تحلیل نفوذ پذیری امواج هیبرید پایین در پلاسمای گداخت

عطائی سرشت،لاله * – حفظ الصحه، علیرضا – چخماچی دوم، امیر – مکی، کمال الدین

سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، پژوهشکده پلاسما گداخت هسته ای

چکیده:

یکی از روشهای گرمایش توکامک، گرمایش توسط امواج هیبرید پایین است لذا بررسی ارسال موج هیبرید پایین در پلاسما از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در این مقاله تئوری انتشار موج هیبرید پایین ارائه شده و با بررسی شرط دسترس پذیری موج، تحلیلی بر نفوذ پذیری موج هیبرید پایین به داخل محیط پلاسما صورت پذیرفته و وابستگی انتشار پلاسما به ضریب شکست موازی میدان مغناطیسی توسط نمودار های حاصل از محاسبات عددی مربوطه ارائه گردیده است. مشخص شده که به ازای یک مقدار بحرانی برای ضریب شکست موازی میدان مغناطیسی، موج هیبرید پایین نفوذ و دسترس پذیری خوبی را تا مرکز توکامک خواهد داشت و دو شاخه موج کند و تند بدون تلاقی و تبدیل مد تا مرکز پلاسما پیش خواهند رفت اما به ازای مقدار کمتر از آن با قطع مواجه خواهند.

کلمات کلیدی: *(گرمایش پلاسما، موج هیبرید پایین، نفوذ پذیری امواج، رابطه پاشندگی)*

مقدمه :

موج هیبرید پایین که در گستره ی فرکانسی $\omega^2_{ci} << \omega^2_{lh} << \omega^2_{ce}$ قرار دارد از جمله امواجی است که در گرمایش توکامک به روش امواج رادیو فرکانسی مورد استفاده قرار می گیرد. همچنین محرک جریان تولید شده توسط این موج در توکامک، ابزاری را برای رسیدن به عملکرد حالت پایا برای راکتورهای گداخت فراهم نموده است زیرا در میان امواج رادیو فرکانسی، محرک جریان تولید شده توسط موج هیبرید پایین بیشترین بازده را دارد. موج هیبرید پایین به طور نرمال در پلاسما قطع می‌شود بدین معنی که نمی‌تواند در پلاسما منتشر شود. یک راه حل برای این مسئله تحریک موج با یک مؤلفه ضریب شکست موازی میدان مغناطیسی، $n_{||}$ است. ضریب شکست موازی در محرک جریان هیبرید پایین یک پارامتر اساسی است زیرا این پارامتر پاسخگوی دسترس پذیری موج و همچنین بازده محرک جریان در مکانی است که جریان همراه پلاسما شارش خواهد کرد. به منظور ایجاد موجی که با $n_{||}$ معین جفت شده است از یک ساختار آنتن فرستنده استفاده می‌شود. این آنتن شامل یک آرایش فاز بندی شده از موجبرهای زیاد است که این شبکه توسط اختلاف فاز میان هادی‌ها و هندسه‌ی ساختار تعیین می‌شود [۱].

تئوری انتشار موج هیبرید پایین در محیط پلاسما

تئوری انتشار موج هیبرید پایین در یک پلاسمای سرد را با رابطه پاشندگی آغاز می کنیم. اطلاعات در مورد دسترس پذیری و انتشار امواج هیبرید پایین بوسیله‌ی مدل بندی پلاسما به عنوان یک محیط سرد بدست می-آید. برای رسیدن به رابطه پاشندگی پلاسمای مغناطیده‌ی سرد، قوانین آمپر $\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ و فارادی $\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ را در نظر می گیریم [۲]. با گرفتن کرل از قانون فارادی و جاگذاری در قانون آمپر به رابطه $\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0\vec{J}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})$ می رسیم. در ادامه با استفاده از فرم تانسوری قانون اهم به صورت $\vec{J}=\vec{\sigma}.\vec{E}$ و با فرض تغییر کمیات به شکل $\nabla\to i\vec{k}$ و $\frac{\partial}{\partial t}\to -i\omega$ خواهیم داشت: [۲]

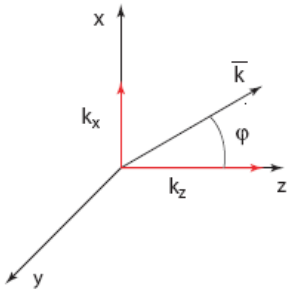
$$\{\frac{ic^2\mu_0}{\omega}\bar{\bar{\sigma}}+\bar{\bar{I}}+\frac{c^2}{\omega^2}(\overline{kk}-k^2)\}.E=0 \qquad (۱)$$

که در آن $\bar{\bar{I}}$ ماتریس همانی و $\bar{\bar{\varepsilon}}$ تانسور دی الکتریکی نسبی $\bar{\bar{\varepsilon}}=\frac{ic^2\mu_0}{\omega}\bar{\bar{\sigma}}+\bar{\bar{I}}$ بر حسب $\bar{\bar{\sigma}}$ می باشد.

با نوشتن ضریب شکست به صورت $n=ck/\omega$ ، معادله‌ی (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\{n^2(\frac{\overline{kk}}{k^2}-\bar{\bar{I}})+\bar{\bar{\varepsilon}}\}.\vec{E}=0 \qquad (۲)$$

با قرار دادن دترمینان $\{n^2(\frac{\overline{kk}}{k^2}-\bar{\bar{I}})+\bar{\bar{\varepsilon}}\}$ برابر صفر، جواب‌های مهم این مسئله‌ی ویژه مقداری به دست می‌آید. نتیجه حاصل، رابطه پاشندگی $D(\omega,\vec{k})$ است. با انتخاب دستگاه مختصات به شکل(۱)، $\vec{B}$ در امتداد محور Z و $\vec{K}$ به صورت $\vec{k}=k_x\hat{x}+k_z\hat{z}$ است و φ زاویه‌ای است که از میدان مغناطیسی تا بردار انتشار اندازه‌گیری می‌شود.



شکل شماره (۱). دستگاه مختصات برای انتشار موج با میدان مغناطیسی موازی محور z [۲].

با در نظر گرفتن $n_{||}^2 = \frac{c^2}{\omega^2} k_{||}^2$ و $n_{\perp}^2 = \frac{c^2}{\omega^2} k_{\perp}^2$ و با استفاده از رسانندگی پلاسما و همچنین تانسور جابجایی $\overline{\overline{\mu}}_{\alpha}$ تانسور دی الکتریک به صورت زیر تعریف می‌شود[۲] :

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \frac{ic^2}{\omega}\mu_0\overline{\overline{\sigma}} + \overline{\overline{I}} = \begin{pmatrix} 1-\sum_{\alpha}\frac{\omega_{P\alpha}^2}{\omega^2-\omega_{c\alpha}^2} & -\sum_{\alpha}\frac{i\omega_{c\alpha}\omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega^2-\omega_{c\alpha}^2)} & 0 \\ \sum_{\alpha}\frac{i\omega_{c\alpha}\omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega^2-\omega_{c\alpha}^2)} & 1-\sum_{\alpha}\frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2-\omega_{c\alpha}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1-\sum_{\alpha}\frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2} \end{pmatrix} \quad (۳)$$

که در این رابطه $\omega_{p\alpha}^2 = \frac{q_{\alpha}^2 n_{\alpha}}{\varepsilon_0 m_{\alpha}}$ فرکانس پلاسما است و مؤلفه‌های تانسور دی الکتریک عمود ، متقاطع و موازی ، به شکل زیر معرفی می‌شوند :

$$\varepsilon_{\perp} = 1-\sum_{\alpha}\frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2-\omega_{c\alpha}^2} \quad (٤)$$

$$\varepsilon_{\times} = \sum_{\alpha}\frac{\omega_{c\alpha}\omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega^2-\omega_{c\alpha}^2)} \quad (٥)$$

$$\varepsilon_{||} = 1-\sum_{\alpha}\frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega^2} \quad (٦)$$

با قرار دادن رابطه تانسور دی الکتریک در رابطه (۲) و محاسبات مربوطه، رابطه پاشندگی پلاسمای سردحاصل می شود: [۲]

$$D(\omega,\bar{k}) = an_{\perp}^4 + bn_{\perp}^2 + c \quad (۷)$$

که در آن ضرایب a، b و c به صورت زیر تعریف می شوند:

$$a = \varepsilon_{\perp} , \quad (۸)$$

$$b = (n_{||}^2 - \varepsilon_{\perp})(\varepsilon_{||} + \varepsilon_{\perp}) + \varepsilon_{\times}^2 , \quad (۹)$$

$$c = \varepsilon_{||}((n_{||}^2 - \varepsilon_{\perp})^2 - \varepsilon_{\times}^2) \quad (۱۰)$$

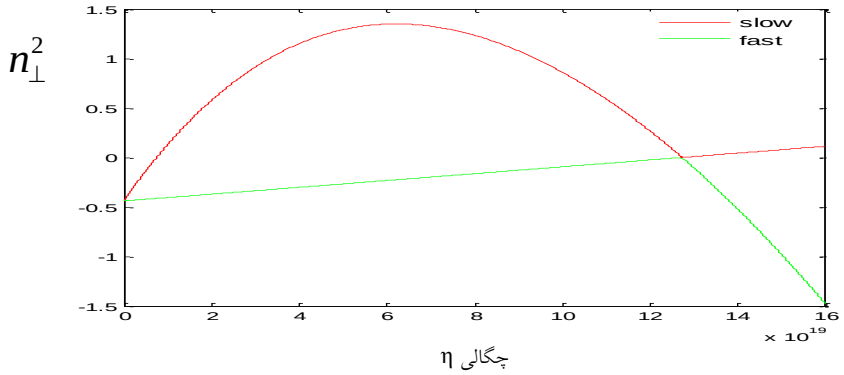
رابطه‌ی پاشندگی پلاسمای سرد به منظور تعیین مسیرهای امواج هیبرید پایین در پلاسما مورد استفاده قرار می‌گیرد. در پلاسما فرکانس هیبرید پایین با یک تشدید همراه است و ناحیه‌ی قطع موج متناظر با ناحیه‌ای است که امواج با رسیدن به آن کاملاً بازتاب خواهند شد و دیگر انتشار نمی‌یابند. تشدید زمانی رخ می‌دهد که ضریب شکست به بینهایت میل کند، $n \to \infty$ و قطع زمانی رخ می‌دهد که ضریب شکست به صفر میل کند $n \to 0$. اکنون با فرض اینکه $n_{||}$ یک کمیت ثابت است که توسط آنتن تعیین می‌شود جواب‌های رابطه پاشندگی را به صورت $n_{\perp}^2 = \frac{b \pm (b^2 - 4ac)^{1/2}}{2a}$ به دست می‌آوریم. شاخه‌ی مطلوب برای LHCD و گرمایش هیبرید پایین متناظر با علامت مثبت ریشه‌ی مربعی است و مد کند خوانده می شود و شاخه متناظر با علامت منفی مد تند نامیده می‌شود. شاخه مد کند به ازای $a = \varepsilon_{\perp} = 0$ با تشدید همراه است ($n_{\perp} \to \infty$). با توجه به شرط تشدید، فرکانس موج هیبرید پایین به صورت $\omega^2 = \omega_{lh}^2 = \frac{\omega_{pi}^2}{1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2}$ به دست می آید. در صورت برقراری شرط $b^2 - 4ac = 0$، جواب‌های متناظر با این دوموج با هم تلاقی می کنند. با استفاده از این شرط رابطه نفوذ پذیری پلاسما به صورت زیر حاصل می شود:[۳و٤]

$$n_{||}^2 > (1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ce}\omega_{ci}})^{-1} = n_{||crit}^2 \qquad (۱۱)$$

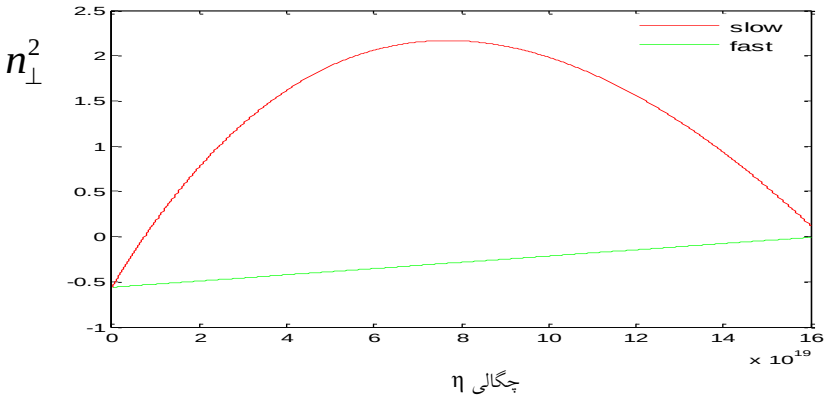
در صورتی که مقدار انتخابی برای ضریب شکست موازی بیش از این مقدار باشد، از پیوند دو ریشه اجتناب می‌شود و تشدید برای امواج هیبرید پایین قابل دسترس است [۱و۲].

نتایج محاسبات عددی

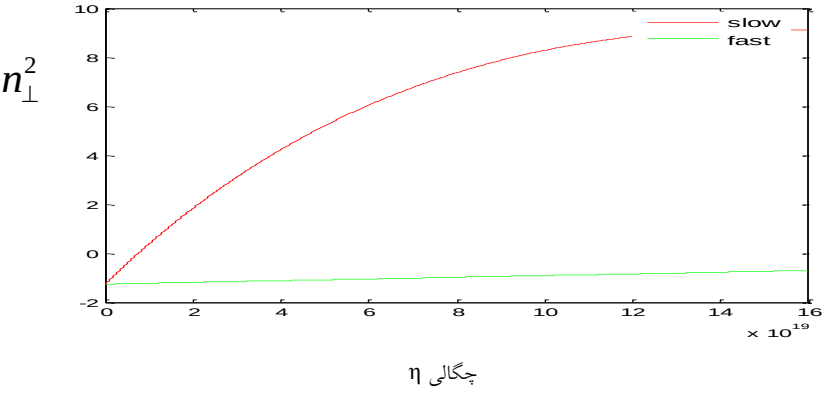
نتایج حاصل از محاسبات عددی نفوذپذیری پلاسما با در نظر گرفتن $B_0 = 5.4T$ و ضریب شکست بحرانی $n_{||} = 1.25$ ،برای مقادیر متفاوت ضریب شکست موازی در شکل های ۲، ۳ و ٤ ارائه شده است. بازه چگالی، با بازه چگالی مرکز پلاسمای توکامک تا چگالی لبه توکامک منطبق است و در واقع مسیر حرکت دو شاخه ی موج را از ارسال در لبه توکامک تا مرکز توکامک نشان می‌دهد.



شکل شماره (۲). موج های حاصل از رابطه پاشندگی بر حسب چگالی به ازای $n_{||} = 1.2$.



شکل شماره (۳). موج های حاصل از رابطه پاشندگی بر حسب چگالی به ازای $n_{||} = 1.25$.



شکل شماره (٤). موج های حاصل از رابطه پاشندگی بر حسب چگالی به ازای $n_{||} = 1.5$.

بحث ونتیجه گیری :

برای آنکه فرآیند تبدیل مد برای دو مد در پلاسما رخ دهد باید ناحیه‌ای در پلاسما وجود داشته باشد که در آن امواج دارای عدد موج برابر یا نزدیک به هم باشند. این دو موج دارای مقادیر ω و $k_{||}$ برابر اما $k_{\perp}$ متفاوت هستند. با توجه به رابطه پاشندگی پلاسما، این ناحیه مکانی است که دو ریشه‌ی رابطه پاشندگی در آن با هم تلاقی می‌کنند [۱]. مطابق تئوری ارائه شده در بخش قبل، برای جلوگیری از قطع و تبدیل مد باید $n^2_{||} > n^2_{||crit}$ باشد. برای مقدار خیلی کوچک $n^2_{||}$ با توجه به شرط تلاقی دو موج که در واقع مطابق با جواب‌های رابطه پاشندگی هستند، یک لایه‌ی تبدیل مد شکل می‌گیرد و دو موج در این نقطه با توجه به رابطه پاشندگی ($b^2 - 4ac = 0$) با یک دیگر تلاقی می کنند، در اثر تلاقی دو موج، در این لایه، موج کند به یک موج تند تبدیل می‌شود که به سوی عقب، سمت فرستنده یعنی چگالی‌های پایینتر، منتشر می‌شود. به عبارت دیگر آنسوی تبدیل مد هیچ دسترس پذیری وجود ندارد. نتایج حاصل از محاسبات عددی در شکل های ۲ تا ٤ نیز بر این امر مطابقت دارد. در شکل ۲ به ازای $n_{||}$ کمتر از مقدار بحرانی دو موج تلاقی کرده و دیگر انتشار نمی یابند و در شکل ٤ به ازای $n_{||}$ بیشتر از مقدار بحرانی، دو موج به خوبی تا مرکز پلاسمای توکامک بدون تبدیل مد و قطع انتشار می‌یابند، این بررسی با بررسی‌های انجام شده توسط Paul Bonoly که برای توکامک VERSATOR [۵] انجام گرفته کاملاً مطابقت دارد.

مراجع :

[1]. Freidberg, J.P. (2007), "Plasma Physics and Fusion Energy", Cambridge University Press, P. 558-625.
[2]. John E. Liptac Jr, (2006), "Lower Hybrid Modeling and Experiments on Alcator C-Mod" Massachusetts Institute of Technology, P31-41.
[3]. Knowlton, S. F. (1975), "Lower Hybrid Heating Experiments on the Versator II Tokamak", Massachusetts Institute of Technology, p. 7-31.
[4]. Mayberry, M. J. (1986), "an Experimental Study of Lower Hybrid Current Drive on the Versator II Tokamak", Massachusetts Institute of Technology, p. 27-40.
[5]. Pul Bonoli, (1984), "Linear Theory of Lower Hybrid Heating", IEEE Transaction on Plasma Science, Vo PS-12, No. 2.