



## حل هامیلتونین هسته‌های سنگین با استفاده از تقارن گروه جبر $Su(1,1)$ سیده زهره آقامیری\*

سازمان انرژی اتمی ایران، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای

### چکیده

یکی از روش‌های موفق در حل هسته‌های سنگین در انرژی‌های تحریک پائین، مدل جمعی بوهر است که نتایج بدست آمده از این مدل، با تقریب خوبی با سایر مدل‌ها و داده‌های تجربی مطابقت دارد. در این مقاله طیف کامل انرژی شامل طیف دورانی - نوسانی را به روش عملگری برای هسته‌های سنگین با پتانسیل (اندرکنش) دیویدسون بدست می‌آوریم و نشان می‌دهیم، الف: جبر مولد طیف آن  $Su(1,1) \times So(5)$  می‌باشد. ب: با استفاده از این روش می‌توان روابط انرژی برای حالت‌ها را با نمایش‌های کاهش ناپذیر  $Su(1,1) \times So(5)$  بدست آورد. ج: نتایج تحلیلی با روش‌های تقارن دینامیکی در مدل قطره - مایع هسته‌ای نیز قابل محاسبه می‌باشد.

### مقدمه

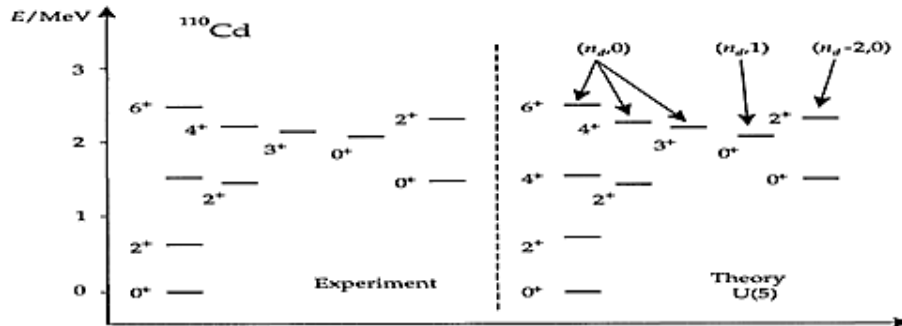
در طیف تحریکی هسته‌های سنگین در بازه انرژی‌های کم، ساختار بانندی مشخصی دیده می‌شود که با ارتعاشات و چرخش‌های سطح هسته در مدل جمعی تفسیر می‌شود. اساس این مدل، قطره - مایع می‌باشد که هسته به عنوان مایعی تراکم ناپذیر، ایده‌آل و غیر چرخشی که حجم و چگالی ثابت دارد در نظر گرفته می‌شود [۱]. ویژگی مشخص این مدل جبری این است که یک فضای برداری ۶ بعدی را ایجاد می‌کند که به منظور طبقه‌بندی حالات و ساخت پایه‌های هامیلتونین به همه زیر جبرهای، جبر  $U(6)$  دسترسی داریم. با توجه به نوع پتانسیل بکار رفته در هامیلتونین، زنجیره‌هایی که شامل جبر چرخشی  $SO(3)$  باشد را در نظر می‌گیریم. هامیلتونین بوهر می‌تواند طیف انرژی هسته را که دارای حرکت نوسانی و دورانی است، بدست دهد. این هامیلتونین با پتانسیل دیویدسون تحت تقارن جبر  $U(5)$  ناورداست و تحت گروه جبر  $So(5)$  دارای تقارن می‌باشد.

$$U(6) \begin{cases} U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \\ U(3) \supset Su(3) \supset So(3) \supset So(2) \\ So(6) \supset So(5) \supset So(3) \supset So(2) \end{cases}$$

بعنوان نمونه طیف انرژی هسته‌های  $^{156}Gd$ ،  $^{110}Cd$  و  $^{196}Pt$  با استفاده از تقارن‌های جبری  $U(5)$ ،  $Su(3)$  و  $O(6)$  در حالت تجربی و تئوری در شکل‌های زیر آورده شده است.

در شکل (۱) طیف‌های حاصل از روش تئوری و آزمایشی مقایسه شده‌اند. نسبت انرژی تراز دوم به تراز اول،

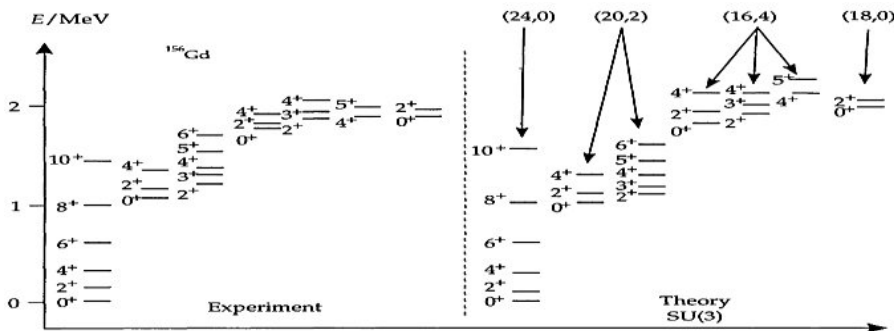
$$R_4 = \frac{E_{04} - E_{00}}{E_{02} - E_{00}} = 2 \text{ است [۲،۳،۴].}$$



شکل (۱)

در شکل (۲) طیف انرژی این زنجیره مشابه طیف انرژی یک چرخنده است. نسبت انرژی در این حد  $R_4=3.33$

است. بنابراین این زنجیره به حد چرخنده معروف است [۲،۳،۴].

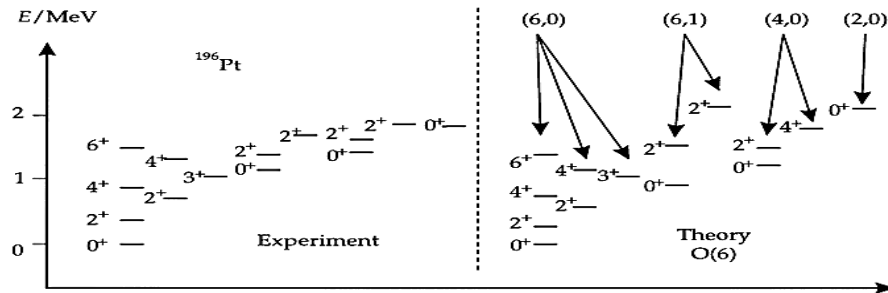


شکل (۲)

طیف انرژی حد  $O(6)$  و طیف انرژی‌ای که از تجربه بدست آمده در شکل (۳) مقایسه شده است. این طیف

انرژی نیز مشابه طیف انرژی هسته مستقل از  $\gamma$  در مدل هندسی است. نسبت انرژی در این طیف  $R_4=2.5$  است

و این زنجیره حد هسته مستقل از  $\gamma$  می‌باشد [۲،۳،۴].



شکل (۳)

### روش کار

دستگاه مختصاتی که هامیلتونین هسته را در آن بررسی می‌کنیم دستگاه متصل به هسته، پنج بعدی و غیر متعامد است. در هامیلتونین بوهر متغیر دینامیکی  $r$  اسکیل هسته و متغیر دینامیکی  $\gamma$  میزان انحراف هسته از تقارن محوری می‌باشد و  $\theta_i$  ها زوایای اوپلر می‌باشند. با در نظر گرفتن کند رفتار بودن متغیر دینامیکی  $r$  در مقایسه با متغیر دینامیکی  $\gamma$  این هامیلتونین را با تقریب آدیاباتیک حل می‌کنیم. هامیلتونین بوهر به شکل زیر می‌باشد:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} r^4 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right) + \sum_k \frac{L_k^2}{2g_k} + V(r, \gamma) \quad (1)$$

$\gamma$  و  $\Gamma$  متغیرهای دینامیکی در مختصات جمعی در سیستم متصل به هسته می‌باشند. در این مقاله پتانسیل  $V(\Gamma, \gamma)$  را پتانسیل دیویدسن که بصورت پتانسیل مستقل از  $\gamma$  می‌باشد [۵]، در نظر می‌گیریم. نتایج بدست آمده از این مدل با نتایج تجربی بدست آمده از حد مستقل از  $\gamma$  مدل IBM توافق دارد. پتانسیل دیویدسن بصورت زیر می‌باشد.

$$V(q) = \frac{1}{2} m \omega \left( q \cdot q + \frac{\epsilon}{q \cdot q} \right) \quad (2)$$

$$q_v = r \cos \gamma D_{0v}^2(\Omega) + \frac{1}{\sqrt{2}} r \sin \gamma [D_{2v}^2(\Omega) + D_{-2v}^2(\Omega)] \quad (3)$$

$\Omega$  زاویه‌های اوپلر می‌باشند.

$$q \cdot q = \sum_v q_v \cdot q_v = r^2 \quad (4)$$

طیف انرژی و ویژه توابع هامیلتونین این پتانسیل را می‌توان هم به روش تحلیلی و هم به روش جبری، بطور دقیق محاسبه کرد. با استفاده از تقارن دینامیکی طیف انرژی و ویژه توابع انرژی را محاسبه می‌کنیم.

### محاسبه طیف انرژی

با توجه به جبر  $So(5) \supset U(5)$ ، قسمت دورانی و زاویه‌ای  $\gamma$ ، عملگر کازیمیر گروه  $So(5)$  می‌باشد [۶]. با جایگذاری ویژه مقدار این عملگر کازیمیر، رابطه (۱) به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$\psi(r, \gamma, \theta_i) = R(r)\varphi(\gamma, \theta_i) \quad (۵)$$

$$\left[ -\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{8} \sum_k \frac{L_k^2}{\sin^2 \left( \gamma - \frac{2\pi k}{3} \right)} \right] \varphi(\gamma, \theta_i) = v(v+3)\varphi(\gamma, \theta_i) \quad , v = 0, 1, 2, \dots \quad (۶)$$

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} r^4 \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} v(v+3) - \frac{m\omega}{\hbar} \left( r^2 + \frac{\varepsilon}{r^2} \right) \right] \quad (۷)$$

مولدهای گروه  $Sp(1, R)$  و روابط جابجائی مولدهای گروه  $Sp(1, R)$

$$\hat{z}_1 = p^2 + \frac{\hbar^2 \varepsilon}{r^2} \quad , \quad \hat{z}_2 = r^2 \quad , \quad \hat{z}_3 = \frac{1}{2} (r \cdot p + p \cdot r) \quad (۸)$$

$$[z_1, z_2] = -4i\hbar z_3 \quad , \quad [z_3, z_1] = 2i\hbar z_1 \quad , \quad [z_3, z_2] = -2i\hbar z_2 \quad (۹)$$

گروه  $Su(1, 1)$  و  $Sp(1, R)$  ایزومرفند،  $Sp(1, R) \sim Su(1, 1)$ ، می‌توان با تبدیل پایه‌های گروه  $Sp(1, R)$  پایه‌های گروه  $Su(1, 1)$  را ساخت [۵].

مولدهای گروه  $Su(1, 1)$

$$x_1 = \frac{1}{4\hbar} \left( az_1 - \frac{z_2}{a} \right) \quad , \quad x_2 = \frac{z_3}{2\hbar} \quad , \quad x_3 = \frac{1}{4\hbar} \left( az_1 + \frac{z_2}{a} \right) \quad (۱۰)$$

روابط جابجائی مولدهای گروه  $Su(1, 1)$

$$[x_1, x_2] = -ix_3 \quad , \quad [x_2, x_3] = ix_1 \quad , \quad [x_3, x_1] = ix_2 \quad (۱۱)$$

عملگرهای بالا برنده و پایین آورنده به این صورت تعریف می‌شوند:

$$x_{\pm} = x_1 \pm ix_2 \quad , \quad x_0 = x_3 \quad (۱۲)$$

$$[x_-, x_+] = 2x_0 \quad , \quad [x_0, x_{\pm}] = \pm x_{\pm} \quad (۱۳)$$

پایه‌های متعامد برای این گروه را با حالت  $|\lambda\rangle$  - $n$  مقادیر حقیقی و مثبت و  $n=0, 1, 2, \dots$  را می‌پذیرد- نشان می‌دهیم.

$$x_+ |n\lambda\rangle = \sqrt{(\lambda+n)(n+1)} |n+1, \lambda\rangle \quad (۱۴)$$

$$x_- |n+1, \lambda\rangle = \sqrt{(\lambda+n)(n+1)} |n\lambda\rangle \quad (۱۵)$$

$$x_0 |n\lambda\rangle = \frac{1}{2} (\lambda + 2n) |n\lambda\rangle \quad (۱۶)$$

اگر  $a = \frac{1}{m\omega}$  فرض شود با توجه به مولدهای جبر براحتی دیده می‌شود که این هامیلتونین (۷) یکی از مولدهای جبر  $Su(1, 1)$  می‌باشد [۵].

$$H = 2\hbar\omega X_0 \quad (۱۷)$$

$$E_{n\lambda} = (2n + \lambda(v))\hbar\omega \quad (۱۸)$$

می‌توانیم طیف انرژی را برحسب عدد کوانتومی دوران بنویسیم، برای این منظور رابطه عملگری کازیمیرهای گروه  $So(5)$  (با عدد کوانتومی  $v$ ) و  $Su(1,1)$  (با عدد کوانتومی  $\lambda$ ) را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\hat{C}_{su(1,1)} = \hat{X}_3^2 - \hat{X}_1^2 - \hat{X}_2^2 \quad (۱۹)$$

بطور کلی کازیمیر گروه  $So(d)$ ،  $L^2$  می‌باشد [۸].

$$L_{k+1}^2 = \frac{1}{\sin^{k-1}\theta_k} \frac{\partial}{\partial\theta_k} \sin^{k-1}\theta_k \frac{\partial}{\partial\theta_k} + \frac{L_k^2}{\sin^2\theta_k}, d = 2,3,4, \dots d-2 \quad (۲۰)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\hat{C}_{su(1,1)} = \frac{1}{4} \left( \hat{C}_{so(5)} + \frac{d^2 - 4d}{4} \right), \quad \lambda(v) = 1 + \sqrt{\left(v + \frac{d-2}{2}\right)^2 + \varepsilon} \quad (۲۱)$$

حال می‌توانیم طیف انرژی را به صورت مقابل بنویسیم:

$$d = 5, \quad E_{n\lambda} = \left[ 2n + 1 + \sqrt{\left(v + \frac{3}{2}\right)^2 + \varepsilon} \right] \hbar\omega \quad (۲۲)$$

### محاسبه ویژه توابع

ابتدا حالت پایه را در  $d$  بعد می‌یابیم بعد با استفاده از عملگرهای بالا برنده، ویژه توابع حالات بالاتر را بدست می‌آوریم. قبل از بدست آوردن ویژه توابع به این نکته توجه می‌کنیم که چون  $L^2$  و مولدهای گروه  $Su(1,1)$  جابجا پذیرند، بنابراین عملگرهای بالا برنده فقط روی تابع شعاعی  $\psi_{nl_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r})$  اثر می‌گذارند.

$$X_- \psi_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = 0 \quad (۲۳)$$

$$\left[ \frac{\hbar}{4m\omega} \left( \frac{L^2 + \varepsilon}{r^2} - \frac{1}{r^{d-1}} \frac{\partial}{\partial r} r^{d-1} \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{m\omega}{4\hbar} r^2 - \frac{1}{4} \left( 2r \frac{\partial}{\partial r} + d \right) \right] \psi_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = 0 \quad (۲۴)$$

در حالت مجانبی  $\infty, r \rightarrow \infty$   $R_0(r) = e^{-\frac{r^2}{2}\alpha}$  می‌شود.

$$\psi_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = N_\nu e^{-\frac{r^2}{2}\alpha} P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}), \quad \alpha = \frac{m\omega}{\hbar} \quad (۲۵)$$

$N_\nu$  ضریب نرمالیزاسیون می‌باشد. اثر عملگرهای  $\psi$  روی  $P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r})$  را بدست می‌آوریم و برای حل سریع محاسبات، تبدیل  $(r^2\alpha \rightarrow r^2)$  را انجام داده که در پایان معادلات این تبدیل بازیابی می‌شود:

$$X_- e^{-\frac{r^2}{2}} P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} e^{-\frac{r^2}{2}} (-\nabla^2) P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (۲۶)$$

$$X_0 e^{-\frac{r^2}{2}} P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} e^{-\frac{r^2}{2}} (-\nabla^2 + r \cdot \nabla + \nabla \cdot r) P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (۲۷)$$

با توجه به رابطه (۲۶) رابطه (۲۷) به اینصورت می شود:

$$X_0 e^{-\frac{r^2}{2}} P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} e^{-\frac{r^2}{2}} (r \cdot \nabla + \nabla \cdot r) P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (28)$$

در رابطه (۱۶) وقتی  $n=0$  شود، داریم:

$$X_0 e^{-\frac{r^2}{2}} P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda}{4} e^{-\frac{r^2}{2}} P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (29)$$

بنابراین  $P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = r^{b_v} y_{l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\xi)$  محاسبه می شود.  $y_{l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\xi)$  ها ویژه توابع گروه  $So(d)$  و هماهنگ های  $d$  بعدی هستند.  $\xi$  ها مجموعه مناسبی از مختصات  $d$  بعدی است [۸].

$$b_v = \lambda(v) - \frac{d}{2} \quad (30)$$

$$\psi_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = N_v r^{b_v} e^{-\frac{r^2}{2}} y_{l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\xi) \quad (31)$$

$$N_v = \sqrt{\frac{2}{\Gamma\left(b_v + \frac{d}{2}\right)}} \quad (32)$$

برای محاسبه ضریب نرمالیزاسیون از رابطه زیر استفاده کرده ایم.

$$2 \int_0^\infty x^{2m-1} e^{-x^2} dx = \Gamma(m) \quad (33)$$

$$\psi_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{\Gamma\left(b_v + \frac{d}{2}\right)}} e^{-\frac{r^2}{2}} r^{b_v} L_0^{v+\frac{d-2}{2}}(r^2) y_{l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\xi) \quad (34)$$

با استفاده از عملگرهای بالا برنده می توان ویژه حالات بالاتر را یافت.

$$X_+ \psi_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \sqrt{\lambda} \psi_{1l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (35)$$

$$\psi_{1l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = N_v e^{-\frac{r^2}{2}} P_{1l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (36)$$

$$\frac{1}{4} \left( \frac{L^2 + \varepsilon}{r^2} - \frac{1}{r^{d-1}} \frac{\partial}{\partial r} r^{d-1} \frac{\partial}{\partial r} - r^2 + 2r \frac{\partial}{\partial r} + d \right) e^{-\frac{r^2}{2}} P_{0l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \sqrt{\lambda} e^{-\frac{r^2}{2}} P_{1l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (37)$$

$$P_{1l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \left( -r^2 + \frac{d}{2} + b_v \right) r^{b_v} y_{l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\xi) \quad (38)$$

$$\psi_{1l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{b_v + \frac{d}{2} + 1}} e^{-\frac{r^2}{2}} r^{b_v} L_1^{b_v + \frac{d-2}{2}}(r^2) y_{l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\xi) \quad (39)$$

با توجه به اینکه  $\psi_{1l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r})$  متناسب با تابع لاگر است با روش استقراء می‌توان نشان داد  $\psi_{nl_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r})$  نیز متناسب با تابع لاگر است، لذا فرض می‌کنیم  $\psi_{nl_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r})$  بصورت تابع لاگر است و نشان می‌دهیم  $\psi_{n+1, l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r})$  نیز بصورت تابع لاگر است.

$$X + \psi_{nl_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \sqrt{(\lambda + n)(n + 1)} \psi_{n+1, l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) \quad (40)$$

با توجه به اینکه عملگرهای بالا برنده روی ویژه توابع گروه  $So(d)$  (هماهنگ‌های فوق کروی) اثری ندارد فقط قسمت شعاعی ویژه توابع را در نظر می‌گیریم. با تغییر متغیر خواهیم داشت:

$$\psi_n(x) \approx e^{-\frac{x}{2}} P_n(x) \quad (41)$$

$$\frac{1}{4} \left( \frac{L^2 + \varepsilon}{x} - 4x \frac{\partial^2}{\partial x^2} - (2d - 4x) \frac{\partial}{\partial x} - x + d \right) \psi_n = \sqrt{(\lambda + n)(n + 1)} \psi_{n+1} \quad (42)$$

$$P_n(x) = x^{\frac{b_v}{2}} f_n(x) \quad (43)$$

$$\left[ \left( -x + \frac{d}{2} + b_v \right) + \left( 2x - \frac{d}{2} - b_v \right) \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] f_n(x) = \sqrt{(\lambda + n)(n + 1)} f_{n+1} \quad (44)$$

از معادلات دیفرانسیل لاگراستفاده کرده و بجای مشتقات اول و دوم جایگذاری می‌کنیم تا به روابط بازگشتی لاگر برسیم در این حالت می‌توان ثابت کرد، تابع  $f_{n+1}(x)$  به شکل توابع لاگر است.

#### معادلات دیفرانسیل لاگر

$$xL_n''(x) + (k + 1 - x)L_n'(x) + nL_n(x) = 0 \quad (45)$$

$$xL_n'(x) = nL_n(x) - (n + k)L_{n-1}(x) \quad (46)$$

$$(2n + k + 1 - x)f_n(x) - (n + k)f_{n-1}(x) = \sqrt{(\lambda + n)(n + 1)} f_{n+1}(x) \quad (47)$$

$$k = v + \frac{d - 2}{2}$$

این رابطه مانند رابطه بازگشتی توابع لاگر است که بصورت زیر می‌باشد:

$$(2n + k + 1 - x)L_n^k(x) - (n + k)L_{n-1}^k(x) = (n + 1)L_{n+1}^k(x) \quad (48)$$

با مقایسه روابط (۴۸) و (۴۷) می‌توان نتیجه گرفت که تابع  $f_{n+1}(x)$  تابع لاگر می‌باشد.

$$f_{n+1}(x) = \sqrt{\frac{n + 1}{\lambda + 1}} L_{n+1}^k(x) \quad (49)$$

$$\psi_{nl_{d-1} \dots l_2 l_1}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2n!}{\Gamma\left(n + b_v + \frac{d}{2}\right)}} e^{-\frac{r^2}{2}} r^{b_v} L_n^{b_v + \frac{d-2}{2}}(r^2) \mathcal{Y}_{l_{d-1} \dots l_2 l_1}(\xi) \quad (50)$$

نتایج

- ۱- هامیلتونین مدل جمعی با اندرکنش دیویدسن تحت تقارن  $U(5)$  ناورداست.
- ۲- جبر مولد طیف انرژی این هامیلتونین  $Su(1,1) \times So(5)$  می‌باشد.
- ۳- ویژه توابع شعاعی این هامیلتونین بصورت توابع لاگر است.
- ۴- نتایج تحلیلی با روش‌های تقارن دینامیکی در مدل قطره - مایع هسته‌ای نیز قابل محاسبه می‌باشد.

### مراجع

- [1]. Walter Greiner .Joachim A.Marhun Nuclear Models, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1996 Printed in Germany
- [2]. F.Iachello, Lie Algebras and Applications, Lecture Notes in Physics, 2006.
- [3]. A.Arima and F.Iachello, Interacting Boson Model Of Collective Nuclear II.The Rotational Limit, Annals Of Physics .111 ,201-238,1978.
- [4]. Richard B.Firestone, Table Of Isotopes, This work was supported by the Director, Office of Energy Research, Office of High Energy and Nuclear Physics, Nuclear Physics Division of the US Department of Energy under contract DE-AC03-76SF00098.
- [5]. D.J.Row, C.Bahri.J.Phys A: Math. Gen. 31(1998)4947-496
- [6]. L.Wilets and M.Jean, Phys. Rev. 102,786 (1956)
- [7]. E. Chacon, M. Moshinsky and R.T. Sharp, J. Math. Phys. 17 (1976) 668

[۸] حسین گودرزی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک (۱۳۷۶)