

## تحلیل پایداری خطی راکتور آبی خودفشارنده یکپارچه کوچک

استکی، محمد حسین<sup>۱\*</sup> - انصاری فر، غلامرضا<sup>۲</sup> - هدایت، افشین<sup>۳</sup> - فارسون پيله ور، علی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه اصفهان، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی پزشکی

<sup>۲</sup> دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم و فناوری نوین، گروه مهندسی هسته‌ای

<sup>۳</sup> سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده راکتور و ایمنی هسته‌ای

### چکیده:

در این تحقیق تحلیل پایداری خطی راکتور آبی خودفشارنده یکپارچه کوچک با استفاده از مدل دینامیکی جدید بررسی شده است. این نوع از راکتورها، از چرخش طبیعی سیال و اثر خودفشارندگی مایع اشباع در طاق بخار استفاده می‌کنند. ابتدا یک مدل نوترونیکی و ترموهیدرولیک مناسب از دینامیک سیستم معرفی شده و سپس با استفاده از مدل خطی فضای حالت، پایداری سیستم در سطوح مختلف قدرت بررسی شده است. نتایج نشان داد که سیستم در مقابل ایجاد یک ورودی محدود نوسانی و یا غیر نوسانی ذاتا پایدار است. همچنین با استفاده از نرم‌افزار متلب، پایداری بودن خروجی سیستم در مقابل ورودی‌های مختلف در دو حالت غیرخطی و خطی نشان داده شد.

**کلمات کلیدی:** راکتور آبی خودفشارنده یکپارچه، پایداری خطی، مدل فضای حالت، معیار نایکویست

## Linear stability analysis of the Small Modular Self-Pressurized Water Reactor

Esteki, Mohammad Hossein<sup>1,\*</sup>; Ansarifard Gholam Reza<sup>2</sup>; Hedayat, Afshin<sup>3</sup>; Farsoon Pilehvar, Ali<sup>2</sup>

<sup>1</sup> University of Isfahan, Faculty of Engineering & Technologies, Department of Biomedical Engineering

<sup>2</sup> University of Isfahan, Faculty of Advanced Sciences & Technologies, Department of Nuclear Engineering

<sup>3</sup> Nuclear Science and Technology Research Institute, Reactor and Nuclear Safety School

### Abstract:

*Linear stability analysis of the small modular self-pressurized reactor through a new dynamic model is studied. This type of reactor uses natural circulation and the effect of self-pressurization of the saturated fluid in steam dome. First, an appropriate neutronic and thermal-hydraulic model of the system is introduced, then, stability in different power levels is investigated through state space model. The results show that system is stable against bounded sinusoidal and non-sinusoidal input. Stability of the system output against different inputs is shown in linear and nonlinear models through MATLAB.*

**Key words:** Integral Pressurized Water Reactor, Linear Stability, State Space Model, Nyquist Criterion

## مقدمه :

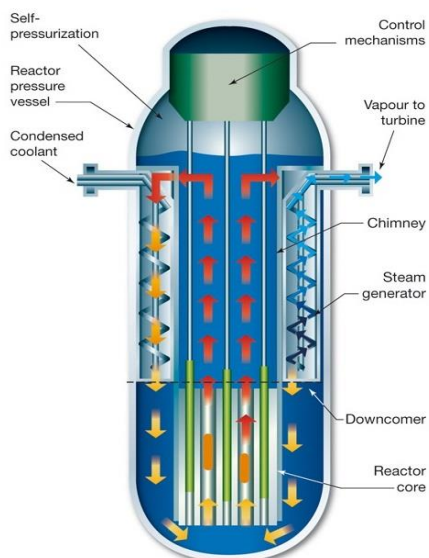
به دلیل استفاده راکتورهای آبی کوچک نسل جدید از سیستم‌های غیرفعال (Passive)، تحلیل پایداری آنها در شرایط مختلف بسیار متفاوت از راکتورهای آبی معمول است [۲ و ۱]. از جمله مهمترین مطالعات صورت گرفته بر روی پایداری این نوع از راکتورها مطالعات آقای زانوکو<sup>۱</sup> و همکاران در سال های ۲۰۰۴ می باشد که منجر به تولید یک کد با نام HUARPE شد. این کد نواحی پایدار و ناپایدار سیستم را با استفاده از روش دامنه زمانی تعیین می کند [۳]. همچنین آقای مارسل<sup>۲</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۳ در مقاله ای به بررسی معادلات جبری حاکم بر ترموهیدرولیک سیستم و تحلیل پایداری آن در شرایط پایا پرداختند [۴].

در این تحقیق ابتدا یک سری معادلات مشتق جزئی متناسب با سیستم معرفی شده و سپس پایداری سیستم در اثر ایجاد یک ورودی محدود در سطوح مختلف قدرت بررسی شده است. در نهایت با حل این معادلات در نرم افزار متلب، پایدار بودن خروجی ها در مقابل ورودی های محدود نشان داده شده است.

## ۱- راکتور آبی خودفشارنده کوچک

در راکتور خودفشارنده یکپارچه کوچک سیال در راکتور گرم شده و بر اثر اختلاف چگالی ایجاد شده به سمت بالا حرکت می کند و پس از عبور از مولد بخار دوباره از زیر وارد قلب می شود. در بالای محفظه فشار از تعادل مایع اشباع استفاده شده که به جای خودفشارنده فشار را کنترل می کند [۴]. شکل شماره (۱) اجزاء مدار اول را نشان می دهد. همچنین در جدول شماره (۱) مشخصات اصلی سیستم آورده شده است.

جدول شماره (۱): مشخصات اصلی راکتور راکتور



شکل شماره (۱): دیاگرام چرخش طبیعی سیال در محفظه فشار

میزان	پارامتر
۱۰۰ (MW)	قدرت حرارتی
۳/۱ و ۲/۴ %	غنا
۲۰۰ (C)	دمای آب تغذیه ورودی
۲۹۰ (C)	دمای آب تغذیه خروجی
۴۱۰ (kg/s)	دبی جرمی
۱۲/۲۵ (MPa)	فشار کاری
۲۸۴ (C)	دمای ورودی به قلب
۳۲۶ (C)	دمای خروجی از قلب

<sup>1</sup> Zanocco

<sup>2</sup> Marcel

## ۲- مدل دینامیکی حاکم بر سیستم

برای قلب راکتور، معادلات سینتیک نقطه‌ای با سه گروه نوترون تاخیری (مدل اسکینر-کوهن) همراه با مدل متناسب برای فیدبک‌های حرارتی استفاده شده است [۵].

$$\frac{dP_r}{dt} = \frac{\delta\rho - \beta}{\Lambda} P_r + \sum_{i=1}^3 \frac{\beta_i}{\Lambda} C_{ri}, \quad P_r = \frac{P}{P_0} \quad \delta\rho = \delta\rho_r + \alpha_f(T_f - T_{f_0}) + \alpha_c(T_{co} - T_{co_0}) \quad (1)$$

$$\frac{dC_{ri}}{dt} = \lambda_i P_r - \lambda_i C_{ri}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

$$m_{co} c_{co} \frac{dT_{co}}{dt} = (1 - f_f) P_r P_0 + U A_f (T_f - T_{co}) - 2 \dot{m} c_{co} (T_{co} - T_{coi}) \quad (3)$$

$$m_f c_f \frac{dT_f}{dt} = f_f P_r P_0 - U A_f (T_f - T_{co}) \quad (4)$$

که در این معادلات،  $P_0$  قدرت اسمی راکتور،  $P_r$  قدرت راکتور ( $P$ ) نسبت به قدرت اسمی آن،  $\beta$  کسر نوترون‌های تاخیری،  $\beta_i$  کسر نوترون‌های تاخیری هر گروه،  $\lambda_i$  ثابت واپاشی نپاهسته‌ها،  $C_{ri}$  چگالی نسبی نپاهسته‌ها،  $\Lambda$  طول عمر نوترون در راکتور،  $T_{co}$  و  $T_f$  دمای متوسط خنک کننده و سوخت،  $m_{co}$  جرم خنک کننده،  $c_{co}$  ظرفیت حرارتی خنک کننده،  $f_f$  ضریب دریافت حرارت،  $\delta\rho_r$  راکتیویته ناشی از میله‌های کنترل،  $\alpha_c$  و  $\alpha_f$  ضریب فیدبک دمایی خنک کننده و سوخت،  $U$  ضریب انتقال حرارت،  $A_f$  سطح خارجی بین سوخت،  $m_f$  جرم سوخت،  $c_f$  ظرفیت حرارتی سوخت و  $T_{coi}$  دمای متوسط خنک کننده در ورودی به قلب می باشند و همچنین دبی سیال در قلب راکتور از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۵].

$$\dot{m}_{co} = \sqrt[3]{\frac{2\rho_{core}^2 A_{ft}^2 \beta_1 g P_r P_0 \Delta L}{R_p \bar{C}_{p,core}}} \quad (5)$$

که در این رابطه  $\rho_{core}$  چگالی متوسط سیال،  $A_{ft}$  سطح مقطع کل سیال،  $\beta_1$  ضریب پخش حرارتی،  $g$  شتاب گرانش،  $\Delta L$  فاصله مرکز قلب تا مرکز مولد بخار،  $R_p$  ضریب مقاومت سیال در مقابل حرکت و  $\bar{C}_{p,core}$  گرمای ویژه متوسط سیال است.

همچنین معادلات مربوط به دو ناحیه بالای قلب<sup>۱</sup> و کانال عمودی ورودی به قلب<sup>۲</sup> به علت چرخش طبیعی سیال از نوع تاخیر زمانی مرتبه اول می‌باشند [۶].

$$\frac{dT_{CH}}{dt} = \frac{1}{\tau_{CH}} (T_{coo} - T_{CH}), \quad \frac{dT_{DC}}{dt} = \frac{1}{\tau_{DC}} (T_{SGO} - T_{DC}) \quad (6)$$

که در این روابط  $T_{CH}$  دمای متوسط کانال عمودی بالای قلب،  $T_{coo}$  دمای خروجی قلب،  $T_{DC}$  دمای متوسط کانال عمودی ورودی به قلب و  $T_{SGO}$  دمای خروجی مولد بخار است. همچنین  $\tau = \frac{m}{\dot{m}}$  ثابت زمانی در نظر گرفته می‌شود که در این معادله،  $m$  جرم سیال در کانال عمودی بالای قلب و کانال عمودی ورودی به قلب است.

<sup>1</sup> Chimney

<sup>2</sup> Downcomer

در ناحیه مولد بخار، گرما از سیال سیکل اول گرفته شده و به سیال سیکل دوم داده می‌شود. لذا دو معادله برای بقای انرژی در این ناحیه در نظر گرفته می‌شود [۷].

$$m_{SG}c_{SG}\frac{dT_{SG}}{dt} = \dot{m}c_{SG}(T_{SGi} - T_{SGo}) - h_{SG}A_{SG}(T_{SG} - T_{pi}) \quad (۷)$$

$$\rho_{pi}V_{pi}c_{pi}\frac{dT_{pi}}{dt} = h_{SG}A_{SG}(T_{SG} - T_{pi}) - h_{se}A_{se}(T_{pi} - T_{sat}) \quad (۸)$$

در این دو معادله،  $m_{SG}$  جرم سیال در مولد بخار،  $c_{SG}$  ظرفیت حرارتی سیال،  $T_{SG}$  دمای متوسط سیال در مولد بخار،  $T_{SGi}$  دمای ورودی سیال به مولد بخار،  $T_{SGo}$  دمای خروجی سیال از مولد بخار،  $h_{SG}$  ضریب انتقال حرارت سیال،  $A_{SG}$  سطح خارجی بین سیال و لوله ماریچ،  $T_{pi}$  دمای لوله ماریچ،  $h_{se}$  ضریب انتقال حرارت آب تغذیه،  $\rho_{pi}$  چگالی لوله های ماریچ،  $c_{pi}$  ظرفیت حرارتی لوله های ماریچ،  $V_{pi}$  حجم لوله های ماریچ،  $A_{se}$  سطح داخلی بین آب تغذیه و لوله ماریچ و  $T_{sat}$  دمای اشباع آب تغذیه می‌باشد.

مدل مربوط به خودفشارنده با در نظر گرفتن پدیده فلشینگ<sup>۱</sup> و حرارت انتقالی از طاق بخار به محیط بیرون<sup>۲</sup> و با استفاده از بقای جرم و انرژی به صورت زیر استخراج شده است.

$$\left[ m_l \frac{\partial h_f}{\partial P} + m_v \frac{\partial h_g}{\partial P} + \frac{h_{fg}}{A-B} \right] \frac{dP_P}{dt} = \dot{m}_{su}(h - h_f + \frac{B}{A-B} h_{fg}) - Q_{cond} + \frac{A h_{fg}}{A-B} \dot{m}_x \quad (۹)$$

$$A = \frac{RT_{sat}}{V_v - Rm_v \frac{\partial T_{sat}}{\partial P} - P_P m_l \frac{\partial v_l}{\partial P}}, \quad B = \frac{P_P v_l}{V_v - Rm_v \frac{\partial T_{sat}}{\partial P} - P_P m_l \frac{\partial v_l}{\partial P}} \quad (۱۰)$$

که در این معادلات،  $P_P$  فشار سیستم،  $h_f$  آنتالپی مایع اشباع،  $h$  آنتالپی سیال ورودی از دیگر قسمت‌ها به طاق بخار،  $\dot{m}_{su}$  دبی سیال ورودی از دیگر قسمت‌ها به طاق بخار،  $h_{fg}$  اختلاف آنتالپی بخار و مایع اشباع،  $\dot{m}_x$  دبی بخار ورودی به طاق بخار ناشی از پدیده فلشینگ،  $R$  ثابت جهانی گازها،  $T_{sat}$  دمای مایع اشباع،  $V_v$  حجم طاق بخار،  $m_l$  جرم مایع اشباع و  $m_v$  جرم بخار اشباع می‌باشند. همچنین  $Q_{cond}$  مقدار حرارت منتقل شده در طاق بخار از قانون بقای انرژی توسط آقای مارسل و همکاران [۴] محاسبه شده است.

### ۳- تئوری فضای حالت

در تئوری فضای حالت برای تحلیل پایداری یک سیستم معادلات دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول، همانند معادلات بیان شده در مدل دینامیکی راکتور، ماتریس فضای حالت، استخراج می‌شود. طبق این مدل، اگر و تنها اگر تمام مقادیر ویژه ماتریس فضای حالت در سمت چپ محور موهومی قرار بگیرند (قسمت حقیقی مقادیر ویژه منفی باشد) سیستم غیرخطی حول نقطه تعادل پایدار مجانبی محلی است. اگر تنها قسمت حقیقی یکی از مقادیر ویژه در سمت راست محور موهومی قرار گیرد، سیستم غیرخطی حول نقطه تعادل ذاتا ناپایدار است.

<sup>1</sup> Flashing

<sup>2</sup> Condensation Power

در صورتی که تنها یکی از مقادیر ویژه روی محور موهومی به صورت غیر تکراری قرار گیرد در مورد پایداری آن با این روش نمی‌توان اظهار نظر کرد.

از طرف دیگر سیستم می‌بایستی در مقابل ورودی نوسانی محدود، خروجی نوسانی محدود داشته باشد. این مسئله طبق تحلیل معیار پایداری نایکوئیست تابع تبدیل حلقه باز سیستم بررسی می‌شود.

#### ۴- تحلیل پایداری سیستم

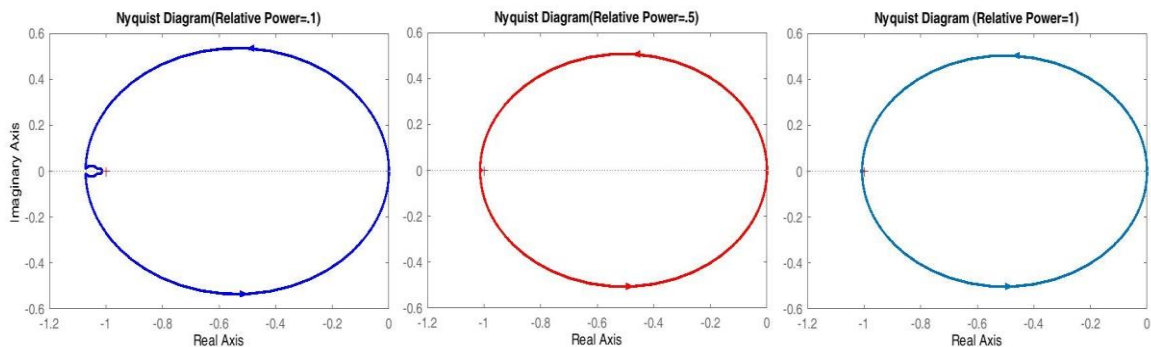
در این تحقیق با استفاده از ۱۱ معادله دیفرانسیل معرفی شده در مدل دینامیکی، شامل ۴ معادله سینتیک نقطه‌ای، ۲ معادله دمای متوسط سوخت و خنک کننده در قلب، ۲ معادله مربوط به ناحیه بالای قلب و کانال عمودی ورودی به قلب، ۲ معادله مربوط به مولد بخار و ۱ معادله فشار سیستم، ماتریس فضای حالت استخراج شده است. سه سطح قدرت ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ مگاوات به عنوان نقاط تعادل انتخاب و تحلیل پایداری حول این سه نقطه انجام شده است. همچنین راکتیویته ناشی از میله‌های کنترل به عنوان ورودی به سیستم و قدرت راکتور به عنوان خروجی سیستم در نظر گرفته شده است.

مقادیر ویژه استخراج شده از ماتریس فضای حالت در این سه سطح قدرت در جدول شماره (۲) نشان داده شده است. همانگونه که مشخص است تمامی مقادیر ویژه در هر سه سطح قدرت در سمت چپ محور موهومی قرار دارند که این موضوع بیانگر پایداری ذاتی سیستم در مقابل ایجاد ورودی محدود حول این سه سطح قدرت می‌باشد. به بیان دیگر سیستم دارای پایداری مجانبی محلی در این سه سطح قدرت است ولی برای بررسی پایداری سراسری سیستم می‌بایستی از روش‌های غیرخطی شبیه به تئوری لیاپانوف استفاده نمود که این مسئله فراتر از تحقیق ارائه شده می‌باشد.

جدول شماره (۲): مقادیر ویژه ماتریس فضای حالت در سه نقطه تعادل

نقاط تعادل	مقادیر ویژه										
قدرت ۱۰ MW	-67.3	-0.88	-0.4	-0.19+0.1i	-0.19-0.1i	-0.098	-0.009	-0.027	-0.017	-0.037	-0.017
قدرت ۵۰ MW	-67.3	-1.57	-0.6	-0.24+0.24i	-0.24-0.24i	-0.19	-0.045	-0.011	-0.027	-0.06	-0.028
قدرت ۱۰۰ MW	-67.2	-2.68	-0.7	-0.3+0.34i	-0.3-0.34i	-0.26	-0.058	-0.03	-0.01	-0.08	-0.036

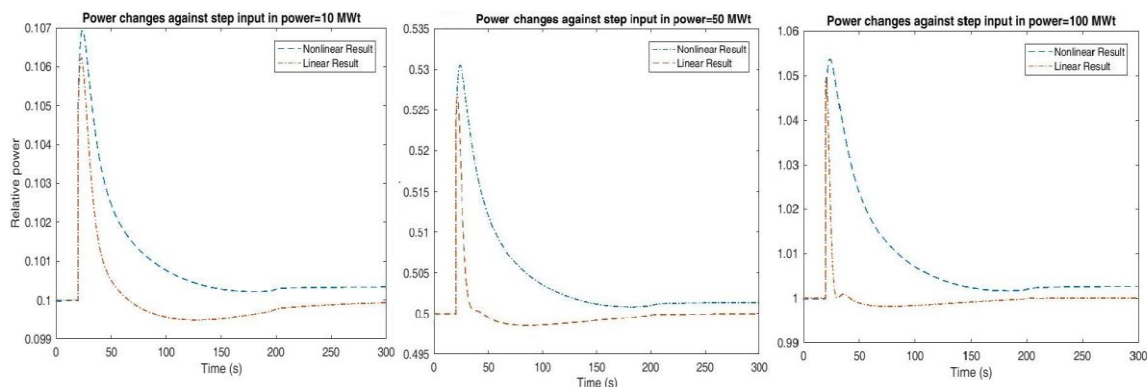
در ادامه با استفاده از تابع تبدیل سیستم  $G(s) = \frac{\delta Y(s)}{\delta U(s)}$ ، تابع تبدیل حلقه باز سیستم،  $\frac{G'(s)}{1+G'(s)} = G(s)$ ، استخراج شده و نمودار نایکوئیست آن در سه نقطه تعادل با استفاده از نرم افزار متلب ترسیم شده است. همانگونه که مشخص است این سه نمودار یک گردش حول نقطه (۰-۱) دارند از طرفی چون یکی از مقادیر ویژه تابع تبدیل حلقه باز سیستم،  $G'(s)$ ، در طرف راست محور موهومی قرار دارد، لذا سیستم در مقابل ورودی نوسانی نیز پایدار است.



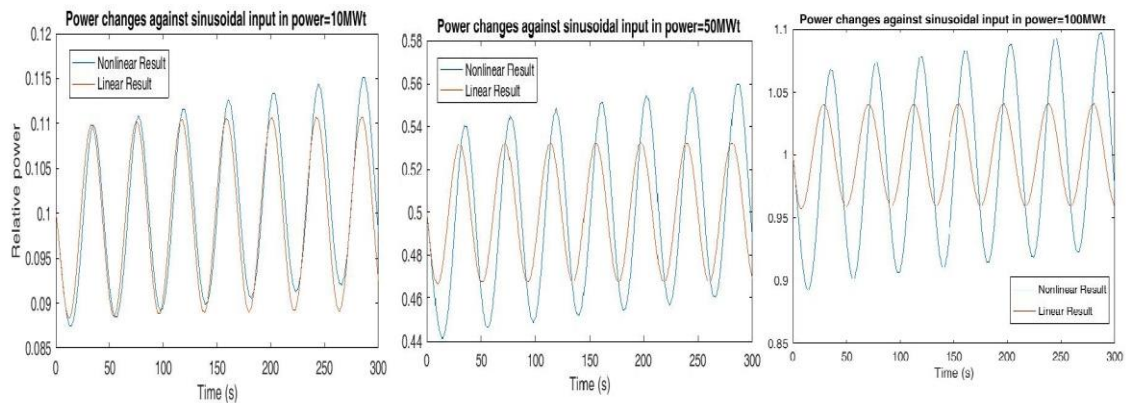
شکل شماره (۲): نمودار نایکوئیست حلقه باز سیستم در سه نقطه تعادل

نکته قابل ذکر اینکه در تحلیل خطی، بعضی از پارامترهای غیرخطی سیستم وارد نمی‌شوند. برای مثال بعضی از اثرات فیدبک‌های سوخت و خنک‌کننده در معادلات قلب راکتور که باعث غیرخطی شدن سیستم شده‌اند، در فرآیند خطی سازی حذف می‌شوند که این موضوع باعث ایجاد اختلاف بین خروجی سیستم غیرخطی و سیستم خطی فضای حالت می‌شود. برای نشان دادن این موضوع رفتار سیستم در مقابل دو ورودی پله به اندازه  $3.5 \times 10^{-4} \frac{\Delta k}{k}$  و ورودی نوسانی  $u(t) = -3.5 \times 10^{-4} \sin(0.015t)$  برای سیستم غیرخطی و خطی سازی شده در سه سطح قدرت و با استفاده از معادلات غیرخطی و خطی فضای حالت با استفاده از حل عددی در نرم افزار متلب در شکل های شماره (۳ و ۴) نشان داده شده است. همانگونه که مشخص است پایداری سیستم در هر دو حالت برقرار است اما اختلاف ناشی از خطی سازی سیستم مشهود است.

همانگونه که در شکل شماره (۳) مشخص است با افزایش راکتیویته، قدرت راکتور به صورت ناگهانی افزایش می‌یابد ولی وجود فیدبک‌ها مانع افزایش بیشتر قدرت شده و قدرت راکتور با شیب ملایمتری کاهش می‌یابد ولی در سیستم خطی سازی شده به علت حذف بعضی از اثرات غیرخطی فیدبک‌ها، شیب کاهش دوباره قدرت به مراتب بیشتر از حالت غیرخطی می‌باشد. نکته قابل ذکر در شکل شماره (۴) افزایش اختلاف نتایج حالت غیرخطی و خطی با افزایش سطح قدرت راکتور می‌باشد بطوریکه در سطح قدرت ۱۰ مگاوات اختلاف اندکی بین نتایج می‌باشد ولی در سطح قدرت ۱۰۰ مگاوات به علت افزایش اثر فیدبک‌ها در قدرت‌های بالاتر، این اختلاف زیادتر شده است.



شکل شماره (۳): تغییرات قدرت راکتور در مقابل ورودی پله



شکل شماره (۴): تغییرات قدرت راکتور در مقابل ورودی سینوسی

## ۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش آنالیز پایداری خطی سیال اولیه در یک راکتور آبی خودفشارنده یکپارچه کوچک با استفاده از یک مدل دینامیکی جدید و با بهره‌گیری از تئوری فضای حالت بررسی شد. نتایج نشان داد که قطبهای سیستم در اثر ایجاد یک ورودی محدود، در ناحیه سمت چپ محور موهومی قرار دارند و لذا سیستم دارای پایداری مجانبی محلی حول نقاط تعادل است. از طرفی با استفاده از نمودار نایکوئیست مشخص شد که در اثر ایجاد یک ورودی نوسانی محدود، سیستم نیز خروجی نوسانی و محدود دارد. حل مدل دینامیکی خطی و غیرخطی نشان داد که به علت حذف بعضی از اثرات غیرخطی در مدل خطی سازی شده، تفاوت قابل توجهی بین خروجی در دو حالت وجود دارد و این تفاوت در سطوح قدرت بالاتر بیشتر نمایان است.

## مراجع :

- [1] International Atomic Energy Agency (IAEA), Status of innovative small and medium sized reactor designs (accessed at [http://pub.iaea.org/MTCDC/publications/PDF/te\\_1485\\_web.pdf](http://pub.iaea.org/MTCDC/publications/PDF/te_1485_web.pdf)), 2006.
- [2] International Atomic Energy Agency (IAEA), STATUS OF SMALL AND MEDIUM SIZED REACTOR DESIGNS (accessed at <https://aris.iaea.org/Publications/smr-status-sep-2012.pdf>), 2012.
- [3] Zanocco, P., Gimenez, M., Delmastro, D., Modeling aspects in linear stability analysis of a self-pressurized natural circulation integral reactor. Nucl. Eng. Des. 231, 283–301, 2004.
- [4] Marcel, C.P., Acuna, F.M., Zanocco, P.G., Delmastro, D.F., Stability of self-pressurized, natural circulation, low thermo-dynamic quality, nuclear reactors: the stability performance of the CAREM-25 reactor. Nucl. Eng. Des. 265, 232–243, 2013.
- [5] Hetrick, D.L., Dynamics of Nuclear Reactor. The University of Chicago Press, 1971.
- [6] Arda, S.E., Holbert, K.E., A dynamic model of a passively cooled small modular reactor for controller design purposes. Nucl. Eng. Des. 289, 218e230, 2015.
- [7] Ansarifar, G.R., Control of the nuclear steam generators using adaptive dynamic sliding mode method based on the nonlinear model. Ann. Nucl. Energy. 88, 280e300, 2016.
- [8] Ogata, K., 2010. Modern Control Engineering. fifth edition. Prentice Hall Press.