

## بررسی خاصیت ماده‌ی هسته‌ای در واکنش همجوشی هسته‌های جادویی

ناصر قدسی، امید - ترابی، فاطمه\*

دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

### چکیده:

در این مطالعه، به منظور بررسی تغییر رفتار ماده‌ی هسته‌ای تشکیل شده در واکنش همجوشی هسته‌های جادویی، خاصیت تراکم ناپذیری در واکنش  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  در انرژی‌های برخوردی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور، با استفاده از نیروهای اسکریم مختلف با ضرایب تراکم ناپذیری گوناگون؛ پتانسیل واکنش انتخابی در فرمالیزم تابع چگالی انرژی محاسبه شد. مقایسه‌ی داده‌های تجربی با مقادیر تئوری سطح مقطع‌های همجوشی حاصله از پتانسیل-های بدست آمده از هریک از نیروهای اسکریم انتخاب شده نشان داد که تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای ظاهر شده در طی واکنش همجوشی مذکور با افزایش انرژی برخوردی افزایش می‌یابد.

**کلمات کلیدی:** فرمالیزم تابع چگالی انرژی، تراکم ناپذیری ماده هسته‌ای، سطح مقطع همجوشی.

### مقدمه :

تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای (K) یکی از مؤلفه‌های اساسی معادله حالت ماده هسته‌ای محسوب می‌شود که در سال‌های اخیر محور بسیاری از مطالعات تئوری در زمینه‌ی همجوشی هسته‌ای بوده است [۱-۳]. به منظور بررسی تأثیر تراکم ناپذیری ماده هسته‌ای در تحلیل فرآیندهای همجوشی، واکنش‌های بسیاری تاکنون در چارچوب مدل‌های تئوری مختلفی نظیر مدل دابل فولدینگ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در این بررسی‌ها، نتایج حاصل از بکارگیری برهمکنش‌های مؤثر مختلف با ضرایب تراکم ناپذیری متفاوت نشان داده است که اعمال اثرات تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای تأثیر قابل توجهی بر روی دقت محاسبات برهم کنش هسته-هسته و در نتیجه بهبود توافق مقادیر تئوری و آزمایشگاهی سطح مقطع واکنش‌های همجوشی دارد [۴-۶].

با توجه به تأثیر مستقیم اثرات تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای بر روی آنالیز سطح مقطع واکنش‌های همجوشی و در نتیجه دقت محاسبات تئوری داده‌های همجوشی، بررسی توافق بین مقادیر سطح مقطع تجربی و تئوری حاصله از نیروهای مختلف که دارای ضرایب تراکم ناپذیری متفاوت می‌باشند می‌تواند ما را در تحقیق تغییرات رفتار ماده‌ی هسته‌ای تشکیل شده در طی واکنش همجوشی یاری دهد.

با توجه به این نکته، در مطالعه پیشرو قصد داریم تا تغییرات تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای را در واکنش  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  در انرژی‌های مختلف مورد بررسی قرار دهیم. لازم به ذکر است که با توجه به این نکته که در

هسته‌های انتخابی اثرات فزونی نوترون ناچیز است، خاصیت ماده‌ی هسته‌ای می‌تواند بر روی محاسبات سطح مقطع این واکنش همجوشی تأثیر قابل توجهی داشته باشد.

به منظور بررسی این واکنش، با استفاده از تعدادی از نسخه‌های برهم‌کنش اسکریم که دارای تراکم ناپذیری هسته‌ای در محدوده‌ی ۲۳۵ MeV تا ۲۷۲ MeV هستند [۷ و ۸]، پتانسیل واکنش همجوشی انتخابی را در فرمالیزم تابع چگالی انرژی محاسبه نمودیم. در ادامه، با محاسبه‌ی مقادیر سطح مقطع همجوشی حاصل از هر یک از پتانسیل‌های بدست آمده توسط این نیروها و مقایسه نتایج با مقادیر تجربی، به آنالیز تغییرات تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای تشکیل شده در واکنش همجوشی  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  پرداخته‌ایم.

## روش کار:

در این پژوهش، فرمالیزم تابع چگالی انرژی اسکریم (SEDF) به همراه مدل نیمه کلاسیکی توماس فرمی تعمیم یافته، ETF، برای محاسبه‌ی پتانسیل برهم‌کنشی میان هسته‌های پرتابه و هدف بکار گرفته شده‌است. به منظور تخمین بخش هسته‌ای پتانسیل کل در SEDF از اختلاف انرژی سیستم پرتابه+هدف در فواصل محدود و نامحدود به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$V_N(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2) \quad (1)$$

$$E_{12} = \int \varepsilon [\rho_{1p}(r) + \rho_{2p}(r, R), \rho_{1n}(r) + \rho_{2n}(r, R)] dr \quad (2)$$

$$E_1 = \int \varepsilon [\rho_{1p}(r), \rho_{1n}(r)] dr; E_2 = \int \varepsilon [\rho_{2p}(r), \rho_{2n}(r)] dr \quad (3)$$

در معادلات فوق فاصله‌ی بین هسته‌های پرتابه و هدف با R نشان داده شده است و  $\varepsilon$  معرف تابع چگالی انرژی می‌باشد که با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r}) = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[ \left(1 + \frac{1}{2} x_0\right) \rho^2 - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] \\ & + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[ \left(1 + \frac{1}{2} x_3\right) \rho^2 - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] \\ & + \frac{1}{4} \left[ t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] (\rho \tau) \\ & - \frac{1}{4} \left[ t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) - t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) \right] (\rho_n \tau_n + \rho_p \tau_p) \\ & + \frac{1}{16} \left[ 3t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) - t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] (\vec{\nabla} \rho)^2 \\ & - \frac{1}{16} \left[ 3t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) + t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) \right] ((\vec{\nabla} \rho_n)^2 + (\vec{\nabla} \rho_p)^2) \\ & + \frac{1}{2} W_0 [\vec{j} \cdot \vec{\nabla} \rho + \vec{j}_n \cdot \vec{\nabla} \rho_n + \vec{j}_p \cdot \vec{\nabla} \rho_p]. \end{aligned} \quad (4)$$

در معادله (۴)؛ چگالی هسته‌ای، انرژی جنبشی و اسپین مدار به صورت  $\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$  و  $\tau = \tau_n + \tau_p$ ،  $\rho = \rho_n + \rho_p$  تعریف می‌شوند.  $\alpha$  و  $w_0$  معرف پارامترهای نیروی اسکریم و  $m$  نشانگر جرم نوکلئون می‌باشند. در این پژوهش به منظور تخمین چگالی انرژی جنبشی و اسپین مدار از مدل نیمه کلاسیکی توماس فرمی تعمیم یافته استفاده شده است. با در نظر گرفتن تقریب مرتبه دوم  $\hbar^2$  در این مدل نیمه کلاسیکی، چگالی انرژی جنبشی و اسپین مدار به صورت زیر تعریف می‌شوند:

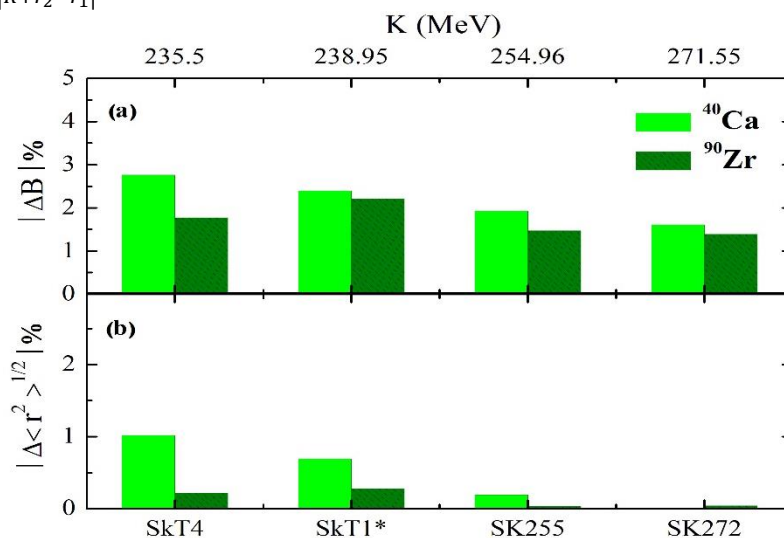
$$\tau_q^{(ETF)}(\vec{r}) = \frac{3}{5}(3\pi^2)^{\frac{2}{3}}\rho_q^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{36}\frac{(\vec{\nabla}\rho_q)^2}{\rho_q} + \frac{1}{3}\Delta\rho_q + \frac{1}{6}\frac{\vec{\nabla}\rho_q \cdot \vec{\nabla}f_q}{f_q} + \frac{1}{6}\rho_q\frac{\Delta f_q}{f_q} - \frac{1}{12}\rho_q\left(\frac{\vec{\nabla}f_q}{f_q}\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_q\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^2\left(\frac{W_0}{2}\frac{\vec{\nabla}(\rho + \rho_q)}{f_q}\right)^2, \quad (5)$$

$$\vec{J}_q(\vec{r}) = -\frac{2m}{\hbar^2}\frac{1}{2}W_0\frac{1}{f_q}\rho_q\vec{\nabla}(\rho + \rho_q). \quad (6)$$

در این مطالعه، به منظور محاسبه‌ی بخش هسته‌ای پتانسیل کل برای واکنش  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$ ،  $\xi$  نسخه‌ی موجود از نیروهای اسکریم شامل SkT4 ( $K=235.5$  MeV)، SkT1\* ( $K=238.95$  MeV)، SK255 ( $K=254.96$  MeV) و SK272 ( $K=271.55$  MeV) [۷ و ۸] استفاده شده‌اند که با توجه به درصد خطای نسبی انرژی بستگی و ریشه میانگین مربعی شعاع برای هسته‌های  $^{40}\text{Ca}$  و  $^{90}\text{Zr}$  (شکل ۱)، قادر به توصیف خواص هسته‌های شرکت کننده در واکنش می‌باشند.

به منظور محاسبه‌ی پتانسیل هسته‌ای؛ هریک از این نیروهای انتخابی به همراه توابع توزیع چگالی دو پارامتری فرمی در رابطه‌ی  $\xi$  بکار گرفته شده‌اند. در ادامه بخش کولنی محاسبه شده توسط فرمول زیر به بخش هسته‌ای حاصل از هریک از نیروها افزوده شد.

$$V_C(R) = \int \frac{\rho_{ch}^{(1)}(\vec{r}_1)\rho_{ch}^{(2)}(\vec{r}_2)}{|\vec{R} + \vec{r}_2 - \vec{r}_1|} d^3r_1 d^3r_2 \quad (7)$$



شکل (۱): درصد خطای نسبی،  $(\text{Theo.} - \text{Exp.}) / \text{Exp.} \times 100$ ، (الف) انرژی بستگی و (ب) ریشه میانگین مربعی شعاع محاسبه شده برای هسته‌های  $^{40}\text{Ca}$  و  $^{90}\text{Zr}$  در واکنش  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$ . محور فوقانی نشان دهنده‌ی مقادیر K متناظر با هر یک از نیروهای اسکریم می‌باشد.

## نتایج :

با بکارگیری نیروهای انتخابی در فرمالیزم توصیف شده، پتانسیل برهم‌کنشی کل برای واکنش  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  محاسبه شد. در ادامه با بکارگیری هر یک از پتانسیل‌های حاصله، محاسبات تئوری سطح مقطع همجوشی با استفاده از فرمالیزم جفت شدگی کانال‌ها انجام گرفت [۹]. به منظور انجام محاسبات سطح مقطع در این فرمالیزم انتخابی، حالت‌های برانگیختگی چهارقطبی  $2^+$  و هشت قطبی  $3^-$  برای هسته‌های پرتابه و هدف در نظر گرفته شدند. در جدول ۱ به مقادیر متناظر با مشخصات حالت‌های برانگیخته‌ی هسته‌های شرکت کننده در واکنش اشاره شده است.

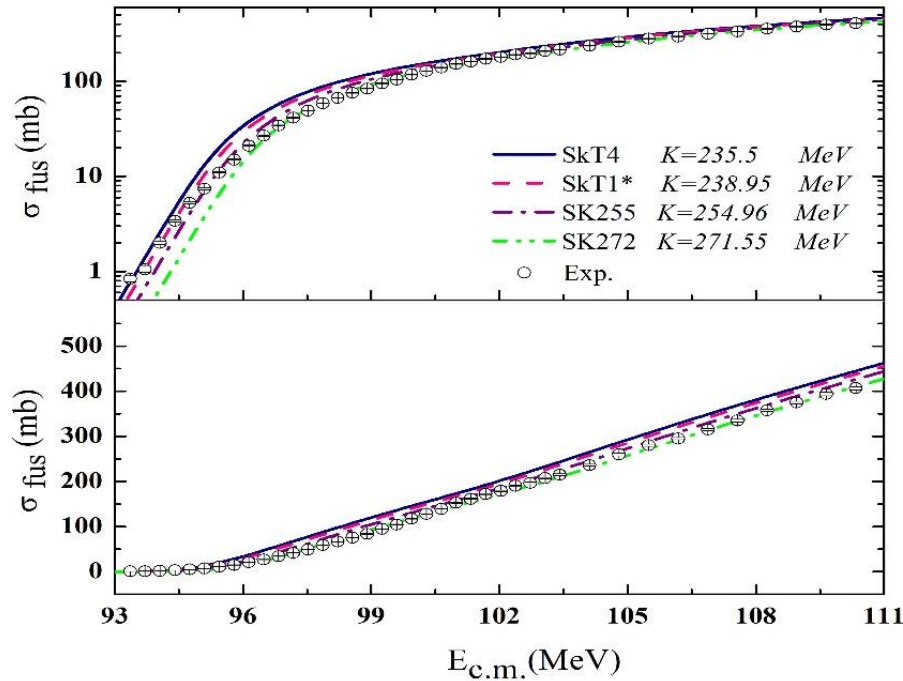
جدول (۱): انرژی برانگیختگی و پارامترهای تغییر شکل برای حالت‌های برانگیخته هسته‌های  $^{40}\text{Ca}$  و  $^{90}\text{Zr}$ ، مستخرج از مرجع

[۱۰ و ۱۱]

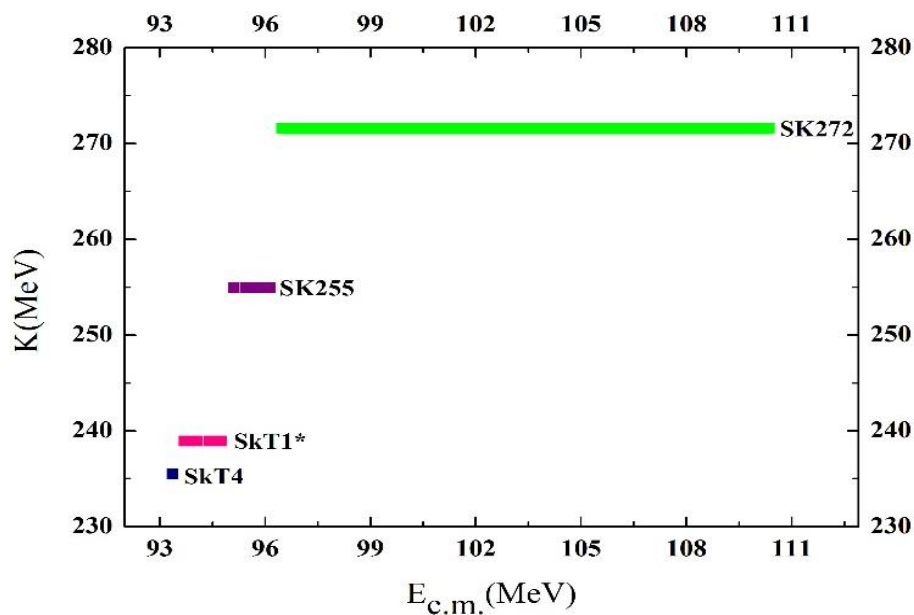
هسته	$\lambda^\pi$	$E^*$	$\beta_\lambda$
$^{40}\text{Ca}$	$2^+$	۳/۹۰۴۴	۰/۱۲۳
	$3^-$	۳/۷۳۷	۰/۳۳
$^{90}\text{Zr}$	$2^+$	۲/۱۸۶۳	۰/۰۸۹۴
	$3^-$	۲/۷۴۸	۰/۲۱۱

نتایج حاصل از محاسبات سطح مقطع با استفاده از فرمالیزم جفت شدگی کانال‌ها به هر دو صورت لگاریتمی و خطی در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، هیچ یک از سطح مقطع‌های بدست آمده از پتانسیل‌های مستخرج از نیروهای انتخابی؛ به تنهایی قادر به بازتولید مقادیر تجربی [۱۲] در تمام انرژی‌های برخوردی نمی‌باشند و هر یک از آنها تنها می‌توانند تخمین درسی از مقادیر تجربی را در محدوده‌ی مشخصی از انرژی‌های برخوردی ارائه دهند. به عبارت دیگر، روشن است که پتانسیل‌های بدست آمده از نیروهای دارای ضریب تراکم ناپذیری کمتر قادر به بازتولید داده‌های تجربی سطح مقطع واکنش در انرژی‌های زیر سد می‌باشند، حال آنکه توصیف دقیقی را برای داده‌های اندازه‌گیری شده در انرژی‌های بالاتر (اطراف و بالای سد) ارائه نمی‌دهند. از طرف دیگر، با توجه به نتایج نشان داده شده در این شکل، می‌توان دریافت که پتانسیل‌های محاسبه شده با استفاده از نیروهایی با ضریب تراکم ناپذیری بالاتر قادر به بازتولید داده‌های تجربی سطح مقطع در انرژی‌های بالا می‌باشند و نمی‌توانند توصیف دقیقی برای مقادیر تجربی در انرژی‌های زیر سد ارائه دهند. در نتیجه، با این مقایسه در می‌یابیم که خاصیت ماده‌ی هسته‌ای در طی واکنش مورد بررسی در انرژی‌های برخوردی مختلف تغییر می‌یابد. به منظور نمایش این تغییر رفتار، با توجه به

دقیق‌ترین توافق حاصله بین مقادیر سطح مقطع تجربی و تئوری محاسبه شده در هر انرژی، مقادیر تراکم ناپذیری پیش بینی شده برای ماده‌ی هسته‌ای تشکیل شده در واکنش  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند.



شکل (۲): مقایسه‌ی سطح مقطع‌های تجربی [۱۲] با داده‌های تئوری حاصله از پتانسیل‌های بدست آمده توسط نیروهای مختلف برای واکنش  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$ .



شکل (۳): مقادیر پیش بینی شده برای تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای در واکنش  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  در انرژی‌های مختلف.

با توجه به نتایج ارائه شده در شکل ۳ می‌توان روند تغییر تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای با انرژی برخوردی را به وضوح مشاهده نمود. به این ترتیب که در انرژی‌های بالاتر در مقایسه با انرژی‌های زیر سد مقدار تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای تشکیل شده در طی واکنش  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  افزایش می‌یابد.

## بحث و نتیجه گیری :

در این پژوهش با بکارگیری نیروهای اسکریم مختلف (با ضریب K در بازه‌ی ۲۳۵ MeV تا ۲۷۲ MeV) در فرمالیزم چگالی انرژی اسکریم؛ به بررسی تغییر خاصیت تراکم ناپذیری ماده‌ی هسته‌ای تشکیل شده در واکنش  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  پرداخته‌ایم. بدین منظور؛ محاسبات سطح مقطع واکنش انتخابی با استفاده از پتانسیل‌های بدست آمده از هر یک از نیروهای انتخابی انجام گرفت. نتایج نشان داد که به منظور بازتولید داده‌های آزمایشگاهی سطح مقطع همجوشی لازم است از پتانسیل‌های حاصله از نیروهایی با ضریب تراکم ناپذیری کوچکتر برای توصیف داده‌ها در انرژی‌های زیر سد و از پتانسیل‌های حاصله از نیروهایی با ضریب تراکم ناپذیری بالاتر برای توصیف داده‌ها در انرژی‌های اطراف و بالای سد بهره جست. در نتیجه، روند بازتولید داده‌های تجربی سطح مقطع در انرژی‌های مختلف نشان داد که با افزایش انرژی برخوردی، ماده‌ی هسته‌ای تشکیل شده در طی واکنش به تدریج تراکم ناپذیرتر می‌شود (شکل ۳). با توجه به نتیجه‌ی بدست آمده می‌توان دریافت که در واکنش همجوشی بررسی شده در انرژی‌های مختلف ما با تغییرات چگالی و تغییر خاصیت ماده‌ی هسته‌ای در طی واکنش رو به رو می‌باشیم.

## مراجع :

- [۱] H. Esbensen, X. Tang, and C. L. Jiang, Effects of mutual excitations in the fusion of carbon isotopes, Phys. Rev. C 84, 6, 064613, 2011.
- [۲] G. A. Montagnoli, et al., Fusion of  $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$  and other Ca+ Ca systems near and below the barrier, Phys. Rev. C 85, 2, 024607, 2012.
- [۳] C. L. Jiang, et.al., First evidence of fusion hindrance for a small Q-value system, Phys. Lett. B 640, 1, 18-22, 2006.
- [۴] S. Misicu and H. Esbensen, Hindrance of Heavy-Ion Fusion due to Nuclear Incompressibility, Phys. Rev. Lett. 96, 112701, 2006.
- [۵] S. Misicu and H. Esbensen, Signature of shallow potentials in deep sub-barrier fusion reactions, Phys. Rev. C 75, 3, 034606, 2007.
- [۶] H. Esbensen and S. Misicu, Hindrance of  $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$  fusion at extreme sub-barrier energies, Phys. Rev. C 76, 5, 054609, 2007.
- [۷] F. Tondeur, M. Brack, M. Farine, and J. M. Pearson, Static nuclear properties and the parametrizations of Skyrme forces, Nucl. Phys. A 420, 2, 297-319, 1984.
- [۸] B. K. Agrawal., S. Shlomo, and Kim, Au, Nuclear matter incompressibility coefficient in relativistic and nonrelativistic microscopic models, Phys. Rev. C 68, 3, 031304, 2003.
- [۹] K. Hagino, N. Rowley, A.T. Kruppa, A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions, Comput. Phys. Commun. 123, 143–152, 1999.

- [۱۰] S. Raman, C. W. Nestor, Jr., and P. Tikkanen, Transition probability from the ground to the first-excited  $2^+$  state of even-even nuclides, *At. Data Nucl. Data Tables* 78, 1, 1-128, 2001.
- [۱۱] T. Kibedi and R. H. Spear, Reduced electric-octupole transition probabilities,  $B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)$ —AN UPDATE, *At. Data Nucl. Data Tables* 80, 1, 35-82, 2002.
- [۱۲] H. Timmers, et al., A case study of collectivity, transfer and fusion enhancement, *Nucl. Phys. A* 633, 3, 421-445, 1998.