



بررسی تأثیر موجودی گاز داخل ماشین بر زمان تعادل غلظت ایزوتوپ اورانیوم در

زنجیره‌های دو جزئی سانتریفیوژ گازی

مرتضی ایمانی^(۱)، علیرضا کشتکار^(۱)، عباس رشیدی^(۲)، سید جابر صفدری^(۱)، جواد کریمی

ثابت^(۱)، علی نوروزی*^(۲)

(۱): سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده مواد و سوخت هسته‌ای

(۲): شرکت فناوری‌های پیشرفته ایران

چکیده:

یکی از موارد مهم در زنجیره‌های سانتریفیوژ گازی، پیشگویی زمان به تعادل رسیدن غلظت ایزوتوپ‌ها در زنجیره می‌باشد. در این مقاله معادلات بقا جرم در زنجیره‌های متقارن دو جزئی بصورت گذرا با استفاده از روش تفاضل محدود کرنک نیکلسون گسسته‌سازی، و برای حل معادلات غیر خطی حاصله از روش تکرار q استفاده شد. با استفاده از کد شبیه‌سازی حاصله و در نظر گرفتن شرایط پایا برای جریان‌های داخل زنجیره، غلظت ایزوتوپ‌های اورانیوم برحسب زمان تا رسیدن به حالت پایا محاسبه شد، و نتایج با نتایج کد حالت پایا موجود در مراجع مقایسه گردید. همچنین مشاهده شد با افزایش موجودی گاز در مراحل، زمان به تعادل رسیدن غلظت‌ها در زنجیره افزایش پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: زنجیره متقارن، ماشین سانتریفیوژ، حالت گذرا، زمان تعادل، روش تکرار q، سیستم‌های دو جزئی

Investigating the effect of gas hold up on the time of equilibrium of the uranium isotope concentration in Two-component gas centrifugal cascades

Imani, Morteza⁽¹⁾; Keshkar, Alireza⁽¹⁾; Rashidi, Abbas⁽²⁾; Safdari, Seyed Jaber⁽¹⁾; Karimi Sabet, Javad⁽¹⁾; Noroozi, Ali*⁽²⁾

(1): Atomic Energy Organization, Nuclear Science and Technology Research Institute, Nuclear Materials and Fuel Research Institute

(2): Advanced Technology Company of Iran

Abstract: One of the important issues in gas centrifuge cascades is the prediction of Equilibrium Time of concentration of isotopes in cascade. In this paper, the conservation of mass equation for two component symmetric cascades are presented in transient condition, and discriminated using Crank Nicholson's finite difference method, and the q iteration method was used to solve non-linear equations. Using the obtained simulation code and considering steady state conditions for flows, the concentrations of uranium isotopes were calculated in terms of time to reaching steady state condition, and the results were compared with the results of the steady state code in the references. It was also observed that as the



amount of gas hold up in the stages increases, equilibrium time of concentration in the cascade increases.

Key words: Symmetric cascade, centrifuge machine, transient state, equilibrium time, q iteration, two-component systems

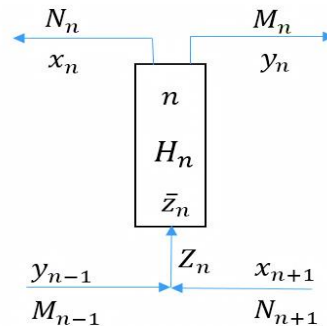
مقدمه:

جداسازی ایزوتوپی عناصر در زنجیره‌هایی از ماشین‌های جداساز صورت می‌پذیرد که پرکاربردترین این زنجیره‌ها، زنجیره‌های غنی‌سازی با استفاده از ماشین سانتریفیوژ گازی می‌باشد. از مهمترین فرایندهای جداسازی ایزوتوپی دو جزئی، جداسازی ایزوتوپ‌های اورانیوم ۲۳۵ از ۲۳۸ می‌باشد. از مهم‌ترین مسائل موجود در این زنجیره‌ها زمان راه‌اندازی و به تعادل رسیدن زنجیره می‌باشد که مورد توجه بهره‌برداران می‌باشد. در طی این زمان، به دلیل اینکه جریان‌ها و غلظت ایزوتوپ مطلوب (ایزوتوپ سبکتر) کمتر از میزان طراحی شده است، میزان کار جداسازی زنجیره کمتر از میزان مورد انتظار می‌باشد. زمان به تعادل رسیدن شامل، به تعادل رسیدن جریان‌ها و به تعادل رسیدن غلظت ایزوتوپ مطلوب در طول زنجیره می‌باشد که به دلیل کوتاه بودن زمان به تعادل رسیدن جریان‌ها در مقایسه با زمان به تعادل رسیدن غلظت ایزوتوپ مطلوب، از آن صرف نظر می‌شود. از جمله فعالیت‌های صورت گرفته برای محاسبه زمان تعادل می‌توان به روش مورد استفاده توسط کهن اشاره کرد [۱]. در این روش معادلات بر روی یک زنجیره با ضریب برش مراحل یکسان با فرض پایا بودن جریان و همچنین فرض پایین بودن فاکتور جداسازی نوشته شده و بصورت تحلیلی حل شدند. اما در این مقاله هدف حل معادلات بقای جرم بصورت عددی برای سیستم‌های ایزوتوپی دو جزئی اورانیوم در حالت گذرا، بدون محدودیت بر روی فاکتور جداسازی و با ضریب برش متغیر در مراحل برای یک زنجیره متقارن می‌باشد. برای این منظور در مرحله اول معادلات بقای جرم در حالت گذرا نوشته شده و با استفاده از روش تفاضل محدود کرنک نیکلسون گسسته‌سازی می‌شوند، سپس با استفاده از روش تکرار q [۲] معادلات غیر خطی حاصله، خطی سازی می‌شوند و دستگاه معادلات بدست آمده در هر بازه زمانی حل می‌شود. برای صحت‌سنجی، نتایج شبیه‌سازی یک زنجیره موجود در حالت پایا با نتایج شبیه‌سازی صورت گرفته در حالت گذرا در زمان بی نهایت (رسیدن به حالت پایا)، مقایسه شده است. با توجه به تایید روش و شبیه‌سازی صورت گرفته، تاثیر میزان موجودی گاز زنجیره بر روی زمان به تعادل رسیدن غلظت جریان محصول مورد بررسی قرار می‌گیرد.



مواد و روش کار:

زنجیره‌ها بر اساس اینکه جریان غنی شده و تهی شده مراحل به کدام مرحله وارد شوند به دو دسته متقارن و نامتقارن دسته‌بندی می‌شوند. زنجیره‌های متداول از نوع متقارن می‌باشند که در این نوع زنجیره‌ها جریان غنی شده به مرحله بعد، و جریان تهی شده به مرحله قبل وارد می‌شوند [۳]. در شبیه‌سازی گذرای زنجیره می‌بایست غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان ورودی، غنی شده و تهی شده هر مرحله با گذر زمان محاسبه شود. در شکل ۱ برای یک زنجیره متقارن جریان‌های ورودی و خروجی و غلظت‌های هر جریان به مرحله شماره n نمایش داده شده است.



شکل ۱: نمایش جریان‌های ورودی و خروجی به مراحل

در ابتدای شروع محاسبه غلظت‌ها در حالت گذرا، می‌بایست جریان‌های بین مراحل با فرض پایا بودن در هر بازه زمانی، محاسبه شوند. برای این کار با مشخص بودن ضریب برش و نوشتن رابطه (۱) بر روی هر مرحله می‌توان جریان‌های بین مراحل را در حالت پایا محاسبه نمود [۲].

$$Z_n \theta_n - M_n = 0$$

$$Z_n (1 - \theta_n) - N_n = 0 \quad (1)$$

$$Z_n - M_{n-1} - N_{n+1} = 0$$

در رابطه (۱) N_n نرخ جریان تهی شده، M_n نرخ جریان غنی شده و θ_n ضریب برش مرحله شماره n می‌باشند. برای محاسبه غلظت‌ها، قانون بقای جرم در حالت گذرا بصورت زیر نوشته می‌شود [۴،۵].

$$\frac{\partial H_n \bar{z}_n(t)}{\partial t} = N_{n+1} x_{n+1, (t)} + M_{n-1} y_{n-1, (t)} - N_n x_{n, (t)} - M_n y_{n, (t)} \quad (2)$$



در معادله (۲) H_n موجودی گاز مرحله، \bar{z}_n متوسط غلظت گاز عبوری از مرحله، y_n غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان غنی شده و x_n غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان تهی شده می‌باشد. در معادله (۲) برای محاسبه متوسط غلظت در مرحله از تقریب زیر استفاده می‌شود:

$$(N_n + M_n)\bar{z}_{n,(t)} = N_n x_{n,(t)} + M_n y_{n,(t)} \quad (3)$$

در معادله (۲) جریان‌های بین مراحل بصورت مستقل از زمان در نظر گرفته می‌شود، این فرض به دلیل کوتاه بودن زمان به تعادل رسیدن جریان در برابر زمان به تعادل رسیدن غلظت‌های بین مراحل می‌باشد [۳، ۶]. رابطه مورد استفاده دیگر رابطه فاکتور جداسازی برای هر مرحله می‌باشد که بصورت زیر بیان می‌شود.

$$\alpha_n = \frac{y_n/1 - y_n}{x_n/1 - x_n} \quad (4)$$

در رابطه (۴) α_n ورودی مسئله خواهد بود. با توجه به اینکه معادلات (۲)، (۳) و (۴) برای هر مرحله نوشته می‌شوند تعداد $3N$ معادله بدست خواهد آمد. پس از گسسته سازی معادله (۲) به روش کرنک نیکلسون و ترکیب با معادله (۳) معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} & -\frac{M_{n-1}}{2} y_{n-1}^{m+1} + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{M_n}{M_n + N_n} + \frac{M_n}{2} \right) y_n^{m+1} + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{N_n}{M_n + N_n} + \frac{N_n}{2} \right) x_n^{m+1} - \frac{N_{n+1}}{2} x_{n+1}^{m+1} \\ & = \frac{M_{n-1}}{2} y_{n-1}^m + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{M_n}{M_n + N_n} - \frac{M_n}{2} \right) y_n^m + \left(\frac{H_n}{\Delta t} \frac{N_n}{M_n + N_n} - \frac{N_n}{2} \right) x_n^m + \frac{N_{n+1}}{2} x_{n+1}^m \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (۵) بالانویس m نشان‌دهنده بازه زمانی می‌باشد. برای محاسبه غلظت مراحل می‌بایست رابطه (۵) را برای هر بازه زمانی حل نمود. در این رابطه با استفاده از روش تکرار q می‌توان غلظت جریان غنی شده را بر حسب غلظت جریان تهی شده جایگذاری نمود. در این روش پارامتر q بصورت نسبت غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان غنی شده به غلظت ایزوتوپ مطلوب در جریان تهی شده در هر مرحله تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} q_{1,n} &= \frac{y_{1,n}}{x_{1,n}} \\ q_{2,n} &= \frac{y_{2,n}}{x_{2,n}} \end{aligned} \quad (6)$$

اندیس ۱ نمایش دهنده ایزوتوپ سبک و اندیس ۲ نمایش دهنده ایزوتوپ سنگین می‌باشد. با بکارگیری این تعاریف در رابطه فاکتور جداسازی مرحله n ، رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\alpha_n = \frac{y_{1,n}/x_{1,n}}{y_{2,n}/x_{2,n}} = \frac{q_{1,n}}{q_{2,n}} \quad (7)$$



با ترکیب روابط (۶) و (۷) غلظت ایزوتوپ سبک در جریان غنی شده مرحله n را می‌توان بر حسب غلظت همان جز در جریان تهی شده نوشت:

$$y_{1,n} = \alpha_n q_{2,n} x_{1,n} \quad (۸)$$

رابطه (۸) را می‌توان در معادلات (۵) به کار برد و غلظت ایزوتوپ سبک را محاسبه نمود. به طور مشابه می‌توان رابطه (۶) را در رابطه (۵) برای ایزوتوپ سنگین استفاده نمود و غلظت ایزوتوپ سنگین را محاسبه کرد. در این روش در ابتدا مقدار $q_{2,n}$ برای تمامی مراحل حدس زده می‌شود، سپس با استفاده از رابطه (۶) و (۸) معادلات (۵) برای ایزوتوپ سبک و هم برای ایزوتوپ سنگین حل می‌شوند. با غلظت‌های محاسبه شده و رابطه زیر مقدار $q_{2,n}$ اصلاح می‌شود [۵،۶].

$$q_{2,n} = \frac{z_{1,n} + z_{2,n}}{\alpha x_{1,n} + x_{2,n}} \quad (۹)$$

رابطه بالا ناشی از این می‌باشد که در هر مرحله می‌بایست مجموع غلظت ایزوتوپ‌های سبک و سنگین در جریان غنی شده، تهی شده و خوراک هر مرحله برابر یک باشد.

نتایج:

برای صحنه‌گزاری روش و شبیه‌سازی انجام شده از نتایج شبیه‌سازی حالت پایای یک زنجیره با ماشین سانتریفیوژ ایگاچو^۱ که در مرجع ۷ موجود می‌باشد، استفاده می‌شود. میزان موجودی گاز در این ماشین ۱ گرم می‌باشد. نرخ خوراک ورودی به زنجیره برابر 2099 (kgU/yr) ، مرحله ورود خوراک ۶ و غلظت جریان خوراک ورودی 0.072% می‌باشد [۷]. در جدول ۱ مشخصات زنجیره مورد نظر از قبیل تعداد ماشین‌های موجود در مراحل، ضریب برش و فاکتور جداسازی مراحل بیان شده و همچنین غلظت جریان غنی شده مراحل، محاسبه شده توسط کد در زمان رسیدن به حالت پایا و نتایج موجود در مرجع ۷ مقایسه شده است. همانگونه که در جدول ۱ مشاهده می‌شود کد محاسبه توزیع غلظت در حالت گذرا در زمان رسیدن به تعادل (پس از گذشت ۱۵ ساعت) نتایج یکسانی با شبیه‌سازی حالت پایا داشته است. در شکل ۲ غلظت محصول (y_p) و پسماند زنجیره (x_w) بر حسب زمان رسم شده است.

^۱ Iguacu

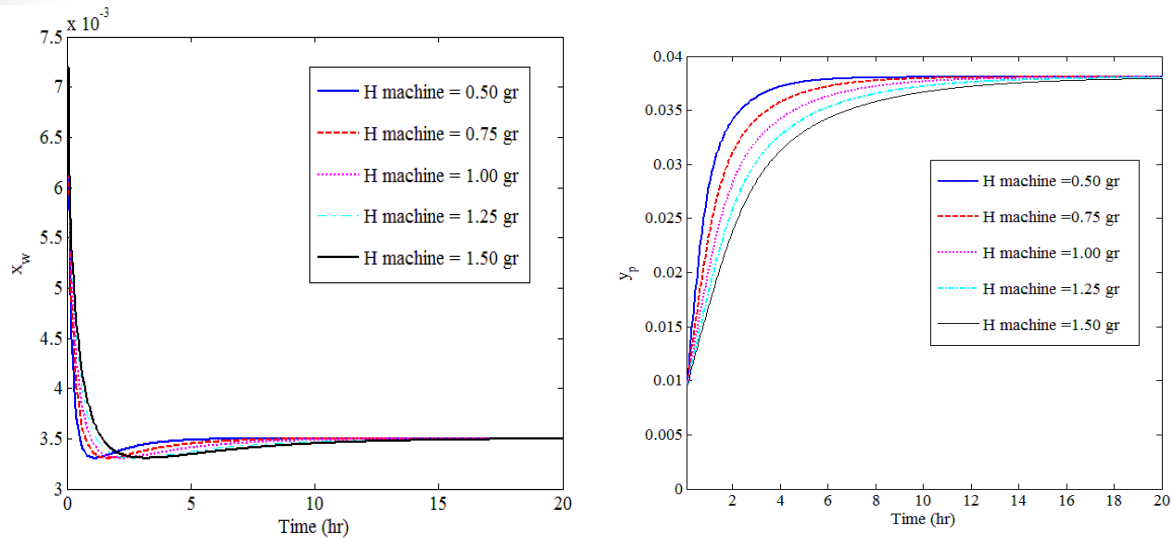


با در نظر گرفتن مشخصات زنجیره مورد استفاده برای صحنه گذاری به عنوان ورودی و تغییر میزان موجودی گاز در ماشین سانتریفیوژ، تاثیر این پارامتر بر زمان به تعادل رسیدن غلظت جریان محصول (y_p) و پسماند زنجیره (x_w) در شکل ۲ نمایش داده شده است.

جدول ۱: مشخصات زنجیره و غلظت محاسبه شده در جریان غنی شده مراحل

شماره مراحل	تعداد ماشین در مراحل	ضریب برش مراحل	فاکتور جداسازی مرحله	y_i محاسبه شده در مرجع	y_i محاسبه شده توسط برنامه	خطای نسبی در محاسبه y_i بر حسب درصد
1	6	0.470	1.276	0.0044	0.0044	1.391
2	11	0.470	1.272	0.0050	0.0051	1.301
3	16	0.470	1.276	0.0056	0.0056	0.590
4	20	0.470	1.275	0.0063	0.0063	1.398
5	23	0.470	1.270	0.0071	0.0071	1.495
6	27	0.470	1.275	0.0080	0.0081	1.470
7	23	0.470	1.273	0.0090	0.0091	1.566
8	20	0.470	1.276	0.0102	0.0102	1.436
9	17	0.470	1.275	0.0115	0.0115	1.421
10	14	0.470	1.271	0.0129	0.0129	1.310
11	12	0.471	1.274	0.0146	0.0146	1.327
12	10	0.471	1.275	0.0164	0.0164	1.153
13	8	0.471	1.272	0.0185	0.0185	1.349
14	6	0.471	1.261	0.0205	0.0205	1.585
15	5	0.471	1.271	0.0230	0.0231	1.581
16	4	0.471	1.281	0.0258	0.0258	1.324
17	3	0.471	1.291	0.0291	0.0291	1.559
18	2	0.472	1.300	0.0330	0.0331	1.353
19	1	0.472	1.309	0.0376	0.0376	1.411

همان گونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود با افزایش موجودی گاز در داخل ماشین، میزان موجودی گاز در مراحل و بصورت کلی موجودی گاز در زنجیره افزایش پیدا کرده که در نتیجه آن زمان به تعادل رسیدن غلظت‌ها در زنجیره افزایش پیدا می‌کند اما در میزان غلظت نهایی تغییری ایجاد نمی‌شود. با تغییر میزان موجودی گاز در داخل ماشین سانتریفیوژ از میزان ۰/۵ گرم تا ۱/۵ گرم زمان به تعادل رسیدن غلظت جریان محصول و پسماند زنجیره از ۱۰ ساعت به ۲۰ ساعت افزایش پیدا می‌کند.



شکل ۲: نمایش غلظت جریان محصول و پسماند بر حسب زمان با تغییر موجودی ماشین سانتریفیوژ

بحث و نتیجه گیری: با بکار گیری روش عددی تفاضل محدود کرنک نیکلسون و استفاده از روش تکرار q برای خطی سازی معادلات توزیع غلظت در طول زنجیره در حالت گذرا، می توان بدون محدودیت بر روی فاکتور جداسازی و میزان ضریب برش زنجیره، توزیع غلظت بر حسب زمان در زنجیره را با دقت مناسب محاسبه نمود و زمان به تعادل رسیدن زنجیره را تخمین زد. همچنین با بررسی پارامتر موجودی گاز در داخل ماشین سانتریفیوژ مشاهده می شود این پارامتر تاثیر قابل توجهی بر میزان زمان تعادل زنجیره دارد.

مراجع:

1. Cohen, "The theory of separation as applied to the large -scale production of U235", 1951.
2. Zeng, S.; Ying, C. "A robust and efficient calculation procedure for determining concentration distribution of multicomponent mixture". Sep. Sci. Technol. 2000, 35 (4), 613-622.
3. Benedict, T. H, "Nuclear Chemical Engineering", New York: McGraw-Will book Co., 1981.
4. Zeng, S.; Ying, C. "Separating isotope components of small abundance". Sep. Sci. Technol. 2002, 37 (15), 3577-3598.
5. Zeng, S.; Ying, C. "A second-order time-accurate method for determining the distribution of concentration distribution of multicomponent mixtures in separation cascades". Sep. Sci. Technol. 2000, 35 (5), 729-741.
6. Zeng, S.; Ying, C. "Transient process in gas centrifuge cascades for separation of multicomponent isotope mixtures". Sep. Sci. Technol. 2001, 36 (15), 3439-3457.
7. Migliorini, P.J, "Modeling and Simulation of Gas Centrifuge Cascades for Enhancing the Efficiency of IAEA Safeguards," May 2013.