# بررسی مفهوم تابع اهمیت وابسته به زمان و مکان برای نوترون‌های آنی و نیاهسته‌های نوترون‌های تاخیری

**فرهنگ فلاح، وحید* [۱]– صالحی، علی اکبر [۲] – پذیرنده، علی [۳]**

۱- سازمان انرژی اتمی ایران، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای

۲- دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده‌ی مهندسی انرژی

۳- دانشگاه آزاد علوم تحقیقات، دانشکده‌ی مهندسی پلاسما

## چکیده:

*اهمیت نوترون‌ها و نیاهسته‌ها به صورت سهم هر یک از آنها در فرآیند قابل مشاهده (قابل اندازه‌گیری) نهایی دلخواه تعریف می‌شود، بطوریکه با داشتن توزیع دقیق مکانی و زمانی برای تابع اهمیت در درون قلب رآکتور می توان اهمیت هر نقطه از قلب را در زمان های ماقبل از هر حادثه پیش گویی کرد[۱]. در این مقاله هدف بررسی مفهوم اهمیت نقاط مختلف در زمان‌های مختلف قبل از ورود آشکارساز به قلب است لذا، از معادله‌ی پخش الحاقی وابسته به زمان با در نظر گرفتن ٦ گروه نوترون تاخیری برای بررسی این مفهوم استفاده شده است. در نهایت، تفاسیر فیزیکی مناسبی برای نتایج عددی بدست آمده بیان شده است.*

***کلمات کلیدی:*** *معادله‌ی پخش، معادله‌ی الحاقی، تابع اهمیت، نوترون‌های تاخیری، مشاهده‌پذیر فیزیکی*

## مقدمه

معادلات الحاقی علاوه بر شاخه‌های مختلف ریاضی و فیزیک، از مدتها قبل در فیزیک رآکتور به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در سال (۱۹۷۷) برای اولین بار از معادله‌ی الحاقی وابسته به زمان در زمینه‌ی نویز رآکتور، برای محاسبه‌ی پاسخ آشکارساز به نوسانات پارامترهای مختلف رآکتور استفاده شد[۲]. در این کاربرد از تبدیل لاپلاس معادله‌ی الحاقی (وابسته به زمان) برای بیان رفتار وابسته به زمان در حوزه‌ی فرکانس استفاده شد. علاوه بر این، معادلات الحاقی و شار الحاقی کاربردهای وسیع دیگری در زمینه‌های مختلف رآکتور مانند نظریه‌ی اختلال، روش وردشی و ... پیدا کرده‌اند.

در این پژوهش معادلات چگالی اهمیت وابسته به زمان، که توسط لوینس[1] در سال ۱۹٦۰ برای نوترون‌های آنی و نیاهسته‌های تاخیری استخراج شد، مورد برررسی قرار می‌گیرد. سپس، با حل عددی یک مسئله‌ی نمونه، مفاهیمی کاربردی از تابع اهمیت وابسته به زمان که قابل تعمیم به مسایل با هندسه‌ی پیچیده‌تر است استخراج می‌شود.

[1] Lewins

**تابع اهمیت وابسته به زمان**

رفتار رآکتور تنها با تعیین تابع چگالی نوترون قابل تعیین نیست زیرا این رفتار باید با فرآیند مشاهده پذیر فیزیکی تفسیر شود. برای مثال، اگر در یک زمان مشخص نهایی $t_f$ یک مجموعه از آشکارسازها وارد رآکتور شوند، پاسخ آشکارسازها در زمان $t_f$ یک خصوصیت قابل مشاهده (قابل اندازه‌گیری) از رآکتور است بطوریکه این پاسخ به موقعیت، جهت، حساسیت (به انرژی) آشکارساز و زمان اندازه‌گیری وابسته است. به این تابع پاسخ، تابع اهمیت گفته می‌شود. لوینس اهمیت یک نوترون یا نیاهسته را به صورت سهم احتمالی آن در یک فرآیند قابل اندازه‌گیری اختیاری در زمان $t_f$ تعریف می‌کند و اضافه می‌کند که اهمیت یک نوترون یا نیاهسته در زمان $t$، قبل از $t_f$، برابر است با مجموع اهمیت فرزندان (نسل‌های) محتمل آن در هر زمان قبل از $t_f$ و بعد از زمان $t$.

در ادامه نحوه‌ی استخراج معادله‌ی پخش اهمیت وابسته به زمان برای نوترون‌ها و نیاهسته‌ها بیان می‌شود. اما پیش از آن باید در نظر داشت که بر خلاف قانون فیک مستقیم، در معادله‌ی اهمیت، نوترون‌ها (یا ذرات الحاقی) از نواحی با اهمیت پایین به سمت نواحی با اهمیت بالا حرکت می‌کنند. لذا جریان اهمیت وابسته به جهت و جریان اهمیت خالص به ترتیب به صورت روابط (۱) و (۲) نوشته می‌شوند.

$$\vec{J}_+ = \frac{j^\dagger}{4} + \frac{D}{2}\nabla j^\dagger, \qquad (۱)$$

$$\vec{J} = D\nabla j^\dagger. \qquad (۲)$$

معادله‌ی اهمیت یک گروهی، از اصل موضوعه‌ی در نظر گرفته شده برای فرزندان نوترون‌ها، برای یک المان از حجم بعد از یک بازه‌ی زمانی کوتاه $dt$ نتیجه می‌شود. در این بازه‌ی زمانی، ترابرد نوترون‌ها به داخل و خارج حجم منجر به نشت خالص احتمال می‌شود. بطوریکه این نشت از دیورژانس جریان اهمیت بدست می‌آید. علاوه بر فرآیند ترابرد، در هر بازه‌ی مکانی جذب و شکافت نیز رخ می‌دهد که در نهایت با نوشتن توازن اهمیت در فضای فاز انرژی و مکان به دست خواهد آمد[ ۱]:

$$\frac{\partial j^\dagger(\vec{r},t)}{\partial t} = \lim_{dt\to 0}\frac{j^\dagger(\vec{r},t+dt) - j^\dagger(\vec{r},t)}{dt} \qquad (۳)$$
$$= v\left\{\nabla.D\nabla j^\dagger(\vec{r},t) + \Sigma_a j^\dagger(\vec{r},t) - (1-b)k_\infty \Sigma_a j^\dagger(\vec{r},t)\right\} - v\sum_i b_i k_\infty \Sigma_a C_i^\dagger(\vec{r},t),$$

$$C_i^\dagger(\vec{r},t) = [1-\lambda_i dt]C_i^\dagger(\vec{r},t+dt) + \lambda_i dt\, j^\dagger(\vec{r},t), \qquad (٤)$$

که رابطه‌ی (٤) را پس از مرتب‌سازی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial C_i^{\dagger}(\vec{r},t)}{\partial t} = -\lambda_i j^{\dagger}(\vec{r},t) + \lambda_i C_i^{\dagger}(\vec{r},t). \qquad (۵)$$

که شرط مرزی برای جریان اهمیت خروجی از مرز سامانه مورد بررسی برای شرط مرزی جاذب کامل و یا خلاء معادل با شرط مرزی برای جریان نوترونی ورودی به مرز سامانه مورد بررسی است.

**گسسته سازی معادلات بدست آمده برای اهمیت نوترون‌ها و نیاهسته‌ها**

شکل گسسته شده‌ی معادلات (۳) و (۵)، از روش تفاضل محدود[1]، به صورت زیر هستند:

$$-\frac{1}{v}\left[\frac{j^{\dagger}_{i,n+1} - j^{\dagger}_{i,n}}{\Delta t}\right] = D\left[\frac{j^{\dagger}_{i+1,n} - 2j^{\dagger}_{i,n} + j^{\dagger}_{i-1,n}}{(\Delta x)^2}\right] - \Sigma_a j^{\dagger}_{i,n} + (1-\beta)k_{\infty}\Sigma_a j^{\dagger}_{i,n} + \sum_i \beta_i k_{\infty}\Sigma_a C^{\dagger}_{i,n} \qquad (٦)$$

$$-\left[\frac{C^{\dagger}_{i,n+1} - C^{\dagger}_{i,n}}{\Delta t}\right] = \lambda_i j^{\dagger}_{i,n} - \lambda_i C^{\dagger}_{i,n}. \qquad (۷)$$

برای حل این معادلات نیاز به شرایط نهایی داریم که آن‌ها را به صورت زیر درنظر می‌گیریم:

$$Q^{\dagger}_{(1)i,t_f} = \frac{-1}{v}\left[\frac{j^{\dagger}_{i,t_f}}{\Delta t}\right] \qquad (۸)$$

$$Q^{\dagger}_{(2)i,t_f} = \frac{-1}{v}\left[\frac{C^{\dagger}_{i,t_f}}{\Delta t}\right] \qquad (۹)$$

با حل دستگاه معادلات به دست آمده از معادلات (٦) و (۷)، با استفاده از روش صریح[2] (برای متغیر زمان)، اهمیت وابسته به زمان و مکان بدست می‌آید.

نتایج حل

یک تیغه‌ی یک بعدی از اورانیوم ۲۳۳ به ضخامت ۲ سانتیمتر را برای محاسبه‌ی توزیع اهمیت نوترون‌ها و نیاهسته‌ها در نظر می‌گیریم. با در نظر گرفتن ٦ گروه نوترون تاخیری (با مشخصات داده شده در جدول ۱)، و یک آشکارساز: الف) حساس به نوترون‌های آنی، و ب) حساس به نوترون‌های آنی و نیاهسته‌های نوترون-های تاخیری، که در زمان $t_f$ در وسط تیغه وارد شده است، هدف بدست آوردن اهمیت نوترون‌ها در زمان-های ماقبل از زمان $t_f$ در مکان‌های مختلف نسبت به فرآیند آشکارسازی (اندازه گیری) در زمان $t_f$ در

[1] The finite difference method
[2] Explicit method

وسط تیغه و همچنین محاسبه‌ی زمانی قبل از ورود آشکارساز است که اهمیت نوترون‌ها و هر گروه از نیاهسته‌ها به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

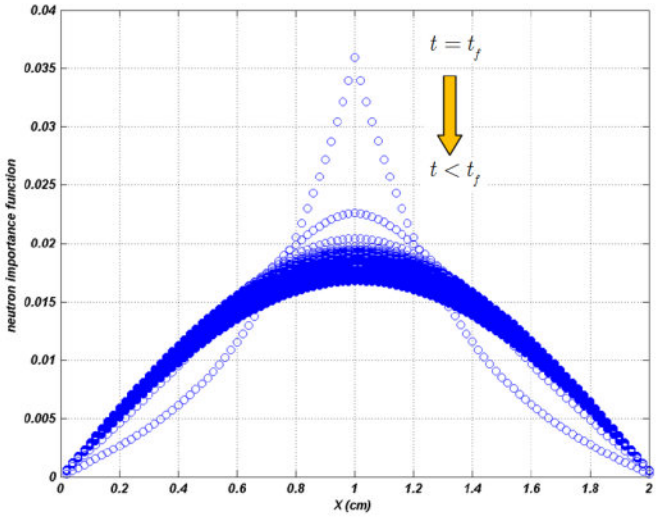
مشخصات شش گروه نوترون تاخیری حاصل از شکافت سریع در سوخت اورانیوم ۲۳۳ در جدول شماره‌ی ۱ داده شده است.

جدول شماره (۱) :مشخصات ٦ گروه نوترون تاخیری حاصل از شکافت سریع در سوخت اورانیوم ۲۳۳

| شماره‌ی گروه | ثابت واپاشی $\lambda_i(\frac{1}{\sec})$ | نیمه عمر $t_i(\sec)$ | بهره در شکافت $\beta_i$ |
|---|---|---|---|
| ۱ | ۰,۰۱۲٦ | ۵۵,۱۱ | ۰,۰۰۰٦۰ |
| ۲ | ۰,۰۳۳٤ | ۲۰,۷٤ | ۰,۰۰۱۹۲ |
| ۳ | ۰,۱۳۱ | ۵,۳۰ | ۰,۰۰۱۵۹ |
| ٤ | ۰,۳۰۲ | ۲,۲۹ | ۰,۰۰۲۲۲ |
| ۵ | ۱,۲۷ | ۰,۵۵ | ۰,۰۰۰۵۱ |
| ٦ | ۳,۱۳ | ۰,۲۲ | ۰,۰۰۰۱٦ |

## نتایج :

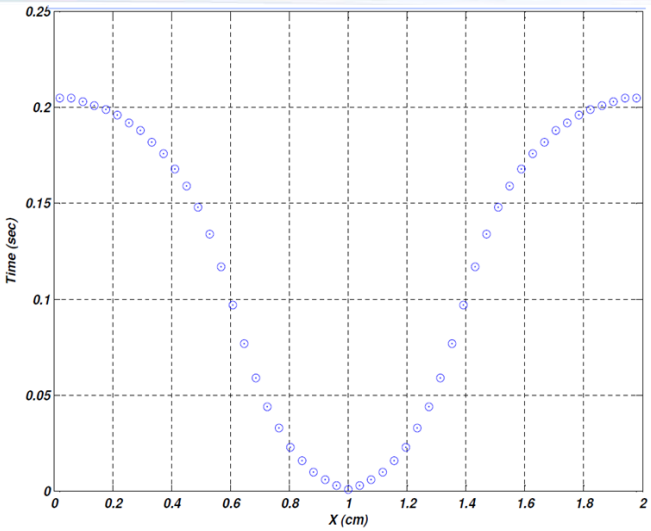
نتایج بدست آمده از نحوه‌ی تغییر اهمیت نقاط مختلف تیغه بر حسب زمان (برای زمان‌های ماقبل ورود آشکارساز) در شکل ۱ نشان داده شده است. همانطور که از این شکل مشاهده می‌شود، برای این سامانه‌ی زیر بحرانی، دامنه‌ی اهمیت با گذشت زمان کم می‌شود. هنگام وارد کردن یک آشکارساز در وسط تیغه، اهمیت با برگشت زمان (مسئله از نوع مقدار نهایی است) به نقاط اطراف مرکز منتقل می‌شود زیرا فرزندان به وجود آمده ناشی از شکافت در مش‌های مجاور در پاسخ آشکارساز در زمان $t_f$ نقش پیدا می‌کنند.



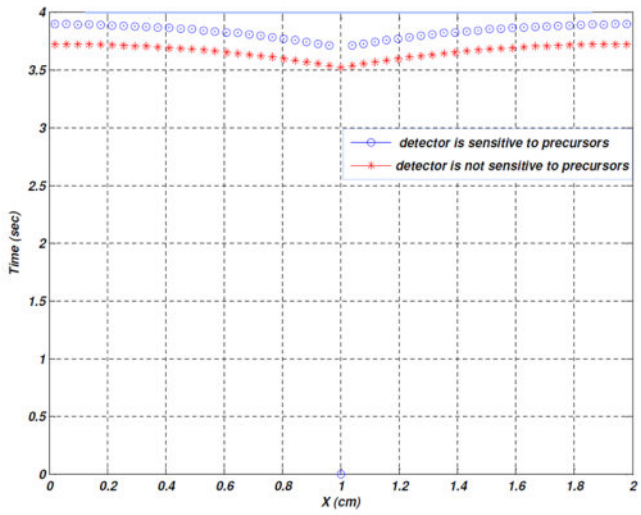

شکل ۱- نحوه‌ی تغییر اهمیت نوترون‌ها در زمان های ما قبل ورود آشکارساز در تیغه‌ی زیر بحرانی

همچنین زمان به بیشینه رسیدن اهمیت نوترون‌ها در نقاط مختلف تیغه در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطور که از این شکل مشخص است هرچه از مرکز تیغه دورتر می‌شویم زمان به بیشینه رسیدن اهمیت نوترون‌ها بیشتر می‌شود.

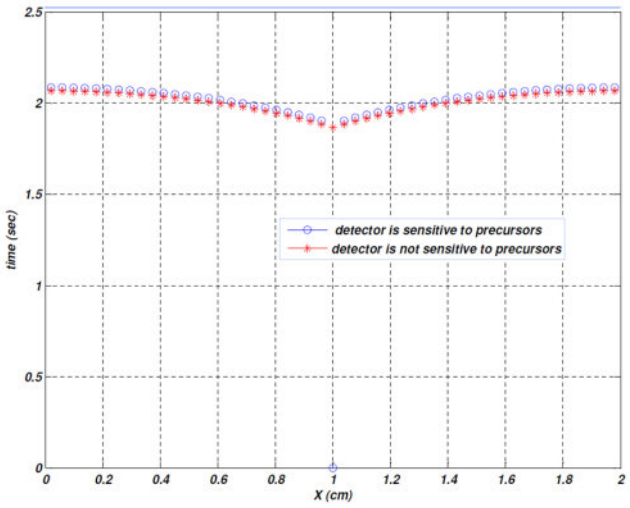
همچنین در شکل‌های ۳ تا ۵، زمان بیشینه شدن اهمیت نیاهسته‌های گروه ۳،۱ و۶ در طول تیغه نشان داده شده است. همانطور که از این شکل مشخص است زمان بیشینه شدن اهمیت این گروه از نیاهسته‌ها با افزایش نیمه عمر آنها افزایش می‌یابد زیرا نیا هسته‌های با نیمه عمر بالاتر در زمان‌های ما قبل‌تری نسبت به زمان $t_f$ در پاسخ آشکارساز در زمان $t_f$ نقش دارند. به علاوه، در نیاهسته‌های با نیمه عمر پایین حساس بودن آشکارساز به نیاهسته‌ها تاثیر کمی بر زمان بیشینه شدن اهمیت نیاهسته-ها دارد.



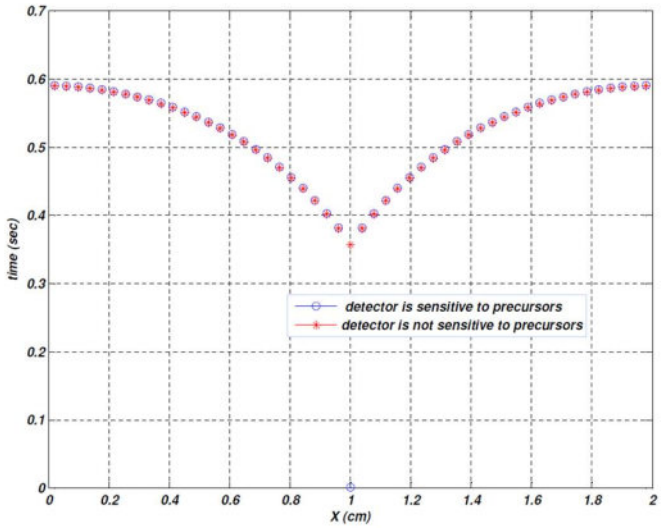

شکل ۲- زمان بیشینه شدن اهمیت نوترون‌ها قبل از زمان ورود آشکارساز در نقاط مختلف تیغه




شکل ۳- زمان بیشینه شدن اهمیت نیاهسته‌های گروه ۱ قبل از زمان ورود آشکارساز




شکل ٤- زمان بیشینه شدن اهمیت نیاهسته‌های گروه ۳ قبل از زمان ورود آشکارساز




شکل ٥- زمان بیشینه شدن اهمیت نیاهسته‌های گروه ٦ قبل از زمان ورود آشکارساز

## بحث ونتیجه گیری :

همانطور که مشاهده شد، با توجه به اینکه معادله‌ی پخش الحاقی وابسته به زمان یک معادله‌ی از نوع مقدار نهایی است، نتیجه‌ی حل آن اهمیت نوترون‌ها و نیاهسته‌ها را در نقاط مختلف در زمان‌های پیش از ورود آشکارساز (مشاهده‌پذیر فیزیکی) می‌دهد. همچنین، نتایج بدست آمده برای اهمیت وابسته به زمان برای نوترون‌ها نشان داد که زمان بیشینه شدن اهمیت نقاط مختلف (قبل از ورود آشکارساز) با دور شدن از نقطه‌ی ورود آشکارساز افزایش می‌یابد. علاوه‌براین، نتایج بدست آمده برای نیاهسته‌ها نشان می‌دهد که زمان بیشینه شدن اهمیت برای نیاهسته‌های گروه‌های بالاتر (نیمه عمر پایین‌تر)، در هر فاصله‌ی مشخص از نقطه‌ی ورود آشکارساز، کمتر است.

**مراجع :**

1. Jeffery Lewins., '*the time-dependent importance of neutrons and precursors*', Nuclear Science and Engineering, vol.7, 268-274, 1960.
2. H. Van Dam., 'on the adjoint space in reactor noise theory', Annals of Nuclear Energy, vol. 4, pp 185 to 188, 1977.
3. BELL, G.I., GLASSTONE, S., '*Nuclear Reactor Theory*', Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1970.