



چگالی حالتهای مدل گاز فرمیونی پس‌رانده با استفاده از جمله زوجیت وابسته به دما:

چگالی حالتهای ^{94}Mo

سید علیرضا علوی، وحید دهقانی*

دانشگاه سیستان و بلوچستان، دانشکده علوم، گروه فیزیک.

چکیده:

در این مقاله با در نظر گرفتن بستگی دمایی برای جمله انرژی زوجیت در رابطه چگالی حالتهای مدل گاز فرمیونی پس‌رانده سعی در اصلاح این مدل داریم. شیوه بستگی به دما براساس مدل اصلاح شده گینزبرگ-لانداو در نظر گرفته شده است و نتایج محاسبات در مورد هسته ^{94}Mo به عنوان یک مثال نشان داده شده است. نتایج بیانگر آن هستند که با بکارگیری این روش می‌توان چگالی ترازهای انرژی هسته ای را بدون نیاز به برازش با داده های تجربی با دقت خوبی محاسبه کرد.

کلمات کلیدی: چگالی تراز، گاز فرمیونی، زوجیت.

مقدمه:

چگالی حالتهای هسته ای یکی از پارامترهای اساسی نظریه بر هم کنشهای هسته ای است و با توجه به نقش کلیدی آن از آغاز فیزیک هسته ای همواره جستجو برای یافتن روشهایی جهت محاسبه آن وجود داشته است. مدل گاز فرمیونی بر اساس فرمیون بودن نوکلئونها اولین روش مورد استفاده در این مسیر بود [۱] که به واسطه سادگی هنوز هم موارد استفاده زیادی دارد. با توجه به اینکه اساس این مدل در بیش از ۵۰ سال قبل ریخته شده است دارای کاستی هایی از قبیل در نظر نگرفتن نقش اثر زوجیت بین نوکلئونها، نادیده گرفتن آثار تجمعی و پوسته‌ای می باشد. در نتیجه وجود این نواقص در مدل اولیه مدل گاز فرمیونی پس‌رانده [۲] معرفی شد که با در نظر گرفتن یک جمله جابجایی در انرژی سهم اثر زوجیت و آثار تجمعی را به طور تقریبی لحاظ می نمود. نکته ای که در این اصلاحات در نظر گرفته نشده است بستگی اثر زوجیت به دما یا به عبارتی به انرژی برانگیختگی می باشد. با توجه به مدل های میکروسکوپی که در زمینه بررسی اثر زوجیت بین فرمیونها کاربرد دارند از قبیل مدل های باردین-کوپر-شریفر (BCS) [۳]، لپیکین-نوگامی [۴] و تقریب فاز ایستایی (SPA) [۵] و همچنین مدل

های ترمودینامیکی مانند مدل گینزبرگ-لانداو اصلاح شده [۶] مشخص شده است که اثر زوجیت بین فرمیونها با افزایش دما کاهش می‌یابد. بنا براین با داشتن این پیش زمینه از مدل‌های یاد شده به نظر می‌رسد یک روش بهینه کردن مدل گاز فرمیونی جابجا شده به عقب وارد نمودن جمله زوجیت وابسته به دما می‌باشد.

شیوه بستگی دمایی انرژی زوجیتی که در مقاله حاضر انتخاب شده است بر پایه نظریه اصلاح شده گینزبرگ-لانداو [۶] می‌باشد. به این معنی که با توجه به همسانی پارامتر نظم در این مدل با پارامتر گاف مدل BCS از بستگی دمایی این پارامتر نظم استفاده شده است.

در ادامه مقاله ابتدا به بیان چگونگی محاسبه دما با استفاده از چگالی حالت‌های هسته ای می‌پردازیم و سپس با انجام محاسبات برای هسته ^{94}Mo به عنوان یک نمونه به طور کمی به بررسی تاثیر استفاده از انرژی زوجیت وابسته به دما می‌پردازیم.

مبانی نظری:

رابطه ای که از مدل گاز فرمیونی پس‌رانده برای چگالی حالات بدست می‌آید به صورت زیر است [۲]

$$\rho(E) = \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{e^{2\sqrt{aU}}}{a^4 U^{\frac{5}{4}}} \quad (1)$$
$$U = E - \Delta + c$$
$$\sigma^2 = 0.0888A^{2/3}\sqrt{aU}$$

در روابط بالا Δ انرژی زوجیت، c پارامتر انتقال به عقب که سهم آثار تجمعی را در خود جای داده، a پارامتر چگالی ترازاها، σ^2 پارامتر قطع اسپین و A عدد جرمی هسته مورد نظر است. در این مقاله به منظور مطالعه تاثیر وابستگی دمایی انرژی زوجیت بر نتایج از جمله پس‌ران صرف نظر می‌شود و سعی می‌شود تاثیر این پارامتر با فرمالیزم وابسته به دما جبران شود.

با نسبت دادن بستگی دمایی به پارامتر زوجیت، به شکل پارامتر نظم مدل اصلاح شده گینزبرگ-لانداو $\Delta(T)$ ، [۶] به شکل زیر نوشته می‌شود:

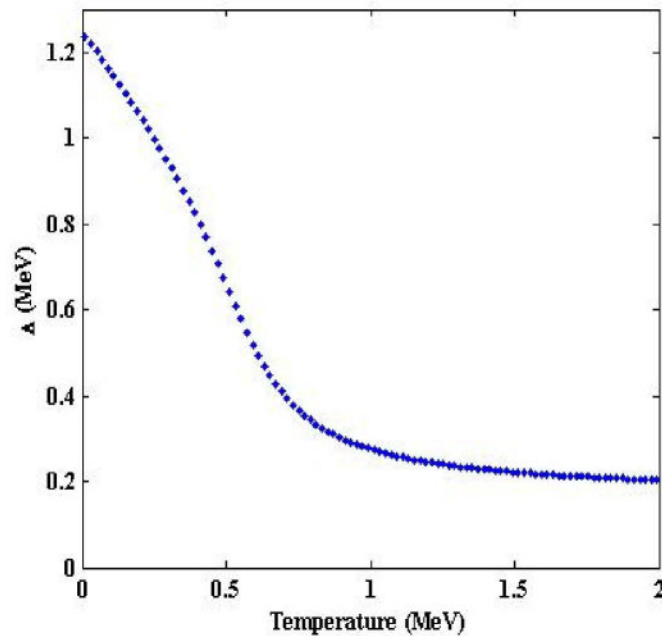
$$\Delta(T) = \frac{T_c \pi^2 \int_0^\infty \lambda^{\frac{1}{2}} e^{-\left(\pi \sqrt{\frac{\bar{b}}{t\delta}} \lambda + \frac{\pi(t-1)}{2\sqrt{tb\delta}}\right)^2} d\lambda}{\sqrt{\frac{\delta\pi}{2\bar{b}}} t \left(1 \pm \operatorname{erf}\left(\left|\frac{\Delta t}{t^2}\right|\right)\right)}, \quad (2)$$

که در رابطه فوق δ فاصله ترازهای تک ذره ای، β_c عکس دمای بحرانی، erf تابع خطا، $t = \frac{T}{T_c}$ ،
 $\bar{\Delta t} = \frac{1}{2} \pi(t-1)/(b\delta)^{\frac{1}{2}}$ ، $\bar{\delta} = \delta/k_B T_c$ ، $\bar{b} = 0.526$

با توجه به رابطه چگالی حالتها و دما در مکانیک آماری این کمیت ها با رابطه زیر به هم مرتبط می باشند [۷]:

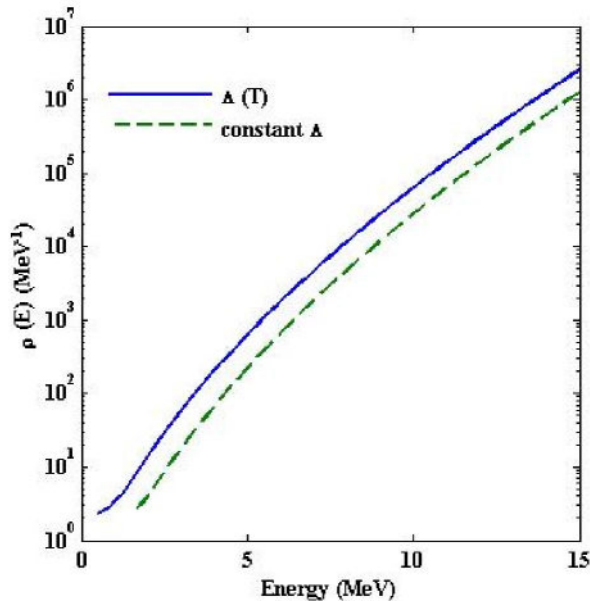
$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE} = \frac{d \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)}{dE} \quad (3)$$

که در این رابطه S آنتروپی، و ρ_0 ثابتی است که به منظور بدون بعد شدن درون لگاریتم استفاده می شود و در نتیجه مشتق گیری بدون تاثیر است. در رابطه بالا ثابت بولتزمن برابر با یک در نظر گرفته شده است.



شکل ۱. نمودار انرژی زوجیت بر حسب دما برای هسته ^{94}Mo .

روش محاسبات و نتایج:



شکل ۲. تغییرات چگالی حالات بر حسب انرژی. چگالی حالات با در نظر گرفتن مقدار ثابت انرژی زوجیت (خط چین) و انرژی زوجیت وابسته به دما (خط) رسم شده اند.

در مراجع [۸ و ۹] نشان داده شده است که با تقریب خوبی رابطه بالا را می توان به صورت زیر تقریب زد

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE} \approx \frac{dS}{dU} = \frac{d \ln \rho}{dU} \quad (۴)$$

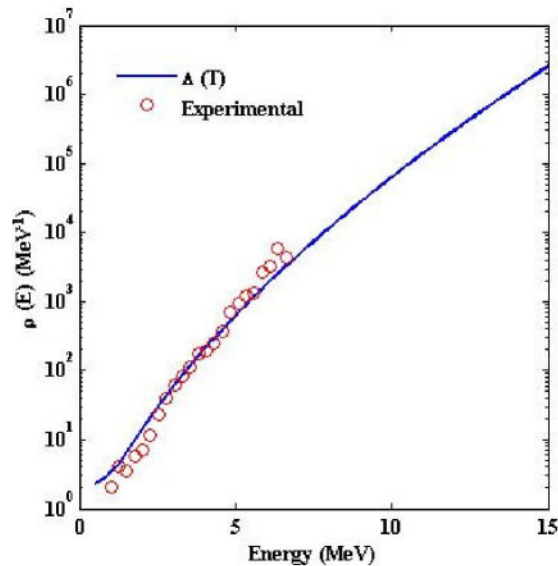
و با استفاده از رابطه چگالی حالت‌های گاز فرمیونی پس رانده (۱) به رابطه زیر می رسیم [۸]:

$$\frac{1}{T} \approx \left(\sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U} \right)$$

حال با حل این معادله در هر دمای مشخص می توان مقدار U را مشخص نمود و سرانجام با استفاده از رابطه $U = E - \Delta$ مقدار انرژی را در هر دما محاسبه نمود. به این ترتیب می توان با داشتن U و E در هر دما به محاسبه چگالی ترازاها در هر دما یا به عبارتی در هر انرژی پرداخت.

در شکل (۱) جمله انرژی زوجیت برای هسته ^{94}Mo به صورت تابعی از دما رسم شده است. لازم به ذکر است که جهت تطبیق بهتر نتایج با مدل قطره مایعی، انرژی زوجیت وابسته به دما به گونه ای بهنجار شده است که در

دمای صفر با $\frac{12}{\sqrt{A}}$ تطابق داشته باشد. دلیل استفاده از این هسته زوج-زوج بودن آن و در نتیجه امکان انتخاب آسان مقدار انرژی زوجیت با استفاده از مدل قطره مایعی در دمای صفر می باشد (اگر به جای این هسته یک هسته زوج-فرد انتخاب می شد طبق مدل قطره مایعی مقدار صفر در دمای صفر به انرژی زوجیت بایستی نسبت داده می شد). در این محاسبات مقدار دمای بحرانی با استفاده از رابطه $T_c \approx 0.57\Delta(0)$ ، که از مدل BCS حاصل شده است، و مقدار فاصله ترازهای تک ذره ای با استفاده از مرجع [۱۰]، $d = 0.15$ جایگذاری شده است. همان گونه که مشاهده می شود انرژی زوجیت به صورت پیوسته با افزایش دما کاهش می یابد که این رفتار با انتظاری که از یک سیستم محدود [۶] داریم یعنی عدم وجود دمای بحرانی در این کمیت تطابق دارد.



شکل ۳. چگالی ترازهای تجربی و محاسبه شده هسته ^{94}Mo . داده های تجربی از مرجع [۱۱] و مقادیر محاسبه شده با استفاده از انرژی زوجیت وابسته به دما محاسبه شده است.

شکل (۲) تفاوت بین چگالی حالت های هسته ای محاسبه شده با انرژی زوجیت وابسته به دما و ثابت را نمایش می دهد. با توجه به این نمودار می توان دید که رفتار چگالی حالات در دو شیوه با هم متفاوت است و به واسطه کم شدن اثر زوجیت در دماهای بالا دو نمودار با هم تفاوت دارند و فرمول بندی وابسته به دما در هر انرژی مقدار بیشتری را برای چگالی حالات پیش بینی می کند. مقدار پارامتر چگالی ترازها در این دو نمودار مقدار $\frac{A}{10} = 9.4$ است.

در شکل (۳) نمودار چگالی حالت‌های تجربی هسته ^{94}Mo [۱۱] و با استفاده از فرمول بندی ارائه شده در این نوشتار رسم شده است. می‌توان دید که نتایج بدست آمده با داده‌های تجربی همخوانی خوبی دارند. نکته مهم در این نتیجه این است که در این محاسبات از برازش ثابت‌ها با داده‌های تجربی مستقیماً استفاده نشده است و از نتایج برازش‌هایی که در حالت کلی در مقالات دیگر استفاده شده‌اند و همچنین بر پایه محاسبات نظری نتایج بدست آمده‌اند. در مراجع [۹ و ۸] محاسبات تقریباً مشابهی برای شمار دیگری از هسته‌ها انجام گرفته‌اند که همگی در حالت کلی با نتایج این مقاله همخوانی دارند.

نتیجه‌گیری:

در این مقاله سعی شده است با نسبت دادن بستگی دمایی به انرژی زوجیت در مدل گاز فرمیونی پس‌رانده یکی از نواقص این مدل را برطرف نماییم. با در نظر گرفتن بستگی دمایی به شکل پارامتر نظم نظریه اصلاح شده گینزبرگ-لانداو برای انرژی زوجیت به محاسبه چگالی ترازهای مدل گاز فرمیونی پس‌رانده پرداختیم. نتایج محاسبات در مورد هسته ^{94}Mo به عنوان یک مثال نشان‌دهنده تطابق خوب این محاسبات با داده‌های تجربی است.

مراجع:

- [1] H. Bethe, Nuclear Physics B. Nuclear Dynamics, Theoretical, Rev. Mod. Phys. 9, 69 (1937).
- [2] A.J. Koning, S. Hilaire, S. Goriely, Global and local level density models, Nucl. Phys. A 810 13 (2008).
- [3] L.G. Moretto, Statistical description of a paired nucleus with the inclusion of angular momentum, Nucl. Phys. A 185, 145 (1972).
- [4] N. D. Dang, Influence of Particle Number Fluctuations and Vibrational Modes on Thermodynamic Characteristics of a Hot Nucleus, Z. Phys. A335 253 (1990).
- [5] P. Arve, G. F. Bertsch, B. Lauritzen, and G. Puddu, Static Path Approximation for the Nuclear Partition Function, Ann. Phys. (NY) 183, 309 (1988).
- [6] P. Mohammadi, V. Dehghani, A.A. Mehmandoost-Khajeh-Dad, Applying modified Ginzburg-Landau theory to nuclei, Phys. Rev. C 90, 054304 (2014).
- [7] A. J. Cole, Statistical Models for Nuclear Decay (IOP Philadelphia 2000).
- [8] S. A. Alavi and V. Dehghani, Back shifted Fermi gas model with temperature dependent pairing energy: Thermal properties of ^{98}Mo , Int J of Mod Phys E 25, 1650065 (2016).

- [9] V. Dehghani and S.A. Alavi, Nuclear level density of even-even nuclei with temperature-dependent pairing energy, Eur. Phys. J. A 52, 306 (2016).
- [10] T. Ericson, The statistical model and nuclear level densities, Adv. Phys. 36, 425 (1960).
- [11] H. Utsunomiya et al., Photoneutron cross sections for Mo isotopes: A step toward a unified understanding of (γ, n) and (n, γ) reactions, Phys. Rev. C 88, 015805 (2013).