



بررسی سالیتون‌های یون - و پوزیترون - صوتی در پلاسمای همجوشی

متولی، سیدمحمد*^(۱) - محسن پور، تقی^(۲) - دشتبان، نوشین^(۱)

^۱ دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک هسته ای

^۲ دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک اتمی و مولکولی

چکیده:

مشخصات سالیتون‌های یون- و پوزیترون-صوتی در یک سیستم پلاسمایی شامل یون‌های سیالی گرم، پوزیترون‌های سیالی گرم، پوزیترون‌های با توزیع نافزونور، الکترون‌های با توزیع نافزونور، و ذرات غبار ساکن بررسی شده است. برای بدست آوردن معادله KdV ، روش اختلال کاهشی به کار برده شده است. تاثیر پارامترهای مختلف بر روی سرعت‌های فاز و دامنه ماکزیمم سالیتون‌های یون- و پوزیترون-صوتی مطالعه شده‌اند. این تئوری در مورد پلاسماهای همجوشی در لبه توکامک به کار برده شده است.

کلمات کلیدی: سالیتون‌های یون- و پوزیترون-صوتی، تابع توزیع نافزونور، معادله KdV ، پلاسمای همجوشی توکامک.

مقدمه :

در بسیاری از پلاسماهای فضایی مثل مگنتوسفر ستاره‌ای، پلاسماهای نجومی و باد خورشیدی، و همچنین در پلاسماهای آزمایشگاهی، پلاسماهای لبه توکامک که در آنها امواج هیبریدی پایین برای رانش جریان استفاده می‌شوند، توزیع سرعت ماکسولی برای توصیف سیستم مناسب نیست [۱]. در سال‌های اخیر توجه ویژه‌ای به تابع توزیع نافزونور شده است. این تابع توزیع با شاخص آنتروپی q که درجه نافزونوری سیستم را مشخص می‌کند، توصیف می‌شود. این آنتروپی برای مطالعه ساختارهای الکتروستاتیک غیرخطی به کار برده شده است [۲ و ۳ و ۴]. دینامیک غیر خطی امواج یون-صوتی در پلاسمای به طور آزمایشگاهی و نظری مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [۵ و ۶ و ۷]. در دهه‌های اخیر، بسیاری از پژوهشگران به مطالعه انتشار امواج پوزیترون-صوتی پرداخته‌اند [۴ و ۸]. به دلیل اهمیت پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون در نجوم و همچنین در پلاسماهای توکامک، تحقیقات بسیاری در زمینه انتشار امواج غیر خطی در آنها صورت گرفته است. در بسیاری موارد، پلاسمای شامل ذرات غبار با سایز میکرون است. ذرات غبار، دارای بار منفی و یا مثبت تا درجه‌های بالا بسته به محیط پلاسمای آنها هستند. یک پلاسمای غباری ترکیبی از ذرات غبار باردار، الکترون‌ها و یون‌ها است. پلاسماهای غباری در فضا، محیط‌های پلاسمای نجومی، آزمایشگاه و پلاسماهای همجوشی محصور شده مغناطیسی بسیار معمول هستند [۹ و ۱۰ و ۱۱]. ذرات غبار در نتیجه برهم کنش پلاسمای با مواد روی سطح توکامک ایجاد می‌شوند و داخل پلاسمای حرکت می‌کنند [۱۲ و ۱۳]. در پلاسماهای گرم و چگال توکامک،



ذرات غبار دارای بار مثبت هستند و با جذب ذرات پلاسما گرم می‌شود و دمای آن افزایش می‌یابد [۱۳]. در توکامک‌ها، ایزوتوپ‌های هیدروژن به عنوان مؤلفه‌های اصلی پلاسما در نظر گرفته می‌شوند [۱۴]. در حال حاضر، اغلب سطوح توکامک‌ها، از گرافیت تشکیل شده‌اند و به همین دلیل ما تنها ذرات غباری کربن را در نظر می‌گیریم. به طور نوعی پارامترهای لبه پلاسما به صورت $n_e = n_i = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ، $T_i = T_e = 10 \text{ eV}$ و $B = 3T$ هستند [۱۳].

روش کار:

یک پلاسمای کاملاً یونیزه، بدون برخورد، دارای پنج مؤلفه، یون‌های سیالی گرم، دو نوع پوزیترون (پوزیترون سیالی گرم و پوزیترون با توزیع نافزونور)، الکترون‌های با توزیع نافزونور و ذرات غبار ساکن، در میدان مغناطیسی $\mathbf{B} = B\hat{z}$ در پلاسمای توکامک دو تریتم-تریتم را در نظر می‌گیریم. در حالت تعادل، شرط شبه خنثایی هست: $n_{e0} = n_{i0} + n_{p10} + n_{p20} + Z_d n_{d0}$ ، در اینجا n_{e0} ، n_{i0} ، n_{p10} ، n_{p20} و n_{d0} به ترتیب چگالی‌های غیر مختل الکترون، یون، پوزیترون با توزیع نافزونور (پوزیترون نوع ۱)، پوزیترون سیالی (پوزیترون نوع ۲) و ذرات غبار ساکن هستند و Z_d عدد بار ذرات غبار است. پارامترهای نوعی که برای پلاسماهای لبه توکامک در نظر گرفته شده‌اند، عبارتند از $Z_d = 10^4$ ، $n_{d0} = 10^4 \text{ m}^{-3}$ و $B = 3T$. دینامیک یون‌ها و پوزیترون‌های نوع دو از معادلات چند سیالی پیروی می‌کند. معادله پیوستگی برای یون‌ها و پوزیترون‌های نوع دو بصورت زیر است:

$$\frac{\partial n_{i,p2}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot n_{i,p2} \vec{v}_{i,p2} = 0 \quad (1)$$

معادله حرکت یون‌ها و پوزیترون‌های سیالی و معادله پواسون به ترتیب توسط روابط زیر داده می‌شوند:

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_i = -\vec{\nabla} \phi + \frac{\Omega_i}{\omega_{pi}} \vec{v}_i \times \hat{z} - \frac{5}{3} \frac{\sigma_i}{n_i^{1/3}} \vec{\nabla} n_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_{p2}}{\partial t} + (\vec{v}_{p2} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_{p2} = -Q \vec{\nabla} \phi + \frac{\Omega_p}{\omega_{pi}} \vec{v}_{p2} \times \hat{z} - \frac{5}{3} \frac{\sigma_2 Q}{\beta_2^{2/3} n_{p2}^{1/3}} \vec{\nabla} n_{p2} \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi = n_e - n_i - n_{p1} - n_{p2} - Z_d n_d \quad (4)$$

که در اینجا n_i ، n_e ، n_{p1} و n_{p2} به ترتیب چگالی یون‌ها، الکترون‌ها، پوزیترون‌های نوع یک، پوزیترون‌های نوع دو و ذرات غباری هستند. ϕ پتانسیل الکتروستاتیک، v_i و v_{p2} سرعت‌های سیالی یون‌ها و پوزیترون‌های نوع دو، $\Omega_i = eB/m_i c$ و $\Omega_p = eB/m_p c$ فرکانس سیکلوترونی یون و پوزیترون، C سرعت نور، ω_{pi} فرکانس یونی پلاسما و e اندازه بار الکترون است. $\sigma_i = T_i/T_e$ نسبت دمای یون به دمای الکترون، $Q = m_i/m_p$ نسبت جرم یون به جرم پوزیترون، $\sigma_2 = T_{p2}/T_e$ نسبت دمای پوزیترون نوع دو به دمای الکترون و $\beta_2 = n_{p20}/n_{i0}$ می‌باشد. چگالی‌ها به چگالی غیر مختل یون، سرعت‌ها به سرعت یون-صوتی



الکترون‌ها و پوزیترون‌های با توزیع نافزونور توسط روابط زیر داده می‌شوند:

$$n_e = n_{e0} [1 + (q_e - 1) \phi]^{-\frac{1+q_e}{2(q_e-1)}} \quad (5)$$

$$n_p = n_{p0} [1 + (q_p - 1) \phi \sigma_1]^{-\frac{1+q_p}{2(q_p-1)}} \quad (6)$$

که $\sigma_1 = T_e/T_{p1}$ و پارامتر نافزونور q یک عدد طبیعی بزرگتر از ۱- می‌باشد که در جه نافزونوری سیستم را تعیین می‌کند. در حد $(q \rightarrow 1)$ چگالی ذرات به چگالی ماکسول-بولتزمن کاهش می‌یابد، $q < 1$ به مورد فوق گرمایی و $q > 1$ به مورد زیر گرمایی برمی‌گردد. برای بدست آوردن معادله KdV از روش اختلال کاهش می‌کنیم. از متغیرهای بسط داده شده زیر استفاده می‌کنیم:

$$\xi = \varepsilon^2 (l_1 x + l_2 y + l_3 z - st), \tau = \varepsilon^2 t \quad (7)$$

که در اینجا ε یک پارامتر بسط کوچک، s سرعت فاز نرمالیزه شده به c_s ، l_1 ، l_2 و l_3 کسینوس‌های هادی بردار موج در راستای محورهای x ، y و z هستند، به طوری که $l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 = 1$. با بسط دادن مقادیر اختلالی n_i ، n_{p2} ، v_i ، v_{p2} و ϕ حول مقادیر تعادلی‌شان بر حسب توان‌هایی از ε و استفاده از پایین‌ترین مرتبه اختلال و همچنین به کار بردن بسط تیلور برای معادلات (۵) و (۶)، سرعت فاز را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$s = \pm \sqrt{\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}} \quad (8)$$

که در اینجا $A = \alpha A_e - \beta_1 A_p \sigma_1$ ، $B = -\frac{5}{3} \frac{2}{3} (\sigma_2 Q + \sigma_i) (\alpha A_e - \beta_1 A_p \sigma_1) - \frac{2}{3} Q^2$ ،

$A_e = \frac{1}{2} (1 + q_e)$ ، $\beta_1 = \frac{n_{p10}}{n_{i0}}$ ، $\alpha = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}$ ، $C = \frac{5}{9} (\alpha A_e - \beta_1 A_p \sigma_1) \sigma_i \sigma_2 Q l_3^4 + \frac{1}{3} \sigma_2 Q l_3^4 + \frac{1}{3} Q \sigma_i \beta_2 l_3$

و $B_p = -\frac{1}{8} (q_p + 1) q_p^2$ ، $A_p = -\frac{1}{2} (1 + q_p)$ ، $C_e = \frac{1}{48} (q_e + 1) q_e^2$ ، $B_e = \frac{1}{8} (1 + q_e) q_e^2$

$C_p = -\frac{1}{48} (q_p + 1) q_p^2$ چگالی ذرات غباری بصورت $n_d = \beta_3 = n_{d0}/n_{i0}$ تعریف می‌شود. با

استفاده از مرتبه‌های بالاتر اختلال، معادله KdV را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + a \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (9)$$

در اینجا:



$$a = \frac{N}{M}, \quad b = \frac{P}{M}, \quad M = \frac{2l_3^2 s}{(s^2 - \frac{5}{3}\sigma_1 l_3^2)^2} + \frac{2s Q l_3^2 \beta_2}{(s^2 - \frac{5}{3}\sigma_2 Q l_3^2)^2}$$

$$N = -2\alpha B_e + \frac{l_3^4 (3s^2 - \frac{5}{3}\sigma_1 l_3^2)}{(s^2 - \frac{5}{3}\sigma_1 l_3^2)^3} + 2\beta_1 B_p \sigma_1^2 + \frac{Q^2 l_3^4 \beta_2 (3s^2 - \frac{5}{3}\sigma_2 Q l_3^2)}{(s^2 - \frac{5}{3}\sigma_2 Q l_3^2)^3}$$

$$P = 1 + (1 - l_3^2) \frac{\omega_{pi}^2}{\Omega_i^2} \frac{s^4}{(s^2 - \frac{5}{3}\sigma_1 l_3^2)^2} + (1 - l_3^2) \frac{\omega_{pi}^2}{\Omega_p^2} \frac{Q s^4 \beta_2}{(s^2 - \frac{5}{3}\sigma_2 Q l_3^2)^2}$$

a ضریب غیر خطی و b ضریب پاشندگی می‌باشد. برای حل معادله KdV از تبدیل $\eta = \xi - U\tau$ استفاده می‌کنیم که U سرعت موج سالیتهاری است. بنابراین، حل سالیتهونی این معادله غیر خطی بصورت زیر داده می‌شود:

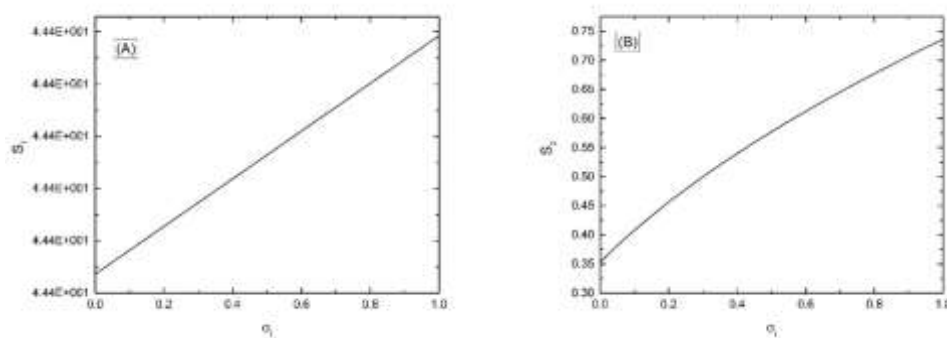
$$\phi^{(1)} = \phi_m \operatorname{sech}^2[\delta^{-1}(\xi - U\tau)] \quad (10)$$

که در اینجا، ϕ_m دامنه ماکزیمم و پهنا δ بصورت زیر هستند:

$$\phi_m = \frac{3U}{a}, \quad \delta = 2\sqrt{\frac{b}{U}}$$

نتایج :

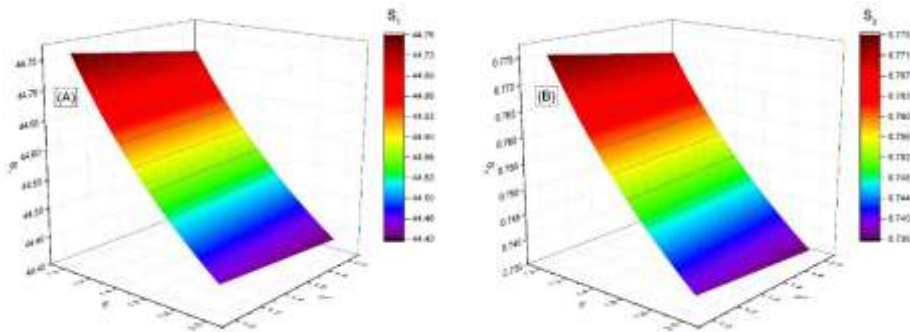
معادله (۸) نسبت به S درجه چهار است و نشان می‌دهد که چهار مد برای سالیتهون‌های یون- و پوزیترون- صوتی وجود دارد که با سرعت‌های فاز متفاوت منتشر می‌شوند، اما همه این ریشه‌ها فیزیکی نیستند. ما تنها دو ریشه مثبت را در نظر می‌گیریم. ریشه بزرگتر سرعت فاز مد پوزیترون- صوتی است، در حالیکه ریشه کوچکتر سرعت فاز یون- صوتی است. شکل (A-۱) و (B-۱) سرعت‌های فاز فیزیکی S_1 و S_2 را در برابر نسبت دمای یون به دمای الکترون نشان می‌دهند. S_1 سرعت فاز مد پوزیترون- صوتی و S_2 سرعت فاز مد یون- صوتی است. مشاهده می‌شود که سرعت‌های فاز با σ_i افزایش می‌یابند. نتایج مرجع [۱] نیز نشان می‌دهند که افزایش دمای یون به الکترون منجر به افزایش سرعت فاز می‌شود.



شکل ۱: سرعت فاز مد پوزیترون-صوتی (A) و سرعت فاز مد یون-صوتی (B) در برابر نسبت دمای یون به دمای الکترون،

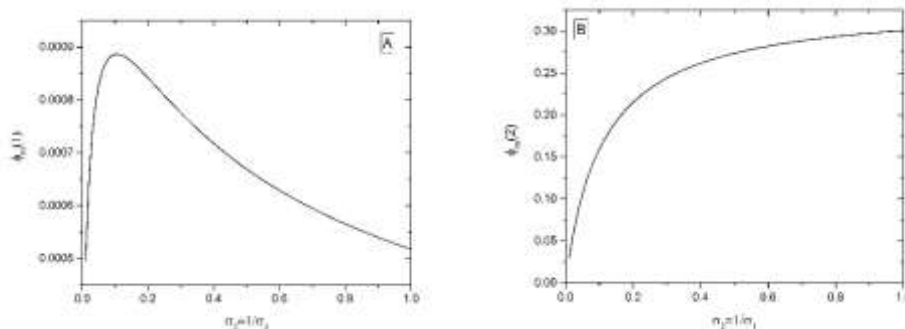
$$\text{برای پارامترهای پلاسما، } q_e = q_p = 2, \beta_1 = \beta_2 = 0.1, \sigma_1 = \sigma_2 = 1$$

شکل (A-۲) و (B-۲) به ترتیب، تغییرات سرعت‌های فاز S_1 و S_2 را در برابر پارامترهای نافزونور q_p و q_e در محدوده $1 < q_e < 2$ و $1 < q_p < 2$ نشان می‌دهند. همانطور که دیده می‌شود، سرعت‌های فاز با افزایش الکترون‌ها و پوزیترون‌های زیر گرمایی کاهش می‌یابند.



شکل ۲: سرعت‌های فاز مد پوزیترون-صوتی (A) و یون-صوتی (B) در برابر پارامترهای نافزونور q_p و q_e برای مقادیر $\beta_1 = \beta_2 = 0.1$ ، $\omega_{pi}/\Omega_p = 0.005$ ، $\omega_{pi}/\Omega_i = 23$ ، $\sigma_i = 1/\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ و پارامترهای $\beta_1 = \beta_2 = 0.1$ ، $\theta = 60^\circ$ و $\beta_3 = 10^{-15}$.

شکل (A-۳) و (B-۳) به ترتیب، نشان می‌دهند که دامنه ماکزیمم سالیتون‌های پوزیترون-صوتی با افزایش نسبت دمای پوزیترون‌های نوع ۱ به دمای الکترون $1/\sigma_1$ و نسبت دمای پوزیترون نوع ۲ به دمای الکترون σ_2 ، ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد، درحالی‌که دامنه ماکزیمم سالیتون‌های یون-صوتی با افزایش $1/\sigma_1$ و σ_2 افزایش می‌یابند.



شکل ۳: تغییرات دامنه ماکزیمم سالیتون‌های پوزیترون-صوتی (A) و یون-صوتی (B) در برابر نسبت دمای پوزیترون نوع ۱ به دمای الکترون $1/\sigma_1$ و نسبت دمای پوزیترون نوع ۲ به الکترون σ_2 . دیگر پارامترهای پلاسما عبارتند از $U = 0.2$ ، $\omega_{pi}/\Omega_p = 0.005$ و $\omega_{pi}/\Omega_i = 23$ ، $\beta_3 = 10^{-15}$ ، $\beta_1 = \beta_2 = 0.1$ ، $\theta = 60^\circ$ ، $q_e = q_p = 2$.



بحث و نتیجه گیری :

امواج سالیتری یون- و پوزیترون- صوتی در یک سیستم پلاسما شامل یون‌های سیالی گرم، پوزیترون‌های سیالی گرم، پوزیترون‌های با توزیع نافزونور، الکترون‌های با توزیع نافزونور و ذرات غبار ساکن در پلاسماهای همجوشی در لبه توکامک را مطالعه کردیم. معادله KdV ، توسط روش اختلال کاهشی بدست آمده است. تاثیر نسبت دمای یون به دمای الکترون و پارامتر نافزونور روی سرعت فاز، همچنین تاثیر نسبت دمای پوزیترون به الکترون بر روی دامنه ماکزیمم بررسی شده‌اند.

مراجع :

- [۱] E. I. El-Awady and W. M. Moslem, "On a plasma having nonextensive electrons and positrons: Rogue and solitary wave propagation", *Phys. Plasmas* 18, 082306 (2011).
- [۲] S. Yasmin, M. Asaduzzaman, and A. A. Mamun, "Dust ion-acoustic shock waves in nonextensive dusty plasma", *Astrophys. Space Sci.* 343, 245 (2013).
- [۳] H. R. Pakzad, and M. Tribeche, "Electron acoustic double layers in a plasma with a q-nonextensive electron velocity distribution", *Astrophys. Space Sci.* 334, 45 (2011).
- [۴] H. R. Pakzad, "Effect of q-nonextensive distribution of electrons on electron acoustic solitons", *Astrophys. Space Sci.* 333, 247 (2011).
- [۵] K. E. Lonngren, "Soliton experiments in plasmas", *Plasma Phys.* 25, 943 (1983).
- [۶] D. K. Ghosh, G. Mandal, P. Chatterjee, and U. N. Ghosh, "Nonplanar ion acoustic solitary waves in electron-positron-ion plasma with warm ions, and electron and positron following q-nonextensive velocity distribution", *IEEE Trans. Plasma Sci.* 41, 1600 (2013).
- [۷] M. Q. Tran, "Ion acoustic solitons in a plasma: A review of their experimental properties and related theories", *Phys. Scr.* 20, 317 (1979).
- [۸] M. S. Alam, M. J. Uddin, M. M. Masud, and A. A. Mamun, "Roles of superthermal electrons and positrons on positron-acoustic solitary waves and double layers in electron-positron-ion plasmas", *Chaos* 24, 033130 (2014).
- [۹] P. Helander and D. J. Ward, "Positron creation and annihilation in tokamak plasmas with runaway electrons", *Phys. Rev. Lett.* 90, 135004 (2003).
- [۱۰] T. Farid, A. Mamun, P. K. Shukla, and A. M. Mirza, "Nonlinear electrostatic waves in a magnetized dust-ion plasma", *Phys. Plasmas* 8, 1529 (2001).
- [۱۱] M. Emamuddin, S. Yasmin, and A. A. Mamun, "Higher order nonlinear equations for the dust-acoustic waves in a dusty plasma with two temperature-ion and nonextensive electrons", *Phys. Plasmas* 20, 043705 (2013).
- [۱۲] J. D. Martin, M. Coppins, and G. F. Counsell, "Motion and lifetime of dust grains in a tokamak plasma", *J. Nucl. Mater.* 114, 337 (2005).
- [۱۳] R. D. Smirnov, A. Y. Pigarov, M. Rosenberg, S. I. Krasheninnikov, and D. A. Mendis, "Modeling of dynamics and transport of carbon dust particles in tokamaks", *Plasma Phys. Controlled Fusion* 49, 347 (2007).
- [۱۴] S. M. Motevalli, T. Mohsenpour, and N. Dashtban, "Effect of different tritium fractions on some plasma parameters in deuterium-tritium magnetic confinement fusion", *Eur. Phys. J. Plus* 131, 330 (2016).