

چگالی جریان در پلاسمای همجوشی

حاتمی، محمد محسن

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده فیزیک

چکیده:

در این مقاله، با استفاده از معادلات سیالی پلاسمای یک پلاسمای همجوشی (توکامک) مدل سازی می شود و سپس با حل عددی معادلات اصلی مدل ارایه شده به مطالعه تاثیر دمای یونها و نیز راستا و بزرگی میدان مغناطیسی اعمال شده به پلاسمای بر رفتار چگالی جریان الکتریکی ذرات باردار در لایه غلاف می پردازیم. نتایج بدست آمده نشان می دهد مقدار چگالی جریان در لایه غلاف تنها به راستای میدان مغناطیسی (و نه بزرگی آن) و دمای یونی وابسته است در حالیکه مقدار چگالی جریان بر روی دیواره پلاسمای مستقل از هر سه پارامتر فوق الذکر (دمای یونی، بزرگی و جهت میدان مغناطیسی) است. این در حالی است که طبق نتایج عددی بدست آمده در این مقاله مقدار چگالی جریان در درون لایه غلاف (بین لایه غلاف و دیواره پلاسمای) به هر سه پارامتر فوق وابسته است.

کلمات کلیدی: پلاسمای همجوشی، معادلات سیالی، چگالی جریان خالص، غلاف پلاسمایی.

مقدمه:

مساله برهمکنش پلاسمای و دیواره یکی از قدیمی ترین مسایل در حوزه فیزیک پلاسماست [1]. این موضوع در سالهای اخیر بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است که علت آن گسترش فن آوری پردازش پلاسمایی در صنعت و نیز ارتباط این موضوع با پلاسمای همجوشی محصور شده با میدان مغناطیسی است. از مهمترین الزامات ورود به این حوزه ها تعیین دقیق شرایط مرزی برای پلاسمای مورد نظر است. به همین دلیل در سالهای اخیر گروههای مختلفی سعی کرده اند سرعت اولیه یونها را هنگام ورود به لایه غلاف، لایه ای نازک که در آن یونها شتاب گرفته و بطرف دیواره هجوم می برند، محاسبه نمایند [2-5]. نتایج این بررسی ها نشان داده است که ویژگی های مختلف پلاسمای مانند دما، مغناطیسی بودن، برخوردی بودن و ... همگی تاثیر بسزایی در تعیین سرعت مذکور که به سرعت بوهام معروف است دارند.

از طرف دیگر همانطور که می دانیم شارش ذرات باردار و نیز گرما به طرف دیواره پلاسمای وابستگی زیادی به خصوصیات پلاسمای در لایه غلاف دارد و بودن یا نبودن هر یک از ویژگی های فوق الذکر در یک پلاسمای شرایط برابر ذرات را بکلی تغییر می دهد. در این مقاله، با توجه به اهمیت موضوع می خواهیم به مطالعه ویژگی های چگالی جریان الکتریکی خالص در لایه غلاف یک پلاسمای همجوشی در حضور نیروهای

مغناطیسی، فشار و اصطکاک ناشی از برخورد یونها و اتمهای خنثی پردازیم. برای این منظور ابتدا به مدل سازی پلاسمای مورد نظر می پردازیم و معادلات حاکم بر رفتار ذرات را مشخص می نماییم. لازم به ذکر است که در این بررسی، بر خلاف بیشتر کارهای قبلی، اثرات یونیزاسیون را در نظر می گیریم و اصطلاحاً پلاسما را فعال فرض می نماییم.

روش کار:

در این بخش به توصیف مدل سیالی استفاده شده برای این مساله و معادلات حاکم بر آن می پردازیم. یک پلاسمای یون-الکترون شبه خنثی در نظر می گیریم. فرض می کنیم راستای x بر سطح دیواره عمود باشد (شکل (۱)). همچنین فرض می کنیم یک میدان مغناطیسی ثابت به صورت $\vec{B}_0 = B_0 \cos \theta \hat{i} + B_0 \sin \theta \hat{k}$ در صفحه $x-z$ به پلاسما اعمال شود (زاویه θ زاویه بین راستای میدان مغناطیسی با راستای x است). با در نظر گرفتن اثرات میدان مغناطیسی، دمای یونی، برخوردهای یون-خنثی و یونیزاسیون معادلات اصلی مدل سیالی استفاده شده برای پلاسما عبارت خواهند بود از:

$$\nabla \cdot (n_i \vec{V}_i) = \nu_i n_e, \quad (1)$$

$$m_i \vec{V}_i \cdot \nabla \vec{V}_i = -e(\nabla \phi - \vec{V}_i \times \vec{B}_0) - \frac{1}{n_i} \nabla (n_i k_B T_i) - m_i \nu_{i0} \vec{V}_i, \quad (2)$$

که ν_i فرکانس یونیزاسیون، k_B ثابت بولتزمن، ν_{i0} فرکانس برخورد یون-خنثی و \vec{V}_i ، m_i ، n_i و T_i به ترتیب سرعت، جرم، چگالی و دمای یونهای مثبت هستند. در ناحیه غلاف سرعت حرکت الکترونها کوچکتر از سرعت حرارتی آنهاست. بنابراین با تقریب بسیار خوبی می توان گفت علیرغم وجود میدان مغناطیسی قوی در این ناحیه، چگالی الکترونها از رابطه بولتزمن پیروی می کند:

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \quad (3)$$

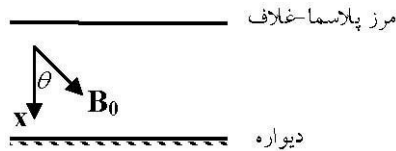
که n_0 و T_e ، ϕ به ترتیب پتانسیل الکتریکی، دمای الکترونی و چگالی پلاسما هستند. بالاخره، معادله پواسون که تکمیل کننده معادلات توصیف کننده پلاسماست به شکل زیر نوشته می شود:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{e(n_i - n_e)}{\epsilon_0}. \quad (4)$$

برای سهولت بیشتر، بدون آنکه از کلیت موضوع کاسته شود، فرض می کنیم تغییرات مکانی کمیت هادر راستای x بیشتر از راستاهای دیگر باشد. بنابراین می توان نوشت $\nabla \rightarrow \hat{i} \partial / \partial x$: [2, 3, 5]. همچنین چگالی جریان خالص ذرات باردار (j_n) در لایه غلاف پلاسمایی را می توان به شکل زیر تعریف کرد [5]:

$$j_n = j_i - j_e = en_i u_i - \frac{1}{4} en_e u_{the}, \quad (5)$$

پلازما



شکل (۱). هندسه مدل استفاده شده.

که $u_{the} = \sqrt{8T_e / \pi m_e}$ سرعت حرارتی الکترونهاست.

با در نظر گرفتن کمیت‌های بی بعد $\Omega = \omega_{ci} / \omega_{pi}$ ، $N_e = n_i / n_0 = \exp(\eta)$ ، $\eta = e\phi / T_e$ ، $\xi = x / \lambda_{De}$ ، $N_i = n_i / n_0$ ، $T_{ie} = T_i / T_e$ ، $\sigma = v_i / v_{i0}$ ، $\bar{u}_i = \bar{V}_i / c_s$ می توان معادلات (۴)-(۱) را به شکل زیر

نوشت:

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{N_i}{(u_{ix}^2 - T_{ie})} \left[\frac{\partial \eta}{\partial \xi} - \Omega u_{iy} \sin \theta + \frac{u_{ix} v_i}{\omega_{pi}} \left(1 + \frac{\sigma N_e}{N_i} \right) \right], \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_{ix}}{\partial \xi} = - \frac{u_{ix}}{(u_{ix}^2 - T_{ie})} \left[\frac{\partial \eta}{\partial \xi} - \Omega u_{iy} \sin \theta + \frac{u_{ix} v_i}{\omega_{pi}} \left(1 + \frac{\sigma N_e T_{ie}}{N_i u_{ix}^2} \right) \right], \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_{iy}}{\partial \xi} = \Omega \left(\frac{u_{iz} \cos \theta}{u_{ix}} - \sin \theta \right) - \frac{u_{iy} v_i}{u_{ix} \omega_{pi}}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_{iz}}{\partial \xi} = -\Omega \frac{u_{iy} \cos \theta}{u_{ix}} - \frac{u_{iz} v_i}{u_{ix} \omega_{pi}}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = N_e - N_i, \quad (10)$$

که $\lambda_{De} = (\epsilon_0 T_e / n_0 e^2)^{1/2}$ طول دمای الکترونی، $\omega_{pi} = (n_0 e^2 / \epsilon_0 m_i)^{1/2}$ فرکانس یونی پلازما و $\omega_{ci} = (e B_0 / m_i)$ فرکانس سیکلوترونی یونهاست. همچنین با استفاده از کمیت $j_0 = en_0 u_{the}$ رابطه چگالی جریان خالص بی بعد شده به شکل زیر قابل نوشتن است [5]:

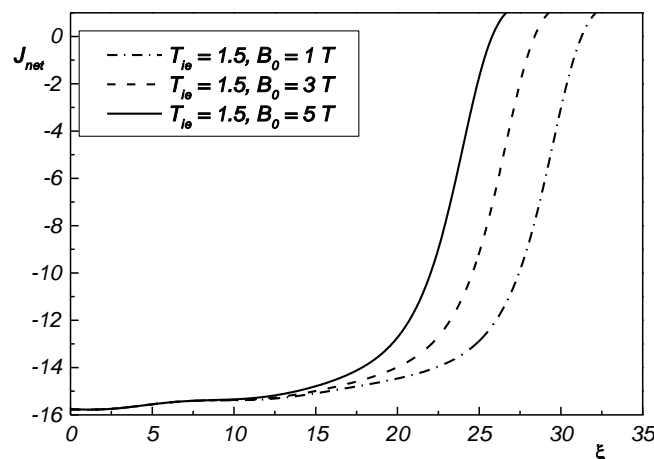
$$J_{net} = J_i - J_e = N_i u_{ix} - \left(\frac{m_i}{2\pi m_e} \right)^{1/2} N_e. \quad (11)$$

در ادامه به کمک شرایط مرزی و اولیه زیر و با استفاده از روش Runge-kutta به حل معادلات (۱۱)-(۶) برای یک پلاسمای همجوشی هیدروژن می پردازیم:

همچنین فرض $B_0 = 1-5T$ و $\sigma = 1$ ، $T_{ie} = 0.5-2$ ، $T_e = 25eV$ ، $n_{0e} = n_{0i} = n_0 \approx 3 \times 10^{19} m^{-3}$ می کنیم پتانسیل و میدان الکتریکی در لبه غلاف به ترتیب برابر صفر $\eta = 0$ و یک هزارم $(\partial \eta / \partial \xi)_{\xi=0} = 0.001$ باشند. در ضمن برای تعیین سرعت یونها در لبه غلاف (سرعت بوهمی) از نتایج منبع [4] استفاده می کنیم.

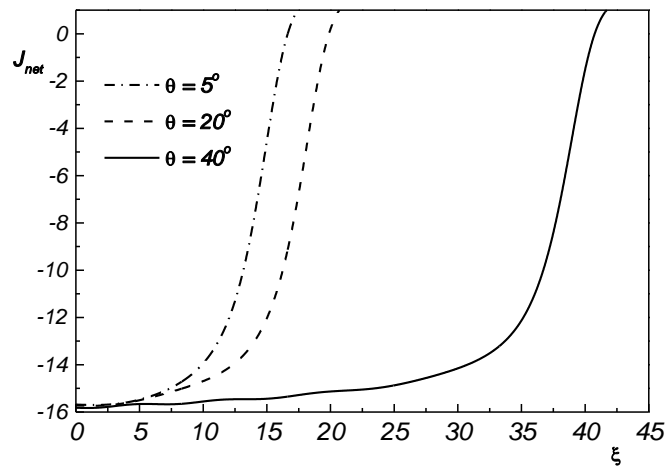
نتایج:

در این بخش به مطالعه اثر جهت و بزرگی میدان مغناطیسی و نیز دمای یونها بر چگالی جریان خالص ذرات باردار J_{net} در ناحیه غلاف می پردازیم. در شکل (۲) تغییرات J_{net} بر حسب فاصله از لبه غلاف ($\xi = 0$) به ازای $T_{ie} = 1.5$ ، $\theta = 30^\circ$ و مقادیر مختلف بزرگی میدان مغناطیسی B_0 نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می شود با افزایش B_0 چگالی جریان الکتریکی در درون لایه غلاف افزایش می یابد و منحنی J_{net} با شیب تندتری به سمت مقدار نهایی خود حرکت می کند. همچنین همانطور که انتظار می رفت با افزایش فاصله از لبه غلاف (افزایش ξ) و نزدیکتر شدن به دیواره، چگالی جریان به صفر نزدیکتر می شود. در ضمن می توان دید که افزایش B_0 تا قبل از $x = 10\lambda_{De}$ تاثیر قابل ملاحظه ای بر منحنی چگالی جریان ندارد. ضمناً ملاحظه می شود افزایش B_0 هیچ تاثیری بر مقدار J_{net} بر روی دیواره و نیز در لبه غلاف ندارد و تنها ضخامت غلاف را کاهش می دهد که علت آن مستقل بودن سرعت ورود یونها به غلاف از بزرگی میدان مغناطیسی اعمال شده است.

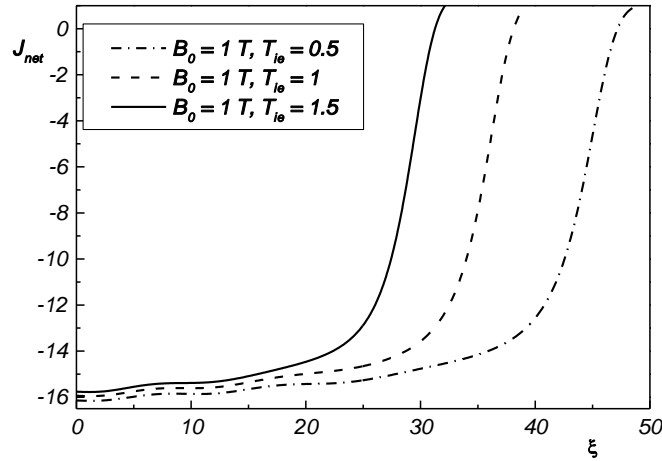


شکل (۲). منحنی چگالی خالص جریان در غلاف به ازای $\theta = 30^\circ$ ، $T_{ie} = 1.5$ ، $T_e = 25eV$ ، $n_0 = 10^{19} m^{-3}$ و مقادیر مختلف شدت میدان مغناطیسی.

در شکل (۳) تاثیر راستای میدان مغناطیسی (زاویه θ) بر چگالی جریان ذرات باردار در ناحیه غلاف پلاسمای همجوشی به ازای $T_{ie} = 1.5$ و $B_0 = 3T$ نشان داده شده است. بر خلاف حالت قبل مشاهده می شود با افزایش θ مقدار J_{net} در لبه غلاف اندکی کاهش می یابد که علت آن این است که معیار بوهلم و در نتیجه سرعت ورود یونها به غلاف تنها به راستای میدان مغناطیسی و نه بزرگی آن وابسته است [4]. همانطور که ملاحظه می شود افزایش θ تاثیری بر مقدار J_{net} بر روی دیواره ندارد. این در حالی است که هر چه راستای میدان مغناطیسی از راستای عمود بر دیواره دورتر باشد (θ بزرگتر باشد) چگالی جریان تا عمق بیشتری در درون لایه غلاف مقدار منفی اولیه خود را حفظ می کند و با شیب ملایم تری به سمت مقدار نهایی میل می کند که این امر ناشی از افزایش ضخامت غلاف با افزایش زاویه θ است.



شکل (۳). منحنی چگالی خالص جریان در غلاف به ازای $T_{ie} = 1.5$ ، $B_0 = 3T$ ، $T_e = 25eV$ ، $n_0 = 10^{19} m^{-3}$ و مقادیر مختلف زاویه θ .



شکل (۴). منحنی چگالی خالص جریان در غلاف به ازای $\theta = 30^\circ$ ، $B_0 = 3T$ ، $T_e = 25eV$ ، $n_0 = 10^{19} m^{-3}$ و مقادیر مختلف نسبت دمای یون به الکترون T_{ie} .

در شکل (۴) اثر دمای یونها بر رفتار منحنی چگالی جریان J_{net} به ازای $\theta = 30^\circ$ و $B_0 = 3T$ نشان داده شده است (دمای الکترونها ثابت و برابر با $25eV$ فرض شده است). شبیه به شکل (۳) ملاحظه می شود که افزایش دمای یونها بر مقدار J_{net} در لبه غلاف موثر بوده باعث افزایش آن می شود که علتش وابستگی معیار بوهام به دمای یونهاست اما بر مقدار J_{net} بر روی دیواره اثری ندارد. همچنین با افزایش T_{ie} منحنی چگالی با آهنگ سریعتری (در فاصله کمتری از لبه غلاف) به طرف مقدار نهایی خود میل می کند. علت این رفتار کاهش ضخامت لایه غلاف با افزایش دمای یونی است (شکل (۴) را ببینید). بنابراین می توان نتیجه نهایی را چنین جمع بندی کرد که هر عاملی که باعث افزایش (کاهش) ضخامت لایه غلاف شود آهنگ رسیدن منحنی چگالی جریان به مقدار نهایی اش را افزایش (کاهش) می دهد.

بحث و نتیجه گیری:

به کمک معادلات هیدرودینامیکی پلاسما، مدلی سیالی برای بررسی پلاسمای همجوشی ارایه گردید. در این مدل علاوه بر نیروی مغناطیسی و اصطکاک ناشی از برخورد یونها با اتمهای خنثی، اثرات یونیزاسیون و حرکت حرارتی یونها نیز در نظر گرفته شد. با حل عددی معادلات اصلی مدل ارایه شده به بررسی تاثیر بزرگی و راستای میدان مغناطیسی اعمال شده به پلاسما (B_0 و θ) و نیز نسبت دمای یون به الکترون (T_{ie}) بر چگالی جریان خالص ذرات باردار (J_{net}) در لایه غلاف پلاسمای همجوشی پرداخته شد. نتایج عددی نشان داد مقدار J_{net} بر روی دیواره پلاسما مستقل از هر یک از سه پارامتر فوق (θ ، B_0 و T_{ie}) است در

حالی که مقدار آن در لبه به θ و T_{ie} وابسته است. همچنین ملاحظه شد رفتار منحنی چگالی جریان در داخل غلاف تابعی از سه پارامتر فوق است؛ به این ترتیب که با افزایش B_0 و T_{ie} منحنی J_{net} با شیب تندتر و در فاصله کمتری از لبه غلاف به سمت مقدار نهایی خود بر روی دیواره میل می کند در حالی که با افزایش θ این روند برعکس خواهد شد. علت این تفاوت یکسان نبودن تاثیر پارامترهای فوق الذکر بر ضخامت لایه غلاف است.

منابع :

- [1] F. F. Chen, Introduction to plasma physics and controlled fusion, Plenum, New York, 1974.
- [2] M. M. Hatami and B. Shokri, Bohm's criterion in a collisional magnetized plasma with thermal ions, Phys. Plasmas **19**, 083510-16 (2012).
- [3] J. Liu, F. Wang, and J. Sun, Properties of plasma sheath with ion temperature in magnetic fusion devices, Phys. Plasmas **18**, 013506 (2011).
- [4] J. Ou and J. Yang, Properties of a warm plasma collisional sheath in an oblique magnetic field, Phys. Plasmas **19**, 113504-07 (2012).
- [5] T. M. G. Zimmermann, M. Coppins, and J. E. Allen, "Fluid model of the boundary of a one-dimensional plasma under the influence of an oblique magnetic field for a wide range of collisionality", Phys. Plasmas **15** 072301 (2008).