۳) و همچنین محاسبه طول کانالی شدن و تابع چگالی احتمال برای هر بلور، با استفاده از رابطه زیر طیف تابش کانالی به ازاء بلورهای ضخیم قابل محاسبه می‌باشد:

$$I_{\text{thick}}(\hbar\omega, E_{\perp}) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dE}{d\hbar\omega\Delta z} F(z, E_{\perp}) dz \quad (۵)$$

روابط بالا برای یک ذره به کار می‌روند. علاوه بر این، میانگین‌گیری روی تمام مسیر الکترون‌ها (به روی تمام انرژی‌های عرضی فرودی)، توزیع ثابتی بر روی تمام نقاط فرودی داخل بلور را منجر خواهد شد.

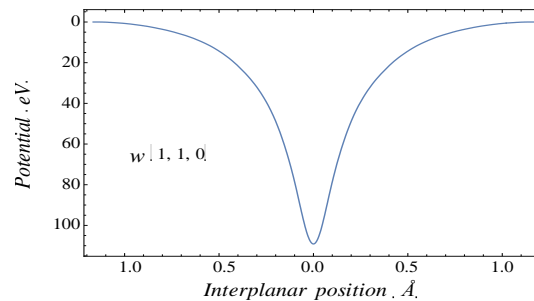
پس از محاسبه طیف تابش کانالی الکترون‌هایی با زوایای فرودی متفاوت و به ازاء صفحه (۱۱۰) بلورهای C، Si، Ge و W، این طیف به عنوان ورودی ابزار GEANT4 داده می‌شود. طیف تابش کانالی، در واقع چشمه فوتونی (با استفاده از کلاس General Particle Source ابزار GEANT4) برای برخورد به هدف غیر بلورین تنگستنی با ضخامت ۸ میلی‌متر در راستای محور Z می‌باشد. سیم‌لوله شبیه‌سازی شده متشکل از رینگ‌های متوالی از جنس مس پیچیده شده به دور لایه‌های پلاستیکی (استوانه‌هایی هم‌مرکز) می‌باشد که بلافاصله پس از هدف تنگستنی قرار دارد (شکل ۱ ب). (محور این سیم‌لوله هم‌جهت با محور Z و مرکز آن در نقطه‌ی  $z = 7.5 \text{ cm}$  قرار دارد). رابطه میدان مغناطیسی سیم‌لوله، در شکل ۱ الف نشان داده شده است. طیف انرژی و پراکندگی زاویه‌ای پوزیترون‌ها پس از گذر از سیم‌لوله به عنوان خروجی کد GEANT4 گزارش شده است.



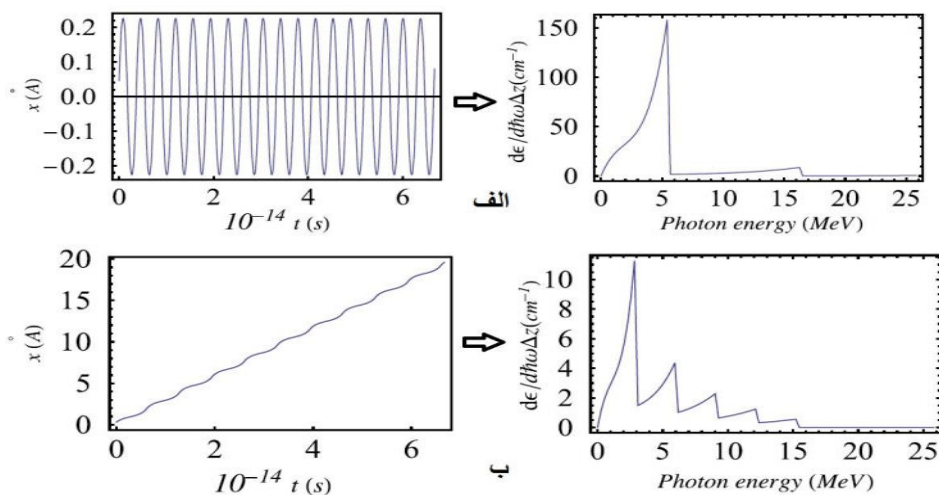
شکل ۱: الف) تابع تابش میدان مغناطیسی سیم‌لوله به طول ۱۵ cm ب) جزئیات سیم‌لوله شبیه‌سازی شده.

### نتایج :

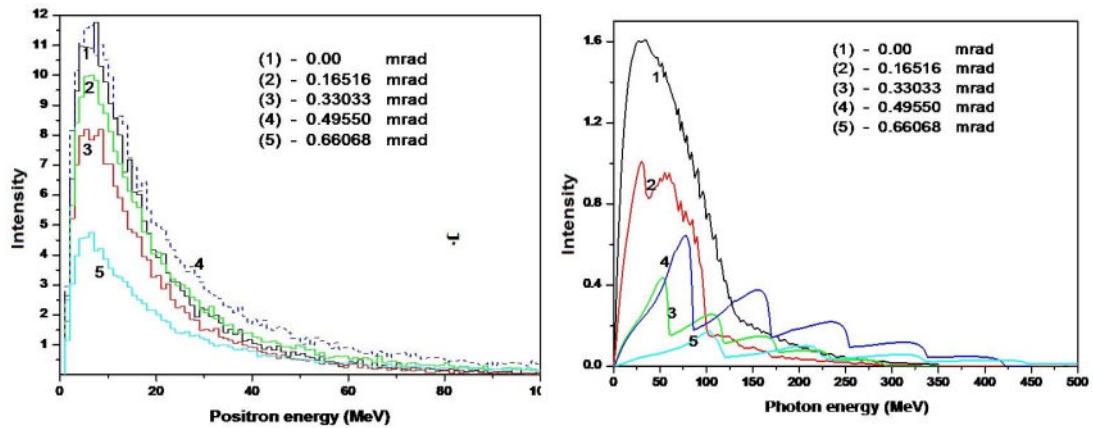
پتانسیل صفحه (۱۱۰) بلورهای مختلف با استفاده از تقریب دویلی-تورنر و بسط سری فوریه، به کمک کد نوشته شده محاسبه شده که عمیق‌ترین آن‌ها مربوط به بلور تنگستن است که در شکل ۱ نشان داده شده است. شکل ۳ نشان دهنده مسیر حرکت برای دو الکترونی می‌باشد که به هنگام عبور خود از میان صفحات بلور W، اندازه پتانسیل‌های متفاوتی را احساس می‌کنند. همچنین طیف تابش کانالی متناظر با هر یک از این دو الکترون نیز در این شکل رسم شده است.



شکل ۲: پتانسیل پیوسته محاسبه شده برای الکترون‌های کانالی تحت صفحه (۱۱۰) بلور W.

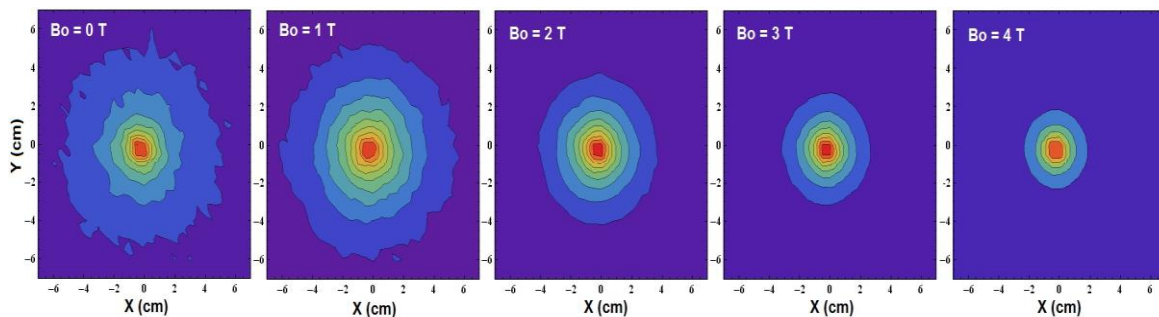


شکل ۳: قسمتی از مسیر حرکت الکترون با انرژی ۸۰۰ MeV و زاویه فرودی  $1/20c$  و طیف تابش کانالی متناظر با آن برای بلور Si، الف) الکترونی که عمق پتانسیل صفحه بلور را احساس می‌کند و حرکت تناوبی کامل دارد، ب) الکترونی که پتانسیل کمتری را احساس می‌کند.

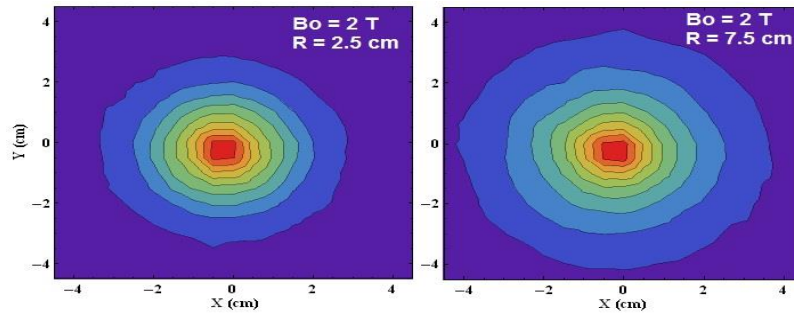


شکل ۴: الف) نمودار طیف تابش کانالی الکترون‌هایی با انرژی ۲ GeV در زوایای مختلف (۰، ۱، ۱.۵ و ۲ برابر  $\theta_c = 0.33033$  mrad) فرودی تحت صفحه (۱۱۰) بلور W با طول کانالزنی  $2.82 \mu\text{m}$  (ب) طیف انرژی پوزیترون‌های تولیدی.

پس از محاسبه ضرایب رانش  $D^1(E_{\perp})$ ، انتشار  $D^2(E_{\perp})$  و توزیع چگالی احتمال اولیه  $F_0(E_{\perp})$  بر حسب  $E_{\perp}$  برای بلورهای مختلف، با استفاده از رابطه (۴) معادله فوکریلانک محاسبه شده است. به عنوان نمونه، طیف تابش کانالی الکترون‌های ۲ GeV در زوایای مختلف فرودی، برای بلور W در شکل ۴ نشان داده شده است. محاسبات مربوط به دو حالت: اثر تغییر اندازه میدان سیم‌لوله و تغییر شعاع آن بر پراکندگی پوزیترون‌های تولیدی در فاصله ۲۵ cm از انتهای سیم لوله، در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. چشمه ورودی ابزار GEANT4 در محاسبات این شکل‌ها، طیف تابش کانالی الکترون ناشی از صفحه (۱۱۰) بلور Ge می‌باشد.



شکل ۵: پراکندگی (تعداد) پوزیترون‌ها در فاصله ۲۵cm بعد از انتهای سیم‌لوله، به ازاء مقادیر مختلف میدان مغناطیسی



شکل ۶: پراکندگی (تعداد) پوزیترون‌ها در فاصله ۲۵cm بعد از انتهای سیم‌لوله، به ازاء مقادیر مختلف شعاع سیم‌لوله.

### بحث و نتیجه‌گیری :

با توجه به شکل ۳ می‌توان دریافت، الکترونی که تحت تاثیر پتانسیل عمیق‌تری (شکل ۳ الف) قرار گرفته است، مقید به حرکت در کانال بوده و دارای تناوب بیشتر و طیف تابشی با پیک‌های کمتر (تک انرژی‌تر) می‌باشد. الکترون دیگر (شکل ۳ ب) در مسیر حرکت خود از بین صفحات مجاور نیز عبور کرده و دچار پراکندگی از این صفحات نیز می‌شود که این موضوع سبب خواهد شد گستردگی طیف تابشی بیشتری داشته باشد. نتایج شکل ۴ الف نشان می‌دهد که با افزایش زاویه فرودی الکترون‌ها نسبت به صفحه (۱۱۰) بلور، دامنه طیف تابش کانالی به انرژی‌های بالاتر منتقل خواهد شد و پراکندگی طیف تابش کانالی بیشتر می‌شود. منحنی‌های شکل ۴ ب نشان می‌دهد که بیشترین شدت طیف انرژی پوزیترون‌های تولید شده، مربوط به زاویه فرودی  $1.5\theta_c$  الکترون‌ها می‌باشد. با افزایش زاویه فرودی الکترون‌ها به زوایای خیلی بزرگتر رفته رفته الکترون‌ها از رفتار تناوبی خود خارج شده افت شدیدی در شدت طیف تابشی ایجاد خواهد شد که به نوبه خود سبب کاهش شدت تولید پوزیترون می‌شود. نتایج موجود در شکل ۵ نشان می‌دهد که افزایش اندازه میدان مغناطیسی سپس جمع‌آوری و موازی کردن پوزیترون بیشتری در یک فاصله مشخص خواهد شد، که با توجه به کیفیت و شدت مورد نیاز باریکه پوزیترون، میدان مغناطیسی پالسی قابل تنظیم است. همچنین با توجه به شکل ۷ ملاحظه می‌شود در شرایط یکسان (میدان مغناطیسی، مکان سیم‌لوله نسبت به هدف تنگستنی و...) افزایش شعاع سیم‌لوله تا حدودی بر موازی‌سازی باریکه پوزیترون‌های تولید شده خواهد داشت.

تاکنون مطالعه دقیقی بر روی محاسبات عددی تولید تابش کانالی به ازاء زوایای مختلف فرودی و با در نظر گرفتن اثر غیرکانالی الکترون صورت نگرفته است. در اکثر شتاب دهنده‌های دنیا صرفاً آزمایشات تجربی جهت استفاده از تابش کانالی صورت گرفته است. در این تحقیق با استفاده از محاسبات در چارچوب الکتروپدینامیک کلاسیک و همچنین محاسبات مونت‌کارلو سهم این عوامل در ایجاد طیف انرژی کل

پوزیترون‌ها را محاسبه نمودیم. ملاحظه شد با افزایش زاویه فرودی الکترون تا ۱.۵ برابر زاویه بحرانی شدت طیف تابش کانالی و در نتیجه شدت پوزیترون تولیدی افزایش می‌یابد. همچنین تاثیر استفاده از میدان مغناطیسی پالسی با شبیه‌سازی یک سیم‌لوله با جزییات کامل و اضافه نمودن آن به مراحل و کدهای قبلی تحقیق، مورد بررسی قرار گرفت. در تحقیقات بعدی قصد داریم، بهینه‌سازی تولید پوزیترون را به ازاء اثر غیرکانالی الکترون‌ها برای محورهای مختلف بلورها (تابش کانالی محوری) انجام دهیم.

مراجع :

- [1] Chehab R. et al; "*Phys. Lett. B*", **41**, 2002.
- [2] Artru X. et al; "*Nucl. Instrum. Methods B*"; **201**, 2003.
- [3] B. Azadegan, A. Mahdipour, "*Nucl. Instrum. Methods B*", **316**, 2013.
- [4] B. Azadegan, W. Wagner, "*Nucl. Instrum. Methods B*", **342**, 2015.
- [۵] مهدی‌پور، سیدعلی؛ آزادگان، بهنام؛ آزادگان، شفیعی سروستانی؛ مریم، "بیست و یکمین کنفرانس هسته-ای ایران"، اصفهان، ۱۳۹۳.
- [6] T. Suwada, et. al, "*Phys. Rev. Accel. Beams*", **10**, 2007.
- [7] I. Hofmann, et al, "*Nucl. Instrum. Methods A*", **681**, 2012.
- [8] P.A. Doyle, P.S. Turner; "*Acta Crystallogr. A: Cryst. Phys. Differ. Theor. Gen. Crystallogr*"; **24**, 1968.
- [9] Backe H, Kunz B, Lauth W, Rueda A; "*Nucl. Instrum. Methods B*"; **266**, 2008.