

تعمیم مدل BCS با استفاده از پارامتر نظم نظریه تعمیم یافته گینزبرگ - لاندائو

بنام، خسرو^{(۱،۲)*} - فروزانی، قاسم^(۱،۳) - دهقانی، وحید^(۴)

۱- دانشگاه بوعلی سینا - دانشکده علوم پایه - گروه فیزیک - صندوق پستی ۶۵۱۷۴-۴۱۶۱

۲- دانشگاه آزاد اسلامی واحد دهدشت - گروه فیزیک

۳- دانشگاه پیام نور - گروه فیزیک - صندوق پستی ۳۶۹۷-۱۹۳۹۵ - تهران-ایران

۴ دانشگاه سیستان و بلوچستان - دانشکده علوم پایه - گروه فیزیک

چکیده

در چارچوب مدل BCS به جای پارامتر گاف، پارامتر نظم از نظریه گینزبرگ-لاندائو جایگزین شده است. همچنین اثرات افت خیز دمایی برای سیستم کوچکی مثل هسته در نظر گرفته شده است. انرژی، آنتروپی و ظرفیت گرمایی برای هسته ^{96}Mo محاسبه شدند. مقایسه نتایج نشان میدهد که رفتار انرژی و آنتروپی بر حسب دما نزدیک دمای بحرانی نسبت به مدل BCS هموار و یکنواخت میباشد. پارامتر نظم بر خلاف پارامتر گاف در دمای بحرانی صفر نمیشود. این موضوع باعث میشود نقاط تکین و غیر واقعی در ظرفیت گرمایی ناپدید شود و ظرفیت گرمایی با داده های تجربی توافقی بالایی داشته باشد.

کلید واژه: مدل BCS، نظریه گینزبرگ-لاندائو، پارامتر نظم، پارامتر گاف

مقدمه

یکی از کارهای مهم در فیزیک هسته ای مطالعه رفتار ترمودینامیکی هسته است. اخیرا کارهای زیادی برای توصیف رفتار ترمودینامیکی سیستم های کوچک زوج شده مثل هسته انجام شده است. یکی از این روش ها مدل BCS است. در این مدل برای بررسی اثر زوجیت، محتمل ترین مقدار پارامتر گاف را حساب میکنند [۹-۱]. اما در این روش حالت هایی از انرژی ذرات وجود دارد که از محتمل ترین مقدار پارامتر گاف انحراف دارند و قابل توجه هستند [۹]. این انحراف از اندازه گیری در پارامتر گاف باعث ایجاد نقاط تکین و غیر واقعی در نمودار ظرفیت گرمایی میشود. اخیرا گروه اسلو چگالی تراز را برای بعضی از هسته ها به صورت تجربی حساب کردند. دیگران با استفاده از این داده ها، ظرفیت گرمایی تجربی را برای بعضی از هسته ها از جمله ^{96}Mo حساب کردند [۱۰]. رفتار ظرفیت گرمایی تجربی بر حسب دما نشان میدهد که نقاط تکین و غیر واقعی در نمودار ظرفیت گرمایی وجود ندارد و رفتار آن با دما یکنواخت است و همچنین در دمای بحرانی قله همواری مشاهده میشود [۱۰-۱۵]. برای رفع مشکل نقاط تکین در محاسبات تئوری که مدل BCS پیش بینی میکند اقدامات زیر را انجام میدیم. نقش مهم افت خیز دمایی را در هسته در نظر

میگیریم که این مهم در مدل BCS نادیده گرفته شده است. اخیراً از نظریه گینزبرگ-لاندائو تعمیم یافته برای محاسبه خواص ترمودینامیکی هسته استفاده شده است. این مدل اثر افت خیزهای دمایی را در بر میگیرد. پارامتر نظم در نظریه گینزبرگ-لاندائو نقش پارامتر گاف در مدل BCS را ایفا میکند [۱۶،۱۷]. در این کار پارامتر نظم را به جای پارامتر گاف در مدل BCS قرار دادیم و فورمول های جدید را بازنویسی کردیم [۱۶،۱۷]. این روش را به اختصار MBCS^۱ می نامیم. خواص ترمودینامیکی هسته از قبیل انرژی، آنتروپی و ظرفیت گرمایی برای هسته ^{۹۶}Mo محاسبه شده است..

روش کار: در مدل BCS تابع پتانسیل بزرگ سیستم، Ω ، به صورت زیر است [۸-۱].

$$\Omega = -\beta \sum_k (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + 2 \sum_k \ln [1 + \exp(-\beta E_k)] - \beta \frac{\Delta^2}{G} \quad (۱)$$

در رابطه فوق Δ پارامتر گاف، ε_k انرژی تراز تک ذره ای، G قدرت زوجیت، λ پتانسیل شیمیایی، $\beta = \frac{1}{T}$ و T دمای ترمودینامیکی و $E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}$ انرژی شبه ذرات است. در روش استاندارد BCS، پارامتر گاف با بیشینه کردن تابع پتانسیل بزرگ سیستم یا به عبارتی با انتخاب محتمل ترین مقدار این پارامتر از رابطه $\frac{\partial \Omega}{\partial \Delta} = 0$ حساب میشود. معادله گاف به صورت زیر بدست می آید.

$$\sum_k \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) = \frac{2}{G} \quad (۲)$$

تعداد ذرات N ، انرژی E و آنتروپی S و ظرفیت گرمایی C به صورت معادلات زیر بدست می آیند.

$$N = \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} = \sum_k \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right] \quad (\alpha = \beta \lambda) \quad (۳)$$

$$E = -\frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = \sum_k \varepsilon_k \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right] - \frac{\Delta^2}{G} \quad (۴)$$

$$S = \Omega - \alpha N + \beta E = 2 \sum_k \ln (1 + \exp(-\beta E_k)) + 2\beta \sum_k \frac{E_k}{1 + \exp(\beta E_k)} \quad (۵)$$

$$C = \frac{1}{T} \frac{dS}{dT} = \frac{1}{2} \sum_k \sec h^2\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \left[\beta^2 E_k^2 - \beta \Delta \frac{d\Delta}{dT} \right] \quad (۶)$$

$$\frac{d\Delta}{dT} = \frac{\frac{1}{2} \sum_k \sec h^2\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right)}{\Delta \left(\frac{\beta}{2} \sum_k \frac{\sec h^2\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right)}{E_k^2} - \sum_k \frac{\tan h\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right)}{E_k^3} \right)} \quad (۷)$$

Modified BCS^۱

وقتی از روابط فوق ظرفیت گرمایی حساب میشود در نمودار ظرفیت گرمایی نقاط تکین و غیرواقعی پدیدار میشود در حالی که این نقاط در نمودار تجربی وجود ندارند [۱۵-۱۰]. با جایگزینی پارامتر گاف در مدل BCS با پارامتر نظم از نظریه گینزبرگ - لاندائو روابط جدید را بازنویسی میکنیم [۱۷، ۱۶]. پارامتر نظم $\bar{\Delta}$ به صورت زیر محاسبه میشود.

$$\bar{\Delta}(T) = \frac{T_c \pi^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \lambda^{\frac{1}{2}} e^{-\left(\pi \sqrt{\frac{\bar{b}}{t\bar{\delta}}} \lambda + \frac{\pi(t-1)}{2\sqrt{t\bar{b}\bar{\delta}}}\right)^2} d\lambda}{\sqrt{\frac{\bar{\delta}}{2b}} t^{\frac{1}{2}} \left(1 \pm \operatorname{erf} \left(\left| \frac{\bar{\Delta}t}{t^{\frac{1}{2}}} \right| \right) \right)} \quad (8)$$

δ فاصله بین انرژی ترازهای تک ذره ای [۱۸]، erf تابع خطا و T_c دمای بحرانی سیستم است. علامت مثبت برای $T < T_c$ و علامت منفی برای $T > T_c$ است. همچنین در رابطه فوق داریم که:

$$\frac{\bar{\Delta}t}{\bar{b}\bar{\delta}} = \frac{1}{2} \frac{\pi(t-1)}{(\bar{b}\bar{\delta})^{\frac{1}{2}}}, \quad t = \frac{T}{T_c}, \quad \bar{b} = \frac{7\zeta(3)}{16} = 0.526, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{k_B T_c}.$$

$$N = \sum_k \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right] + \beta \bar{\Delta} \frac{\partial \bar{\Delta}}{\partial \alpha} \left(\sum_k \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) - \frac{2}{G} \right) \quad (9)$$

$$E = \sum_k \varepsilon_k \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right] - \frac{\bar{\Delta}^2}{G} \quad (10)$$

$$- \left(\bar{\Delta}^2 + \beta \bar{\Delta} \frac{\partial \bar{\Delta}}{\partial \beta} \right) \left(\sum_k \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) - \frac{2}{G} \right)$$

$$S = 2 \sum_k \ln(1 + \exp(-\beta E_k)) + 2\beta \sum_k \frac{E_k}{1 + \exp(\beta E_k)} \quad (11)$$

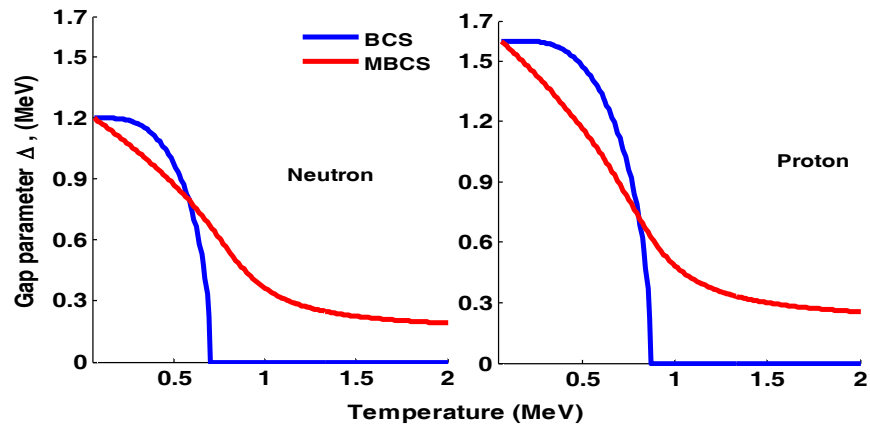
$$+ \beta^2 \bar{\Delta} \left(\lambda \frac{\partial \bar{\Delta}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \bar{\Delta}}{\partial \beta} \right) \left(\frac{2}{G} - \sum_k \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right)$$

انرژی شبه ذرات به صورت $E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \bar{\Delta}^2}$ است. ظرفیت گرمایی به صورت زیر است.

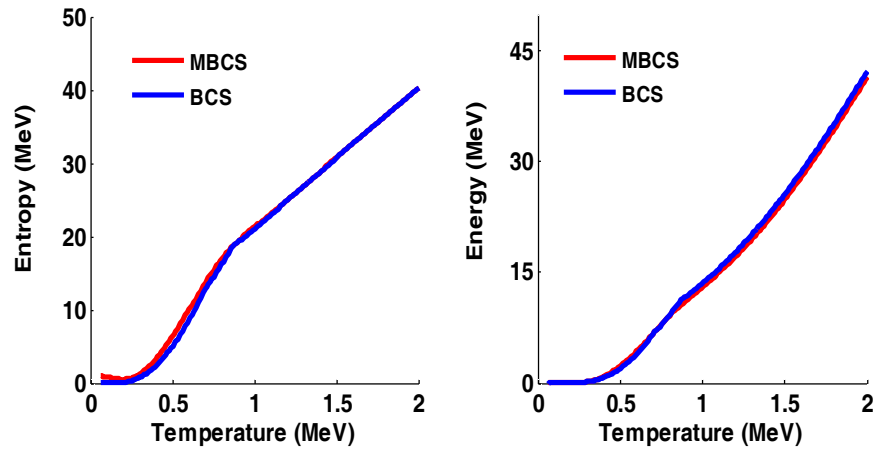
$$C = -\beta \frac{dS}{d\beta} \quad (12)$$

نتایج: در این قسمت خواص ترمودینامیکی هسته ^{96}Mo را با استفاده از روابط قسمت قبل محاسبه میکنیم. در مدل BCS از حل همزمان معادلات (۲) و (۳) در دمای صفر پارامتر قدرت زوجیت G حساب میشود. همچنین از حل همزمان معادلات (۲) و (۳) در دماهای مختلف $\Delta(T)$ و $\lambda(T)$ بدست می آیند. در روش MBCS از حل معادلات (۸) و (۹) در دماهای مختلف $\bar{\Delta}(T)$ و $\lambda(T)$ حساب میشوند. انرژی تراز تک ذره ای ε_k برای پروتون ها و نوترون ها از مدل پوسته ای پیشرفته قرار داده میشود [۲۰-۱۹]. ضریب

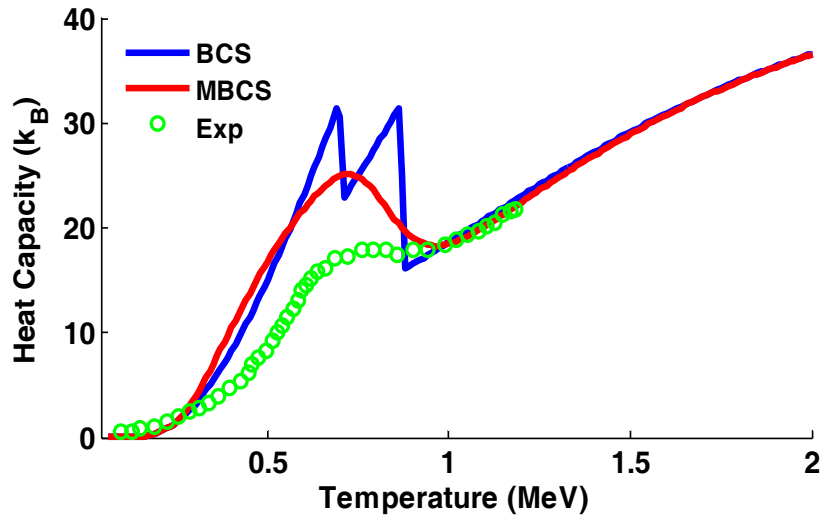
تغییر شکل هسته β_2 [۲۱]، مقادیر پارامتر گاف در دمای صفر [۱۰] و دمای بحرانی در جدول (۱) نشان داده شده اند. نمودار Δ و $\bar{\Delta}$ بر حسب دما برای پروتون ها و نوترون ها در شکل (۱) رسم شده است. مشاهده میشود که Δ با افزایش دما به شدت کاهش می یابد و در دمای بحرانی به طور ناگهانی صفر میشود اما $\bar{\Delta}$ با افزایش دما به تدریج کم میشود و در دمای بحرانی به صورت همواری با دما کاهش می یابد. با استفاده از هر دو مدل انرژی برانگیختگی محاسبه شده و نمودار آن بر حسب دما در شکل (۲) نمایش داده شده است. مقایسه دو روش نشان میدهد که نتایج با هم تطابق خوبی دارند ولی استفاده از $\bar{\Delta}$ به جای Δ باعث شده است که نمودار انرژی نزدیک دمای بحرانی رفتار هموارتر و یکنواختی داشته باشد. با استفاده از دو مدل، آنتروپی کل محاسبه شده و نمودار آن بر حسب دما در شکل (۳) رسم شده است. مقایسه داده های محاسبه شده نشان میدهد که استفاده از پارامتر نظم به جای پارامتر گاف و در نظر گرفتن افت خیزهای دمایی باعث شده است که رفتار آنتروپی نزدیک دمای بحرانی هموار و یکنواخت باشد. ظرفیت گرمایی محاسبه شده از دو روش مذکور و داده های تجربی [۱۰] در شکل (۴) رسم شده است. مقایسه نتایج نشان میدهد که استفاده از $\bar{\Delta}$ به جای Δ و در نظر گرفتن افت خیزهای دمایی باعث شده است که نقاط تکین و غیر واقعی در نمودار ظرفیت گرمایی که مدل BCS پیش بینی میکرد ناپدید شوند، ناپیوستگی در نمودار ظرفیت گرمایی از بین برود، رفتار آن با دما هموار شود و شکل S به خود گیرد. همچنین مقایسه داده های روی نمودار ظرفیت گرمایی نشان میدهد که داده های تجربی و داده های محاسبه شده به روش MBCS با هم توافق بالایی دارند [۱۰-۱۵].



شکل (۱): نمودار پارامتر گاف و پارامتر نظم بر حسب دما برای سیستم پروتونی و نوترونی



شکل (۲): نمودار انرژی برانگیختگی بر حسب دما
شکل (۳): نمودار آنتروپی بر حسب دما



شکل (۴): نمودار ظرفیت گرمایی بر حسب دما

جدول: (۱) مقادیر پارامتر گاف در دمای صفر، اندازه دمای بحرانی، ضریب تغییر شکل هسته δ و

هسته	$\Delta_n (MeV)$	$\Delta_p (MeV)$	$T_c (MeV)$	β_2	$\delta (MeV)^{-1}$
^{96}Mo	۱/۲	۱/۶	۱	۰/۱۷	۰/۱۵

بحث در نتایج: استفاده از پارامتر نظم $\bar{\Delta}$ به جای پارامتر گاف Δ در مدل BCS استاندارد تحت عنوان روش MBCS و در نظر گرفتن افت خیزهای دمایی باعث شده است نمودار انرژی و آنتروپی نزدیک دمای بحرانی نسبت به مدل BCS رفتار هموار و یکنواختی داشته باشد. همچنین این کار سبب شده است که نقاط تکین و غیر واقعی در نمودار ظرفیت گرمایی که مدل BCS پیش بینی میکرد ناپدید شوند، ناپیوستگی در نمودار ظرفیت گرمایی از بین رود و نمودار ظرفیت گرمایی با داده های تجربی توافق بالایی داشته باشد.

مراجع:

- [1] J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 108, 1175 (1957).
- [2] L. G. Moreto, Nucl. Phys. A 185, 145 (1972).
- [3] A. N. Behkami, J. R. Huizenga, Nucl. Phys. A 217, 78 (1973).
- [4] R. Razavi, A. N. Behkami, V. Dehghani, Nucl. Phys. A 930, 57 (2014).
- [5] P. Moller and J. R. Nix, Nucl. Phys. A 536, 20 (1992).
- [6] N. Sandulescu, O. Civitarese, and R. J. Liotta, Phys. Rev. C 6, 044317 (2000).
- [7] K. Kaneko, and M. Hasegawa, Nucl. Phys. A 740, 95 (2004).
- [8] Z. Kargar, Phys. Rev. C 75, 064319 (2007).
- [9] L. G. Moreto, Phys. Lett. B 40, 1 (1972).
- [10] K. Kaneko et al., Phys. Rev. C, 74, 024325 (2006).
- [11] M. Guttormesen et al., Phys. Rev. C 68, 064306 (2003).

- [12] E. Melby et al., Phys. Rev. Lett. 83, 3150 (1999).
- [13] R. Chankova et al., Phys. Rev. C, 73, 034311 (2006).
- [14] E. Algin et al., Phys. Rev. C, 78, 054321 (2008).
- [15] A. Schiller, et al., Phys. Rev. C 63, 021306 (2001).
- [16] B. Muhlschlegel, D. J. Scalapino, B. Denton, Phys. Rev. B, 6, 1766 (1972).
- [17] P. Mohammadi, et al, Phys. Rev. C 90, 054304, (2014).
- [18] T. Ericson, Advances in Phys. 36, 425 (1960).
- [19] S. Cwiok, et all, Comput. Phys. Commun, 46, 379 (1987).
- [20] Z. Patyk and A. Sobiczewski, Nucl. Phys. A 533, 132 (1991).
- [21] P. Moller, et all, At. Data Nucl. Data Tables 59, 185 (1995).