

مطالعه اثرات تجمعی در آهنگ تعادل حرارتی یک پرتابه شبه تک‌انرژی دوترونی در پلاسمای همجوشی

آزادی‌فر، ریحانه* - مهدوی، محمد

دانشگاه مازندران، دانشکده علوم، گروه فیزیک، بابلسر، کد پستی ۴۷۴۱۵-۴۱۶

چکیده:

هنگامی که یک باریکه یونی پرتابی به عنوان افروزنده سوخت وارد قرص همجوشی می‌شود، در اثر برخوردهای کولنی با ذرات پلاسمای انرژی خود را به سوخت تزریق کرده و به این ترتیب ذرات با یکدیگر به تعادل حرارتی می‌رسند. بنابراین آهنگ تعادل حرارتی بین ذرات نقش مهمی را در تزریق انرژی باریکه به سوخت ایفا می‌کند. از آنجایی که نیروی کولنی یک نیروی بلندبرد است هم از طریق برخوردهای رودرو کوتاه‌برد تأثیرگذار است، هم در اثرات تجمعی بلندبرد پلاسمای نقش‌آفرینی می‌کند. در این مقاله به بررسی نقش اثرات تجمعی در آهنگ تعادل حرارتی یک پرتابه شبه تک‌انرژی شتاب‌گرفته از لیزر وقتی وارد قرص سوخت DT می‌شود، پرداخته شده است. محاسبات نشان می‌دهد به ازای انرژی پرتابه $T_p = E_0 = 3000.00 \text{ keV}$ ، که مطابق با آن به ازای دمای پس‌زمینه $T_b = 1.64 \text{ keV}$ در اختلاف دمایی 2998.35 keV بیشینه آهنگ تبادل انرژی حاصل می‌شود.

کلمات کلیدی: آهنگ تعادل حرارتی، اثرات تجمعی، باریکه شبه تک‌انرژی

مقدمه:

در پلاسمای همجوشی به علت برهمکنش‌ها و برخوردهای بین ذرات و توان‌های اتلافی مختلف، اغلب با یک پلاسمای نامتعادل مواجه‌ایم. از آنجایی که فرآیند اشتعال و سوختن در یک پلاسمای همجوشی قویاً به دما وابسته است، آهنگ تعادل حرارتی بین ذرات باردار مهم محسوب می‌شود. آهنگ تعادل حرارتی آهنگی است که ذرات باردار با دماهای مختلف، انرژی‌شان را با یکدیگر مبادله می‌کنند تا به تعادل برسند. آهنگ تعادل حرارتی برای اولین بار توسط لاندائو^۱ و اسپیتزر^۲ مطرح شد [۲ و ۱]. اخیراً گروهی با استفاده از حل معادله بولتزمن^۳ برای برخوردهای کوتاه‌برد و حل معادله لینارد-بلسکو^۴ برای اثرات تجمعی بلندبرد و همچنین در نظر گرفتن تصحیحات کوانتومی به نتایج بسیار دقیق‌تری برای آهنگ تعادل حرارتی در پلاسمای همجوشی دست یافته‌اند [۳]. عبارت‌های معرفی شده توسط این محققین به نام BPS نام‌گذاری

¹ Landau

² Spitzer

³ Boltzmann

⁴ Lenard-Balescu

شده است. در محاسبات BPS فرض شده است هر نوع از ذرات در پلاسما با خودشان در تعادل هستند و از تابع توزیع انرژی ماکسول-بولتزمن پیروی می‌کنند. امروزه با پیشرفت تکنولوژی شتابدهی یون‌ها و دستیابی به باریکه‌های یونی شبه تک‌انرژی، استفاده از این نوع باریکه‌ها به عنوان افروزنده قرص سوخت DT در روش اشتعال سریع^۱ همجوشی محصورسازی اینرسی^۲ پیشنهاد شده است [۴]. یون‌های شبه تک‌انرژی به علت داشتن زوایای واگرایی کوچکتر نسبت به یون‌ها با توزیع انرژی ماکسولی، مزیت‌های بیشتری را دارا هستند. از جمله این مزایا جفت‌شدگی بهتر آنها با قرص سوخت متراکم و همچنین قرار گرفتن در فاصله‌های دورتر از قرص بدون نیاز به مخروط هدایتگر می‌باشد. این ویژگی‌ها سبب می‌شود سوخت جهت اشتعال نیاز به انرژی کمتری داشته باشد و در نتیجه بهره افزایش یابد [۵]. با توجه به اهمیت تعادل حرارتی بین یون‌های پرتابه p با دمای T_p و ذرات پلاسما پس‌زمینه b با دمای T_b و نقش موثر آن در تزریق انرژی پرتابه به سوخت، در این مقاله به بررسی بیشتر آن برای پرتابه شبه تک‌انرژی خواهیم پرداخت.

حل معادله لینارد-بلسکو برای اثرات تجمعی بلندبرد:

از آنجایی که یک پلاسما از ذرات باردار تشکیل شده است، ذرات در داخل پلاسما تحت تأثیر نیروی کولنی قرار می‌گیرند. نیروی کولنی، یک نیروی بلندبرد است و در نتیجه می‌تواند هم در برخوردهای کوتاه‌برد و هم در آثار تجمعی بلندبرد شرکت داشته باشد. بنابراین در برهمکنش ذرات برای رسیدن به تعادل حرارتی هم برخوردهای رودرو کولنی باید لحاظ شود و هم اثرات تجمعی. در نظریه جنبشی پلاسما برای توصیف برخوردهای کوتاه‌برد از معادله بولتزمن استفاده می‌شود، در مطالعات قبلی، ما با استفاده از معادله بولتزمن نقش برهمکنش‌های رودرو کوتاه‌برد را در آهنگ تعادل حرارتی بین یون‌ها برای یک پرتابه شبه تک‌انرژی در پلاسمای همجوشی بدست آوردیم. در این مقاله به بررسی نقش اثرات تجمعی در آهنگ تعادل حرارتی پرتابه شبه تک‌انرژی خواهیم پرداخت. در نظریه جنبشی پلاسما نقش اثرات تجمعی به کمک تابع دی‌الکتریک $\epsilon(\mathbf{k}, \omega)$ پلاسما بیان می‌شود که توسط معادله لینارد-بلسکو توصیف می‌شود. آهنگ تعادل حرارتی بین ذرات پرتابه و هدف با استفاده از معادله لینارد-بلسکو را می‌توان بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d\mathcal{E}_{pb}^{LB}}{dt} = \int \frac{d^3 p_p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p_p^2}{2m_p} \nabla_{p_p} \cdot \mathbf{L}_{pb} \quad (1)$$

در این رابطه ∇_{p_p} گرادیان در فضای تکانه یون‌های پرتابه و \mathbf{L}_{pb} کرنل^۳ معادله لینارد بلسکو است که بصورت زیر بدست می‌آید:

¹ Fast ignition

² ICF

³ Kernel

$$\mathbf{L}_{pb} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \pi \mathbf{k} \left| \frac{\epsilon \pi Z_p e Z_b e}{\mathbf{k}^2 \epsilon(\mathbf{k}, \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{k})} \right|^2 I_{pb}^{\text{LB}}(\mathbf{v}_p) \quad (2)$$

$$I_{pb}^{\text{LB}}(\mathbf{v}_p) = \int \frac{d^3p_b}{(2\pi\hbar)^3} \delta(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_p - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_b) \mathbf{k} \cdot [\nabla_{\mathbf{p}_b} - \nabla_{\mathbf{p}_p}] f_p(\mathbf{p}_p) f_b(\mathbf{p}_b) \quad (3)$$

که m_p جرم، Z_p بار و $\mathbf{v}_p = \mathbf{p}_p/m_p$ سرعت یون‌های پرتابه و همچنین m_b جرم، Z_b بار و $\mathbf{v}_b = \mathbf{p}_b/m_b$ سرعت ذرات پس‌زمینه پلاسما هستند. رفتار تجمعی پلاسما از طریق تابع دی‌الکتریک $\epsilon(\mathbf{k}, \omega)$ وارد محاسبات می‌شود، که برای شرایط پلاسمای همجوشی می‌توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$\epsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \sum_c \frac{\epsilon \pi (Z_c e)^2}{k^2} \int \frac{d^3p_c}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_c + i\eta} \mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{p}_c} f_c(\mathbf{p}_c) \quad (4)$$

که در آن جمع روی تمام ذرات پلاسما شامل ذره پرتابه و ذرات پس‌زمینه است. برای ذرات پس‌زمینه b از تابع توزیع ماکسول-بولتزمان $f_b(\mathbf{p}_b) = n_b (2\pi\hbar^2/m_b T_b)^{3/2} \exp\{-1/2(m_b v_b^2/T_b)\}$ و برای پرتابه شبه تک‌انرژی p از تابع توزیع گاوسی به شکل زیر استفاده خواهیم کرد:

$$f_p(\mathbf{p}_p) = \frac{n_p 2(\pi\hbar^2)^{3/2} \sqrt{\alpha}}{m_p \mathbf{p}_p \Delta} \delta(\cos\theta) \exp\left\{-\alpha \left[\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right]^2\right\} \quad (5)$$

در رابطه بالا n_p چگالی یون‌های باریکه و $\alpha = 4 \ln(2)$ است. همچنین Δ پهنای انرژی باریکه، تمام پهنای در نیم بیشینه (FWHM) است، که برای باریکه شبه تک‌انرژی بصورت 0.1 انتخاب می‌شود. $E_0 = \langle E_p \rangle$ متوسط انرژی جنبشی است که برابر با T_p است. در روابط (3) و (4) به گرادیان توابع توزیع نسبت به تکانه احتیاج است. گرادیان تابع توزیع ماکسول-بولتزمان نسبت به تکانه \mathbf{p}_b عبارت است از:

$$\nabla_{\mathbf{p}_b} f_b(\mathbf{p}_b) = -\frac{\beta_b}{m_b} \mathbf{p}_b f_b(\mathbf{p}_b) \quad (6)$$

و همچنین گرادیان تابع توزیع شبه تک‌انرژی نسبت به تکانه \mathbf{p}_p برابر می‌شود با:

$$\nabla_{\mathbf{p}_p} f_p(p_p) = -\left\{ \frac{1}{p_p} + \frac{2\alpha}{m_p \Delta} \left(\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right\} \mathbf{p}_p f_p(p_p) \quad (7)$$

با جایگذاری روابط (6) و (7) در تابع دی‌الکتریک خواهیم داشت $k^2 \epsilon(\mathbf{k}, \omega) = k^2 + F(\omega)$ که در آن تابع پاشندگی پلاسما حاصل جمع سهم‌های مربوط به پرتابه و هدف $F(\omega) = F_p(\omega) + F_b(\omega)$ بصورت زیر است:

$$F_p(\omega) = -\int_0^\infty dv \frac{\rho_p(v)}{\frac{\omega}{k} - v + i\eta}, \quad F_b(\omega) = -\int_{-\infty}^\infty dv \frac{\rho_{\text{total}}(v)}{\frac{\omega}{k} - v + i\eta} \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_p(v) &= \frac{k_p^2 \sqrt{\alpha}}{2\beta_p \Delta} \left\{ \frac{1}{v} + \frac{2\alpha m_p v}{\Delta} \left(\frac{m_p v^2}{2\Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right\} \exp \left(-\alpha \left\{ \frac{m_p v^2}{2\Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right\}^2 \right) \\ \rho_{\text{total}}(v) &= \sum_b k_b^2 v \sqrt{\frac{\beta_b m_b}{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \beta_b m_b v^2 \right\} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

که در آن $\beta_b = 1/T_b$, $\beta_p = 1/T_p$. یکی از خواص مهم این توابع که در روابط بعد از آن استفاده خواهیم کرد، به صورت زیر است:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{Im } F_p(\omega) &= \frac{1}{2i} [F_p(\omega) - F_p^*(\omega)] = \pi \rho_p(v) \\ \text{Im } F_b(\omega) &= \frac{1}{2i} [F_b(\omega) - F_b^*(\omega)] = \pi \rho_{\text{total}}(v) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

اکنون به انتگرال رابطه (۳) می‌پردازیم. با جایگذاری روابط (۶) و (۷) در رابطه (۳) بدست می‌آید:

$$I_{pb}^{\text{LB}}(\mathbf{v}_p) = \int \frac{d^3 p_b}{(2\pi\hbar)^3} \delta(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_p - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_b) \times \mathbf{k} \cdot \left\{ \frac{\beta_b \mathbf{p}_b}{m_b} + \mathbf{p}_p \left\{ \frac{1}{p_p^2} + \frac{2\alpha}{m_p \Delta} \left(\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right\} \right\} f_p(\mathbf{p}_p) f_b(\mathbf{p}_b) \quad (11)$$

سرعت‌ها را به دو مؤلفه سرعت موازی با \mathbf{k} (\mathbf{v}_{\parallel}) و سرعت عمود بر \mathbf{k} (\mathbf{v}_{\perp}) تجزیه می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{v}_b &= \mathbf{v}_{b\parallel} + \mathbf{v}_{b\perp} & \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_b &= v_{b\parallel} \\ \mathbf{v}_p &= \mathbf{v}_{p\parallel} + \mathbf{v}_{p\perp} & \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_p &= v_{p\parallel} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

با استفاده از این روابط و همچنین ویژگی‌های تابع دلتای دیراک رابطه (۱۱) بصورت زیر خواهد شد:

$$I_{pb}^{\text{LB}}(\mathbf{v}_p) = -\frac{\rho_b(v_{p\parallel})}{4\pi\beta_b Z_b^2 e^2} \left\{ \beta_b - m_p \left\{ \frac{1}{p_p^2} + \frac{2\alpha}{m_p \Delta} \left(\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right\} \right\} f_p(\mathbf{p}_p) \quad (13)$$

که در آن $\rho_b(v_{p\parallel}) = k_b^2 (m_b \beta_b / 2\pi)^{1/2} v_{p\parallel} \exp\{-\beta_b m_b v_{p\parallel}^2 / 2\}$

رابطه (۳) و استفاده از تابع توزیع شبه تک‌انرژی $f_p(\mathbf{p}_p)$ رابطه (۱) برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_{pb}^{\text{LB}}}{dt} &= \frac{n_p 2(\pi\hbar^2)^{3/2} \sqrt{\alpha} \epsilon \pi^2 Z_p^2 e^2}{m_p \Delta \beta_b} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} k \\ &\times 2\pi \int_0^\infty \frac{p_p^2 dp_p}{(2\pi\hbar)^3 p_p} \left\{ \beta_b - m_p \left[\frac{1}{p_p^2} + \frac{2\alpha}{m_p \Delta} \left(\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right] \right\} \exp \left(-\alpha \left\{ \frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right\}^2 \right) \\ &\times \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \delta(\cos \theta) \frac{v_p \cos \theta \rho_b(v_p \cos \theta)}{|\mathbf{k}^2 \epsilon(\mathbf{k}, \mathbf{k} v_p \cos \theta)|^2} \end{aligned} \quad (14)$$

این رابطه با استفاده از این ویژگی تابع دلتای دیراک $\int_{-1}^1 d(\cos \theta) \delta(\cos \theta) f(\cos \theta) = f(1)$ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{d\mathcal{E}_{pb}^{LB}}{dt} = \frac{n_p \sqrt{\alpha}}{m_p \Delta \pi^{1/2}} \frac{Z_p^2 e^2}{\beta_b} \int_0^\infty dk k^3 \int_0^\infty dp_p \frac{(p_p/m_p) \rho_b(p_p/m_p)}{|\mathbf{k}^v \varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{k}(p_p/m_p))|^2} \times \left\{ p_p \beta_b - m_p \left[\frac{1}{p_p} + \frac{2\alpha p_p}{m_p \Delta} \left(\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right] \right\} \exp \left(-\alpha \left\{ \frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right\}^2 \right) \quad (15)$$

اکنون تابع دی‌الکتریک $\varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{k}(p_p/m_p))$ را از رابطه $k^v \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = k^v + F(\omega)$ در معادله بالا قرار می‌دهیم:

$$\frac{d\mathcal{E}_{pb}^{LB}}{dt} = \frac{n_p \sqrt{\alpha}}{m_p \Delta \pi^{1/2}} \frac{Z_p^2 e^2}{\beta_b} \int_0^\infty \frac{k^3 dk}{|k^v + F(\mathbf{k}(p_p/m_p))|^2} \int_0^\infty dp_p (p_p/m_p) \rho_b(p_p/m_p) \times \left\{ p_p \beta_b - m_p \left[\frac{1}{p_p} + \frac{2\alpha p_p}{m_p \Delta} \left(\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right] \right\} \exp \left(-\alpha \left\{ \frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right\}^2 \right) \quad (16)$$

انتگرال اول روی k با استفاده از ویژگی‌های روابط (۱۰) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$G(p_p) = \int_0^\infty \frac{k^3 dk}{|k^v + F(\mathbf{k}(p_p/m_p))|^2} = i \frac{F(\mathbf{k}(p_p/m_p)) \ln[F(\mathbf{k}(p_p/m_p))] - F^*(\mathbf{k}(p_p/m_p)) \ln[F^*(\mathbf{k}(p_p/m_p))]}{4\pi [\rho_p(\mathbf{k}(p_p/m_p)) + \rho_{total}(\mathbf{k}(p_p/m_p))]} \quad (17)$$

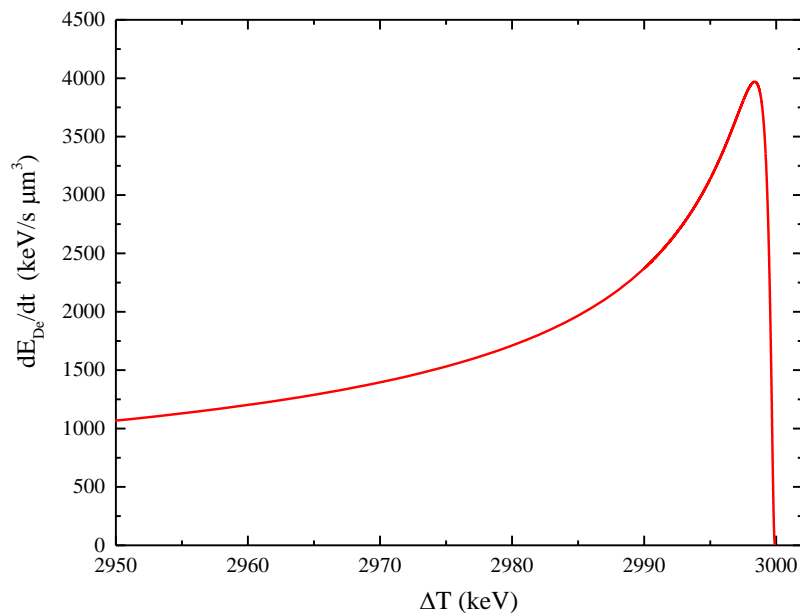
با جایگذاری این نتیجه در رابطه (۱۶)، آهنگ تعادل حرارتی بین پرتابه شبه تک‌انرژی و ذرات هدف با در نظر گرفتن اثرات تجمعی پلاسما به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d\mathcal{E}_{pb}^{LB}}{dt} = \frac{n_p \sqrt{\alpha}}{m_p \Delta \pi^{1/2}} \frac{Z_p^2 e^2}{\beta_b} \int_0^\infty dp_p G(p_p) (p_p/m_p) \rho_b(p_p/m_p) \times \left\{ p_p \beta_b - m_p \left[\frac{1}{p_p} + \frac{2\alpha p_p}{m_p \Delta} \left(\frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right) \right] \right\} \exp \left(-\alpha \left\{ \frac{p_p^2}{2m_p \Delta} - \frac{E_0}{\Delta} \right\}^2 \right) \quad (18)$$

بحث و نتیجه‌گیری:

در این مقاله از یک باریکه دوترونی با بیشینه انرژی جنبشی 40MeV و دمای $T_p = 3\text{MeV}$ برای ایجاد لکه داغ یک قرص هم مولار پیش متراکم DT با چگالی یکنواخت $\rho = 300\text{gcm}^{-3}$ با دمای $T_b = 1\text{KeV}$ استفاده شده است. فرض می‌کنیم که در قرص سوخت الکترون، دوتریوم و تریتیوم در لحظه اشتعال دمای

یکسانی دارند و در سوخت هم مولار، تعداد دوتریوم و تریتیوم با یکدیگر برابر است. باریکه دوترونی با ورود به درون سوخت پلاسما، با الکترون‌ها، دوترون‌ها و تریتون‌های پلاسما برهمکنش می‌کند. پرتابه‌ی دوترونی با دوترون و تریتون پلاسما پس‌زمینه می‌تواند از طریق برهمکنش‌های همجوشی هسته‌ای، برهمکنش‌های کولنی و کشسان هسته‌ای و با الکترون‌ها از طریق برهمکنش‌های کولنی برهمکنش کند. پرتابه و ذرات پس‌زمینه از طریق برهمکنش‌های کولنی، به دلیل بلندبرد بودن نیروی کولنی، توسط دو سازوکار برخوردی رو در رو و آثار تجمعی روی هم تأثیر می‌گذارند. در این مقاله آهنگ تعادل حرارتی حاصل از آثار تجمعی، بین پرتابه دوترونی با توزیع شبه‌تک‌انرژی و پلاسما پس‌زمینه با توزیع ماکسولی مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل (۱) این آهنگ تبادل انرژی بین پرتابه دوترونی و الکترون‌های پس‌زمینه $d\mathcal{E}_{De}^{LB}/dt$ با حل معادله (۱۸) رسم شده است. سهم آهنگ تبادل انرژی با یون‌های پس‌زمینه خیلی ناچیز است $d\mathcal{E}_{DT}^{LB}/dt, d\mathcal{E}_{DT}^{LB}/dt \ll d\mathcal{E}_{De}^{LB}/dt$ که در نتیجه در اینجا مورد بررسی قرار نگرفته است. نتیجه بدست آمده از محاسبات نشان می‌دهد که در اختلاف دمایی $\Delta T \ll 2998.35 \text{ keV}$ بیشینه آهنگ تبادل انرژی حاصل می‌شود. این نتیجه به ازای انرژی پرتابه $T_p = E_0 = 3000.00 \text{ keV}$ ، که مطابق با آن به ازای دمای پس‌زمینه $T_b \ll 1.64 \text{ keV}$ است، بدست می‌آید.



شکل (۱): آهنگ تعادل حرارتی بین پرتابه دوترونی شبه‌تک‌انرژی و الکترون‌های پس‌زمینه $d\mathcal{E}_{De}^{LB}/dt$ که توسط حل معادله (۱۸) بدست آمده است.

مراجع:

- [1] L. D. Landau, Phys. Z. Sowjetunion **10**, 154 (1936); Zh. Eksp. Teor. Fiz. **7**, 203(1937).
- [2] L. Spitzer, Jr *Physics of Fully Ionized Gases* (interscience, New York, 1962), 2nd ed..
- [3] L. S. Brown, D. L. Preston and R. L. Singleton Jr., *Phys. Rep.* **410** (2005) 237-333.



بیست و سومین کنفرانس هسته‌ای ایران



۱۵ و ۴ اسفندماه ۱۳۹۵، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

- [4] S. M. Weng *et al*, *Phys. Plasmas*, **21**, (2014) 012705.
[5] J. C. Fernandez *et al*, *Nucl. Fusion*, **49**, (2009) 065004.