



مطالعه سیستم $K^- pp$ با استفاده از بسط پایه‌های گوسی

اسماعیلی، جعفر؛ رئیسی، مرتضی؛ یوسفی، مرضیه

دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

چکیده:

در کار حاضر سیستم $K^- pp$ را با استفاده از روش بسط پایه‌های گوسی بررسی نموده‌ایم. با توجه به این که نسبت تعداد زوج برهم‌کنش‌های $\bar{K}N$ در حالت ایزواسپینی $I=0$ به $I=1$ در چنین سیستمی ۳ به ۱ است، نشان داده‌ایم که تاثیر برهم‌کنش $\bar{K}N$ در حالت ایزواسپینی $I=0$ نسبت به $I=1$ در انرژی سیستم جفت شده $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ بیشتر است و هر چه حالت تشدید Λ^* مقیدتر باشد، سیستم $K^- pp$ نیز قید بیشتری خواهد داشت. کلید واژه‌ها: حالت تشدید $\Lambda(1405)$ ، سیستم $K^- pp$ ، بسط پایه‌های گوسی

Study of $K^- pp$ system by using Gaussian bases expansion method

Esmaili, Jafar; Raeisi, Morteza; Yousefi, Marzieh

Department of Physics, Shahrekord University, Shahrekord

Abstract

In the present work, we investigated $K^- pp$ system by using the Gaussian bases expansion method. With regards to the proportion of $\bar{K}N$ interaction pairs in $I=0$ to $I=1$ isospin state in the such system is 3 to 1, we have shown that the effect of $\bar{K}N$ interaction in the $I=0$ isospin state compared with $I=1$ is higher in the energy of $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ coupled system and whatever binding energy of Λ^* resonant state is more, the $K^- pp$ system will be more bound.

Keywords: $\Lambda(1405)$ resonant state, $K^- pp$ system, Gaussian basis expansion

مقدمه:

اولین بار دالیتز^۱ و توآن^۲، با استفاده از تجزیه و تحلیل K-ماتریس، امکان وجود تشدید $\Lambda(1405)$ در حالت ایزواسپینی $I=0$ در کانال $\Sigma\pi$ را پیش‌بینی کردند [۱]. بعد از آن آلستون^۳، $\Lambda(1405)$ را به صورت قله پهنی در طیف جرم ناوردای $(\Sigma\pi)$ کشف کرد. [۲]. در سال ۲۰۰۲ یامازاکی^۴ و آکائیشی^۵ (Y-A) [۳ و ۴]، با توجه

^۱Dalitz

^۲Tuan

^۳Alston

^۴Yamazaki

^۵Akaishi

به نتایج آزمایش KPX و شواهد تجربی دیگر، $\Lambda(1405)$ را به صورت یک حالت مقید $\bar{K}N$ با ایزواسپین $I=0$ فرض کردند و برهم‌کنش $\bar{K}N$ را با استفاده از یک دسته پتانسیل پدیده‌شناختی برای کانال‌های برهم‌کنش‌کننده به نحوی ساختند، که ۱- طول پراکندگی $\bar{K}N$ در حالت‌های ایزواسپینی $I=0$ و $I=1$ ۲- انرژی و پهناهای حالت تشدید $\Lambda(1405)$ و ۳- جابه‌جایی تراز اتمی K^-p را بازتولید کند. با استفاده از مجموعه پتانسیل‌های فوق‌الذکر و رهیافت جفت‌شدگی کانال‌های $\bar{K}N$ و $\Sigma\pi$ حالت‌های بسیار مقید هسته‌ای را در هسته‌های سبک پیش‌بینی، و ساختار و شکل‌گیری سیستم‌های کائونی چند نوکلئونی را مطالعه نمودند. در ادامه Y-A نشان دادند که با شروع از حالت تشدید $\Lambda(1405)$ ، رژیم بستگی قوی‌ای حاصل می‌گردد که به پیش‌بینی حالت‌های بسیار مقید K^-pp و نهایتاً به چگالش کائونی^۶ در ماده منجر می‌شود [۳]. بعد از پیش‌بینی Y-A در مورد حالت‌های بسیار مقید کائونی، کارهای نظری و تجربی بسیاری جهت بررسی و آشکارسازی چنین سیستم‌هایی آغاز شد، و این مسئله هم‌چنان به عنوان موضوع داغی در بخش فیزیک هسته‌ای شگفت مطرح است.

توصیف دوقطبی ساختار $\Lambda(1405)$ بر اساس نظریه دینامیکی کایرال $SU(3)$ ، اولین بار توسط جیدو^۷ و همکاران ارائه گردید [۵]. در چنین نظریه‌هایی، اولین قطب با کانال $\bar{K}N$ جفت شده است، که با قله‌ای در اطراف $1420 \text{ MeV}/c^2$ متناظر است. البته محل اولین قطب حتی بالاتر از $1430 \text{ MeV}/c^2$ رخ می‌دهد، اما به خاطر اثرات آستانه $\bar{K}N$ محل آن به جرم‌های پایین‌تر سوق داده می‌شود. در چنین مدل‌هایی، دومین قطب $\Lambda(1405)$ به کانال $\Sigma\pi$ جفت شده و به صورت یک قله پهن در نزدیکی $1400 \text{ MeV}/c^2$ توزیع شده است، که در حقیقت می‌تواند در کانال $T_{\Sigma\pi \leftarrow \Sigma\pi}$ مشاهده گردد. در توصیف دوقطبی $\Lambda(1405)$ ، فرض بر آن است که کانال قبل و بعد از تشکیل حالت تشدید $\Lambda(1405)$ ، $\Sigma\pi$ باشد. طیف جرم ناوردای $\Sigma\pi$ دارای قله‌ای در اطراف $1405 \text{ MeV}/c^2$ می‌باشد، که ناشی از برهم‌نهی دامنه‌های دو تشدید که قطب‌های مذکور را توصیف می‌کنند، است. براساس این نظریه، K^-p را حالت شبه‌مقیدی کم عمق با انرژی‌ای در حدود $1420 \text{ MeV}/c^2$ می‌توان در نظر گرفت. چنین حالت مقید کم عمقی برای K^-p به پیش‌بینی حالت‌های مقید کم عمق کائونی منجر می‌شود [۶ و ۷].

^۶ Kaon condensation

^۷Jido

از آنجا که $\Lambda(1405)$ قویاً برهم‌کنش $\bar{K}N$ در زیر آستانه را دیکته می‌کند، این حالت تشدید اهمیت ویژه‌ای بر رفتار کائون در هسته‌ها دارد. هدف کار حاضر بررسی نقش حالت شبه‌مقید K^-p با ایزواسپین $I=0$ و تکانه زاویه‌ای $L=0$ ($\Lambda(1405)$ یا $\Lambda(1420)$) بر انرژی و پهنای سیستم K^-pp با استفاده از روش وردشی بسط پایه‌های گوسی است.

روش بسط پایه‌های گوسی

معادله شرودینگر حالت‌های مقید یک سیستم چند ذره‌ای، با تکانه زاویه‌ای کل J و مولفه سوم M به صورت زیر است:

$$(H-E)\psi_{JM} = 0 \quad (1)$$

براساس روش وردش می‌توان هر یک از توابع موج نسبی را بر حسب مجموعه‌ای از توابع پایه انتگرال‌پذیری $\phi_{jm,n}$ ، L^2 به صورت

$$\psi_{jm} = \sum_{n=1}^{n_{max}} C_n^{(j)} \phi_{jm,n} \quad (2)$$

بسط داد. استفاده از اصل وردشی ریلی ریتز به یافتن ویژه مقادیر یک ماتریس کلی

$$\sum_{n'=1}^{n_{max}} (H_{nn'}^{(j)} - EN_{nn'}^{(j)}) C_{n'}^{(j)} = 0 \quad (3)$$

منجر می‌شود. با حل مسئله ویژه مقادیری نه تنها ویژه مقدار و ویژه تابع پایین‌ترین حالت ممکن بلکه برای حالت‌های برانگیخته با J و M یکسان نیز، به دست می‌آید.

بنابراین درایه‌های ماتریس هامیلتونی برای توابع پایه گوسی به صورت زیر است [۸]

$$\langle \phi_{nlm}^G | \hat{T} | \phi_{n'lm}^G \rangle = \frac{\hbar^2}{\mu} \frac{(\nu l + \nu') \nu_n \nu_{n'}}{(\nu_n + \nu_{n'})} \left(\frac{\nu \sqrt{\nu_n \nu_{n'}}}{(\nu_n + \nu_{n'})} \right)^{l+\frac{\nu}{2}} \quad (4)$$

$$V_{n,n'} = \langle \phi_{nlm}^G | V(r) | \phi_{n'lm}^G \rangle = N_{nl} N_{n'l} \int_0^\infty r^{2l} e^{-(\nu_n + \nu_{n'})r} V(r) r^2 dr$$

پایه‌های گوسی جابه‌جاشده

در محاسبات درایه‌های ماتریس هامیلتونی سیستم‌های سه ذره‌ای و بالاتر، زمانی که شکل برهم‌کنش‌های بین ذرات درون سیستم پیچیده می‌شوند و برهم‌کنش‌ها به مختصه‌های شعاعی و زاویه‌ای وابسته می‌شوند حل مسئله حتی با پایه‌های گوسی هم بسیار دشوار و پیچیده است. با معرفی پایه‌های گوسی که به اندازه بینهایت کوچک جابه‌جا شده‌اند، به صورت



$$\phi_{nlm}^G(\vec{r}) = N_{nl} r^l e^{-\nu n r^\nu} Y_{lm}(\hat{r}) = N_{nl} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon^l} \sum_{k=1}^{k_{max}} c_{lm,k} e^{-\nu(\vec{r}-\epsilon \vec{D}_{lm,k})^\nu} \quad (5)$$

می‌توان پیچیدگی محاسبات را تقلیل داد و روند آن را بهبود بخشید [۸].

برای تعیین پارامترهای $\{c_{lm,k}, \vec{D}_{lm,k}; k=1-k_{max}\}$ ، حاصل ضرب توابع هماهنگ کروی در r^l را بر حسب مختصه‌های دکارتی بسط می‌دهیم.

$$r^l Y_{lm}(\hat{r}) = \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{l-m}{\nu} \rfloor} A_{lm,j} z^{l-m-\nu j} (x+iy)^{m+j} (x-iy)^j \quad (6)$$

که مقدار ثابت $A_{lm,j}$ است بنابراین توابع پایه گوسی را می‌توان به صورت

$$N_{nl} r^l e^{-\nu r^\nu} Y_{lm}(\hat{r}) = N_{nl} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\frac{l}{\nu \epsilon \nu} \right)^l \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{l-m}{\nu} \rfloor} A_{lm,j} \sum_{s=t=u=0}^p \sum_{j=0}^q (-1)^{p+q+j-s-t-u} \binom{p}{s} \binom{q}{t} \binom{j}{u} e^{-\nu(\vec{r}-\epsilon \vec{D})^\nu} \quad (7)$$

نوشت. در رابطه (۷)، $q = m + j$ ، $p = l - m - \nu j$ و $\vec{D} = (\nu/l)[(\nu s - p)\vec{a}_z + (\nu t - q)\vec{a}_{xy} + (\nu u - j)\vec{a}_{xy}^*]$ جابه‌جایی است. توابع گوسی جابه‌جاشده را می‌توان به شکل معادله (۵) با ضرایب $C_{l-m,k} = (-1)^m C_{lm,k}$ و بردار جابه‌جایی $\vec{D}_{l-m,k} = \vec{D}_{lm,k}^*$ اعداد بدون بعد و مستقل از ϵ و ν هستند.

روش بسط توابع گوسی برای سیستم‌های سه ذره‌ای

در صورتی که نیروهای بین ذرات یک سیستم سه ذره‌ای مرکزی باشند، معادله شرودینگر چنین سیستمی به صورت

$$[T + V^{(1)}(\vec{r}_1) + V^{(2)}(\vec{r}_2) + V^{(3)}(\vec{r}_3) - E] \psi_{JM} = 0 \quad (9)$$

در نظر گرفته می‌شود [۸]. T عملگر انرژی جنبشی، $V^{(i)}(\vec{r}_i)$ پتانسیل بین دو ذره j, k ($j, k \neq i$) در کانال i و ψ_{JM} تابع موج کل سیستم به صورت مجموع دامنه‌های سه کانال ذره‌ای بر حسب مختصه‌های ژاکوبی شکل ۱ با رابطه

$$\psi_{JM} = \phi_{JM}^{(c=1)}(\vec{r}_1, \vec{R}_1) + \phi_{JM}^{(c=2)}(\vec{r}_2, \vec{R}_2) + \phi_{JM}^{(c=3)}(\vec{r}_3, \vec{R}_3) \quad (10)$$

توصیف می‌شود. دامنه‌ها بر حسب توابع پایه گوسی در دستگاه مختصات \vec{R}_c و \vec{r}_c بسط داده می‌شود

$$\phi_{JM}^c(\vec{r}_c, \vec{R}_c) = \sum_{n_c l_c N_c L_c} A_{n_c l_c N_c L_c}^{(c)} [\phi_{n_c l_c}^G(\vec{r}_c) \psi_{N_c L_c}^G(\vec{R}_c)]_{JM} \quad (11)$$

با توجه به $N = 1 - N_{max}$ و $n = 1 - n_{max}$ توابع موج به شکل زیر هستند

$$\phi_{nlm}^G(\vec{r}) = N_{nl} r^l e^{-\nu n r^\nu} Y_{lm}(\hat{r}) \quad (12)$$

$$\psi_{NLM}^G(\vec{R}) = N_{NL} R^L e^{-\lambda N R^\lambda} Y_{LM}(\hat{R})$$

روش کار و نتایج

در مطالعه سیستم K^-pp ، دو نوع برهم‌کنش دو ذره‌ای $\bar{K}N$ و NN را داریم. در کار حاضر برای برهم‌کنش $\bar{K}N$ از پتانسیل گوسی موضعی در حالت‌های ایزواسپینی $I=0$ و $I=1$ استفاده نموده‌ایم

$$V_{\bar{K}N}^{I=0}(r) = (V_{\bar{K}N}^{I=0} + iW_{\bar{K}N}^{I=0}) \exp[-(r/b)^2] \quad (13)$$

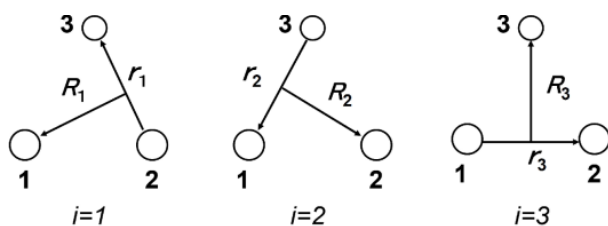
$$V_{\bar{K}N}^{I=1}(r) = (V_{\bar{K}N}^{I=1} + iW_{\bar{K}N}^{I=1}) \exp[-(r/b)^2]$$

با توجه به رابطه طول پراکندگی کائون-پروتون با طول‌های پراکندگی $\bar{K}N$ در حالت‌های ایزواسپینی پارامترهای شدت پتانسیل $V_{\bar{K}N}^{I=0}$ ، $W_{\bar{K}N}^{I=0}$ و $V_{\bar{K}N}^{I=1}$ ، $W_{\bar{K}N}^{I=1}$ را برای حالت‌های تشدید $\Lambda(1420)$ و $\Lambda(1405)$ با پهنای 40 MeV محاسبه و نتیجه را در جدول‌های (۱) و (۲) به‌ازای هر یک از مقادیر b نشان داده‌ایم. پارامترهای شدت پتانسیل به‌گونه‌ای تنظیم شده‌اند که جرم و پهنای Λ^* و طول پراکندگی تجربی آزمایش FINUDA [۹]، $(a_{K^-p} = -0.78 + 0.49i)$ را بازتولید می‌کنند. از پتانسیل تاماگاکاکی برای

توصیف برهم‌کنش NN در حالت ایزواسپینی $I=1$ استفاده کرده‌ایم [۱۰]، که شکل گوسی آن به‌صورت

$$V_{NN}(r) = 2000 \exp[-(r/0.447)^2] - 270 \exp[-(r/0.942)^2] - 5 \exp[-(r/2/5)^2] \quad (14)$$

است.



شکل (۱) مختصات ژاکوبی در کانال‌های مختلف برای سیستم سه ذره‌ای

جدول (۱): قطب انرژی سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ برای $M_{\Lambda^*} = 1405$ با پهنای 40 MeV . محاسبه برای حالتی که برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ با ایزواسپین $I=1$ در محاسبات منظور شده و حالتی که این برهم‌کنش خاموش (بدون ایزواسپین $I=1$) فرض شده است.

b [fm]	$I=0$		$I=1$		$W_{\bar{K}NN-\pi\Sigma N}[\text{MeV}]$ $I=1$ بدون		$W_{\bar{K}NN-\pi\Sigma N}[\text{MeV}]$ برهم- کنش کامل ($I=1$ و $I=0$)	
	$V[\text{MeV}]$	$W[\text{MeV}]$	$V[\text{MeV}]$	$W[\text{MeV}]$	E	$-\Gamma/2$	E	$-\Gamma/2$
0.3	-2250	-162	-1395	-305	نامقید	نامقید	-23/11	-22/72

۰/۴	-۱۳۵۸	-۱۲۸	-۶۵۴	-۱۷۳	-۵/۵۵	-۹/۰۴	-۲۵/۰۸	-۲۳/۰۷
۰/۵	-۹۲۹/۷	-۱۰۵/۰	-۳۲۳	-۱۱۹	-۱۲/۳۸	-۱۲/۹۲	-۲۶/۳۱	-۲۴/۰۶
۰/۶	-۶۸۹/۵	-۹۱/۰	-۱۹۲	-۱۱۲	-۱۸/۶	-۱۶/۳۱	-۲۹/۲۲	-۲۷/۸۴
۰/۷	-۵۴۰/۰	-۸۱/۰	-۱۵۸	-۹۲	-۲۳/۸۸	-۱۹/۰۹	-۳۵/۴۶	-۳۰/۸۹
۰/۸	-۴۳۹/۶	-۷۳/۰	-۱۲۳	-۶۵	-۲۸/۱	-۲۱/۱۴	-۳۹/۳۸	-۳۱/۱۷
۰/۹	-۳۶۸/۷	-۶۷/۰	-۱۰۲	-۶۰	-۳۱/۴۳	-۲۲/۸	-۴۲/۲۵	-۳۳/۰۵
۱/۰	-۳۱۶/۵	-۶۲/۰	-۸۵	-۵۵	-۳۵/۰۵	-۲۴/۰۳	-۴۴/۱۹	-۳۴/۲۲

مقادیر به دست آمده برای انرژی سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ برای حالت تشدید $1(1405)$ با پهنای 40 MeV در جدول (۱) و برای حالت تشدید $1(1420)$ با پهنای 40 MeV در جدول (۲)، برای حالتی که برهم کنش ایزواسپینی $I=1$ در محاسبات منظور شده و حالتی که این برهم کنش در محاسبات در نظر گرفته نشده، محاسبه و نشان داده شده است. مقایسه قطب‌های انرژی حالت $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ نشان می‌دهند که با افزایش انرژی بستگی حالت تشدید $1(1405)$ ، انرژی بستگی سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ افزایش می‌یابد.

جدول (۲): مشابه جدول (۱)، قطب انرژی سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ برای $M_{\Lambda}^* = 1420$ با پهنای 40 MeV .

b [fm]	$I=0$		$I=1$		$W_{\bar{K}NN-\pi\Sigma N} [\text{MeV}]$ بدون $I=1$		$W_{\bar{K}NN-\pi\Sigma N} [\text{MeV}]$ برهم- کنش کامل ($I=1$ و $I=0$)	
	V[MeV]	W[MeV]	V[MeV]	W[MeV]	E	$-\Gamma/2$	E	$-\Gamma/2$
۰/۳	-۲۱۳۲	-۲۰۴/۹	-۱۱۹۲	-۱۸۴	نامعید	نامعید	-۸/۹۸	-۱۶/۸
۰/۴	-۱۲۶۶/۴	-۱۵۸	-۵۵۳	-۱۰۶	نامعید	نامعید	-۱۰/۷۵	-۱۸/۳۶
۰/۵	-۸۵۳/۳	-۱۳۰/۴	-۲۹۷	-۸۷	-۲/۶۸	-۱۱/۷۳	-۱۲/۳۸	-۲۱/۳۰
۰/۶	-۶۲۳/۸	-۱۱۲/۴	-۱۶۴	-۷۱	-۶/۴۸	-۱۵/۵۳	-۱۳/۵۱	-۲۳/۷۳
۰/۷	-۴۸۱/۲	-۹۹/۱	-۱۲۹	-۶۷	-۹/۷۰	-۱۸/۵۱	-۱۶/۸۵	-۲۷/۳۹
۰/۸	-۳۸۶/۸	-۸۹/۲	-۱۰۴	-۶۰	-۱۲/۴۲	-۲۰/۹۳	-۱۹/۵۲	-۳۰/۰
۰/۹	-۳۲۰	-۸۱/۷	-۸۶	-۵۴	-۱۴/۴۲	-۲۲/۸۵	-۲۱/۳۱	-۳۱/۹۴
۱/۰	-۲۷۱/۴	-۷۵/۵	-۷۵	-۴۵	-۱۶/۱۰	-۲۴/۳۵	-۲۳/۲۱	-۳۲/۹۵

نتیجه گیری



محاسبات کار حاضر نشان می‌دهد، جرم پهنای حالت تشدید $\Lambda(1405)$ کلیدی‌ترین نقش را در تعیین انرژی و پهنای سبک‌ترین سیستم کائونی $\bar{K}(NN)_{I=1} \left(I = \frac{1}{2} \right)$ با تکانه زاویه‌ای کل و پاریته $J^{\pi} = 0^{-}$ و تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین کل $S = L = 0$ ایفا می‌کند و اثرات برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ در حالت ایزواسپینی $I = 1$ به مراتب کوچک‌ترند. محاسبات جدول‌های (۱) و (۲) نشان می‌دهند حالت ایزواسپینی $I = 1$ برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ ، تاثیر کمی بر انرژی و پهنای سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ دارد. با افزایش انرژی بستگی حالت تشدید Λ^* ، انرژی بستگی سیستم K^-pp افزایش و با کاهش پهنای حالت تشدید Λ^* نه تنها پهنای سیستم K^-pp کاهش می‌یابد بلکه سیستم K^-pp مقیدتر می‌شود. اگرچه انرژی و پهنای به‌دست آمده برای سیستم K^-pp در کار حاضر بسیار متفاوت از نتایج تجربی آزمایش FINUDA است، این تفاوت ممکن است ناشی از عدم دقت فرآیند اندازه‌گیری باشد.

مراجع

- [1] R. H. Dalitz and S. F. Tuan, *Phys. Rev. Lett.* **2** (1959) 425.
- [2] M. H. Alston, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **6** (1961) 698.
- [3] T. Yamazaki and Y. Akaishi, *Phys. Lett. B* **535** (2002) 70.
- [4] Y. Akaishi and T. Yamazaki, *Phys. Rev. C* **65** (2002) 044005.
- [5] D. Jido, *et al.*, *Nucl. Phys. A* **725** (2003) 181.
- [6] A. Dote and W. Weise, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **168** (2007) 593.
- [7] A. Dote, T. Hyodo, and W. Weise, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 014003.
- [8] E. Hiyama, *Prog. Theor. Exp. Phys.* (2012) 01A204.
- [9] M. Agnello, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 212303.
- [10] R. Tamagaki, *Prog. Theor. Phys.* **44** (1970) 405.