



پراکندگی رامان در برهمکنش لیزر با پلاسمای مغناطیده

سید ابوالفضل قاسمی^{۱*}، مهران اکبری سرابی^۲، منصور رضایی مرساق^۲

^۱سازمان انرژی اتمی ایران، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای، تهران- ایران

^۲دانشگاه آزاد اسلامی تهران شمال، گروه فیزیک، تهران، ایران

چکیده:

در این مقاله، آهنگ رشد پراکندگی رامان رو به عقب و رو به جلو در برهمکنش لیزر پالس کوتاه با پلاسمای مغناطیسی کم چگال سرد و همگن و با در نظر گرفتن اثرات غیرخطی سرعت تا مرتبه سوم به صورت تحلیلی محاسبه و تصحیح شده است. نتایج در مقایسه با محاسبات مرتبه پایین تر و بدون در نظر گرفتن جمله پتانسیل الکترواستاتیک نوسانات طولی، متفاوت است. لحاظ کردن جمله نوسانات الکترواستاتیک طولی در معادله اندازه حرکت الکترون و تصحیح محاسبات تا مرتبه سوم سرعت در حضور میدان مغناطیسی خارجی ایستا نشان می‌دهد، آهنگ رشد پراکندگی رامان رو به عقب نسبت به زمانی که جمله پتانسیل الکترواستاتیک صفر در نظر گرفته شود، حدود ۲۰٪ کاهش نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: آهنگ رشد، پتانسیل الکترواستاتیک طولی، اثرات غیر خطی

Raman scattering in laser interaction with magnetized plasma

S. A. Ghasemi^{1*}, M. A. sarabi², M. R. Mersagh²

¹Plasma and Nuclear Fusion Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, Tehran-Iran

²Islamic Azad University Branch of North Tehran, Physics Department, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, Raman backward and forward scattering growth rate in short laser pulse interaction with under-dense homogenous cold magnetized plasma have been calculated analytically and corrected with taking into account nonlinear effects up to the third order of velocity. Comparison with the lower order of calculations and in the absence of electrostatic potential term of longitudinal oscillations, the results are different. Considering electrostatic potential of longitudinal plasma oscillations in the momentum equation and re-correcting all of calculations in the presence of external magnetic field up to the third order of velocity indicate that, Raman backward scattering grows rate reduces about 20% in comparison with the case without longitudinal electrostatic oscillations term. Raman forward scattering has been also calculated which implies less values than the backward Raman scattering.

Keywords: Growth rate, Longitudinal electrostatic potential, Nonlinear effect



مقدمه:

فروپاشی پالس لیزر فرودی درون پلاسما به امواج الکترومغناطیس و الکترواستاتیک ثانویه، از عوامل مهم ناپایداری پلاسما و عدم انجام بهینه گداخت است [۱۲]. زمانی که پالس لیزر با اتم‌های خنثی یک هدف برهمکنش می‌کند، اتم‌ها شروع به یونیزه شدن کرده و پلاسما تشکیل می‌شود که این پلاسما با پالس فرودی لیزر برهمکنش مجدد انجام می‌دهد و باعث تولید امواج الکترومغناطیسی پراکنده می‌شود که از جمله آن می‌توان به پراکندگی رامان اشاره کرد. از آنجا که برهمکنش لیزر های پالس کوتاه با پلاسما مد نظر است، لذا اثرات جمله پتانسیل الکترواستاتیک طولی نوسانات پلاسما در معادله اندازه حرکت می‌تواند مهم باشد و تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر آهنگ رشد رامان در حالت غیر خطی داشته باشد، که این جمله در مرجع [۳] در نظر گرفته نشده است. پراکندگی القایی رامان ۱ است که هم به طور تحلیلی و هم به طور تجربی مورد مطالعات زیادی قرار گرفته است [۴-۶] در این مقاله اثر این جمله بر آهنگ رشد پراکندگی رامان رو به عقب به طور تحلیلی بررسی و مطالعه شده است. در بیشتر کارهای انجام شده در مورد ناپایداری پراکندگی رامان، جملات نسبیتی و غیرخطی به طور مستقل محاسبه شده‌اند. در این مقاله می‌خواهیم به طور همزمان جملات نسبیتی و غیرخطی را در نظر بگیریم و میزان رشد ناپایداری را تا مرتبه‌ی سوم با در نظر گرفتن جمله نوسانات الکترو استاتیک محاسبه کنیم.

توصیف مدل و معادلات اساسی محاسبه آهنگ رشد پراکندگی رامان:

در مدل استفاده شده، یک پالس لیزر با قطبش خطی در پلاسمای سرد و بدون برخورد منتشر می‌شود و با اعمال یک میدان مغناطیسی خارجی ثابت $\vec{B}_{ext} = B_0 \hat{k}$ بر پلاسما، بیشینه آهنگ رشد رامان رو به عقب و رو به جلو را مطالعه شده است. بردار انتشار لیزر در راستای محور X قرار دارد ($\vec{K} = k\hat{x}$) با میدان الکتریکی $\vec{E}_{(x,t)} = E_0 \cos(k_0 x - \omega t) \hat{j}$ و پتانسیل برداری $\vec{A}_{(x,t)} = A_0 \sin(k_0 x - \omega t) \hat{j}$ (میدان مغناطیسی ثابت خارجی موازی با مغناطیسی لیزر تعریف شده است). از آنجا که $\omega_0 \ll \omega_p$ ، می‌توان یون‌ها را ثابت در نظر گرفت. در این بخش، با استفاده از معادله اندازه حرکت الکترون و معادله پیوستگی با در نظر گرفتن اثرات سرعت نسبیتی ضعیف، سرعت غیرخطی الکترون‌ها تا مرتبه سوم محاسبه شده است و با استفاده از تئوری اختلال چگالی جریان غیر خطی مرتبه سوم بدست آمده است. معادله‌ی اندازه حرکت الکترون‌ها در میدان

^۱ Stimulated Raman Scattering



از:	عبارتست	خارجی	مغناطیسی
-----	---------	-------	----------

$$\frac{d}{dt} \left(\vec{P} - \frac{e\vec{A}}{c} \right) = e\vec{\nabla}\varphi - \vec{\nabla} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{V}}{c} \right) - e \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B}. \quad (1)$$

با تجزیه مولفه ای طولی و عرضی معادله فوق و با استفاده از تبدیل فوریه، معادلات مرتبه اول سرعت

اختلالی با در نظر گرفتن تقریب $\frac{d}{dt} \square \frac{\partial}{\partial t}$ به صورت زیر در می آید:

$$\mathbf{V}_{ex}^{(1)} = -\frac{\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\omega} \omega_c}{\omega^2 - \omega_{UH}^2} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) = \alpha_1 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (2)$$

$$\mathbf{V}_{ey}^{(1)} = \frac{\mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\omega}^y - \boldsymbol{\omega}_{pe}^y)}{\omega^2 - \omega_{UH}^2} \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) = \beta_1 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (3)$$

که در آن دامنه‌ی هنجار شده میدان تابشی است. نوسانات چگالی پلاسما مرتبه اول اختلال از $a_0 = \frac{eA_0}{mc}$

$$\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{V}_e) = 0 \Rightarrow \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial t} + n_e^{(1)} \frac{\partial \mathbf{V}_{ex}^{(1)}}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$n_e^{(1)} = \frac{-n_e \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\omega} \mathbf{k}}{\omega^2 - \omega_{UH}^2} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (5)$$

با استفاده از تبدیلات فوریه داریم:

لازم به ذکر است که در معادلات مرتبه اول، میدان الکتریکی لیزر باعث سرعت ارتعاشی در راستای عرضی نسبت به راستای انتشار تابش می شود، از طرفی فشارتابشی قوی لیزر باعث ایجاد جریان در راستای محور تابش می شود و به دلیل آنکه پلاسما با هر گونه تغییرات در توزیع بار مخالفت می کند، شبه خستاییت پلاسما، باعث ایجاد نوسانات طولی در راستای انتشار لیزر خواهد شد. این جمله مهم دربرخی مقالات نادیده گرفته شده است، مرجع [3]، که در این مقاله تصحیحات ناشی از لحاظ کردن این جمله مطالعه و بررسی شده

است. در تقریب مرتبه دوم سرعت به کار بردن جمله‌ی همرفتی به صورت $\left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right)$ داریم:

$$\mathbf{V}_{ex}^{(2)} = \left(\alpha_1 \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\omega} - \gamma a \beta_1 \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\omega} - \frac{\alpha_1}{\gamma} \beta_1 \omega_c \mathbf{k} + \frac{a}{\gamma} \alpha_1 \omega_c \mathbf{k} \right) \times \frac{\cos 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}{(\omega^2 - \omega_{UH}^2)} + \frac{a \alpha_1 \omega_c \mathbf{k}_1 - \alpha_1 \beta_1 \omega_c \mathbf{k}}{2(\omega^2 - \omega_{UH}^2)}$$

$$= \alpha_\gamma \cos 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) + \alpha_\gamma' \quad (6)$$

$$\mathbf{V}_{ey}^{(2)} = \left(\frac{\alpha_1 \beta_1 \mathbf{k} - a \alpha_1 \mathbf{k} - \gamma \omega_c \alpha_\gamma}{\omega} \right) \times \sin 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) = \beta_\gamma \sin 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (7)$$

با توجه به اینکه در این مقاله $a_0 \square 1$ یا $\frac{V^2}{c^2} \square 1$ و با در نظر گرفتن تعریف کامل

در آن $\mathbf{V}^2 = (\mathbf{V}_{ex}^{(1)})^2 + (\mathbf{V}_{ey}^{(1)})^2$ است، مرتبه‌ی سوم سرعت غیر خطی در $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} + \frac{\gamma}{2} \frac{\mathbf{V}^2}{c^2} \frac{\partial \mathbf{V}^{(1)}}{\partial t}$

راستای طولی X و عرضی Y به صورت زیر در می آید:



$$V_x^{(r)} = \frac{+1}{(\omega_r^2 - \omega_{UH}^2)} [-2 \alpha_1 \alpha_r k \omega_r + \alpha_1 \alpha_r' k \omega_r - \omega_r \beta_1 \alpha_r' k + \frac{3}{4} \frac{\omega_r}{c^2} \beta_1 \alpha_1^2 \omega_r + \frac{3}{4} \frac{\omega_r}{c^2} \beta_1^2 \omega_r + a \alpha_1' \omega_r k - \frac{1}{2} a \beta_r k \omega_r - \frac{9}{4 c^2} \beta_1^2 \alpha_1^2 \omega_r^2 + \frac{3}{2 c^2} \alpha_1^2 \omega_r^2 - \frac{3}{4 c^2} \alpha_1^2 \omega_r^2] \cos(kx - \omega t) = \alpha_r \cos(kx - \omega t) \quad (8)$$

$$V_{ey}^{(r)} = \left[\frac{4 \alpha_1 \beta_r K}{\omega_r} + \frac{2 \alpha_r \beta_1 K}{\omega_r} + \frac{\alpha_1 \beta_r K}{\omega_r} - \frac{2 a \alpha_r \alpha_1 K}{\omega_r} - \frac{a \alpha_r \alpha_1 K}{\omega_r} - \frac{\alpha_r \omega_r}{\omega_r} - \frac{3}{2 c^2} \alpha_1^2 \beta_1 + \frac{3}{2 c^2} \beta_1^2 - \frac{3}{4 c^2} \alpha_1^2 \beta_1 - \frac{3}{4 c^2} \beta_1^2 \right] \sin(Kx - \omega t) = \beta_r \sin(Kx - \omega t) \quad (9)$$

با در دست داشتن معادلات غیر خطی سرعت، می‌توان چگالی جریان عرضی غیر خطی را تا مرتبه‌ی سوم به دست آورد که شامل سرعت‌های خطی و غیرخطی نوسانی الکترون‌ها در جهت y می‌باشد:

$$V_y = V_y^{(1)} + V_y^{(2)} \cong (\beta_1 + \beta_r) \sin(kx - \omega t) = a \cdot F(\omega) = a \cdot \left[\frac{\omega_r^2 - \omega_{pe}^2}{\omega_r^2 - \omega_{UH}^2} + G_0 a^2 \right] \sin(kx - \omega t) \quad (10)$$

که در آن G_0 ضریب سرعت غیرخطی مرتبه سوم است

در حضور میدان مغناطیسی خارجی ایستا، می‌توان آهنگ رشد ناپایداری را با جایگذاری تعریف $\omega = \omega_{UH} + \delta\omega$ در معادله‌ی پاشندگی زیر و استخراج قسمت حقیقی آن به دست آورد. که در آن $\delta\omega = i\gamma$ است و γ آهنگ رشد زمانی پراکندگی رامان مورد نظر با شرط $\delta\omega \ll \omega$ می‌باشد.

$$D_e = \frac{e^2 \omega_{pe}^2 k^2 A^2 F(\omega)}{4 m_e^2 c} \times \left[\frac{F(\omega_+)}{D_{+(k_+, \omega_+)}} + \frac{F(\omega_-)}{D_{-(k_-, \omega_-)}} \right] \quad (11)$$

در پراکندگی رامان رو به عقب می‌توان از جمله‌ی $[D_{+(k_+, \omega_+)})$ چشم‌پوشی کرد و آهنگ رشد به صورت

$$\gamma = \frac{F(\omega_+) a}{4} \left[\frac{\omega_{pe}^2 \omega_{UH}}{c(\omega - \omega_{UH})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

برای محاسبه آهنگ رشد پراکندگی رامان رو به جلو، کفایت در معادله (۱۷) هر دو جمله استوکس و آنتی

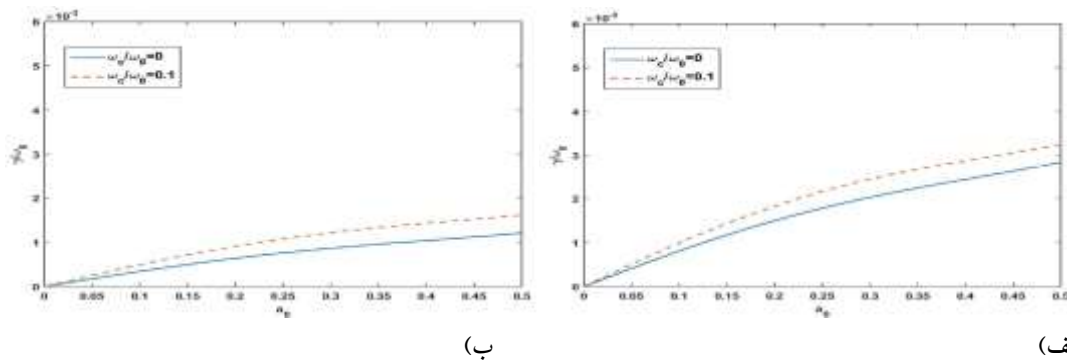
$$\gamma = \frac{\omega_{UH} \omega_{pe} a F(\omega)}{2 \sqrt{2}} \left(\frac{1}{c(\omega^2 - \omega_{UH}^2)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

بحث:

با توجه به آنالیز تحلیلی انجام شده، آهنگ رشد ناپایداری پراکندگی غیر خطی رامان رو به عقب و پراکندگی غیر خطی رامان رو به جلو به ترتیب طبق معادلات (۱۲) و (۱۳) بدست می‌آید. شکل (۱) - الف میزان رشد ناپایداری رامان رو به عقب بر حسب پتانسیل هنجار شده میدان تابشی a_0 در پلاسمای مغناطیده و غیرمغناطیده را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است، افزایش دامنه میدان تابشی به معنی



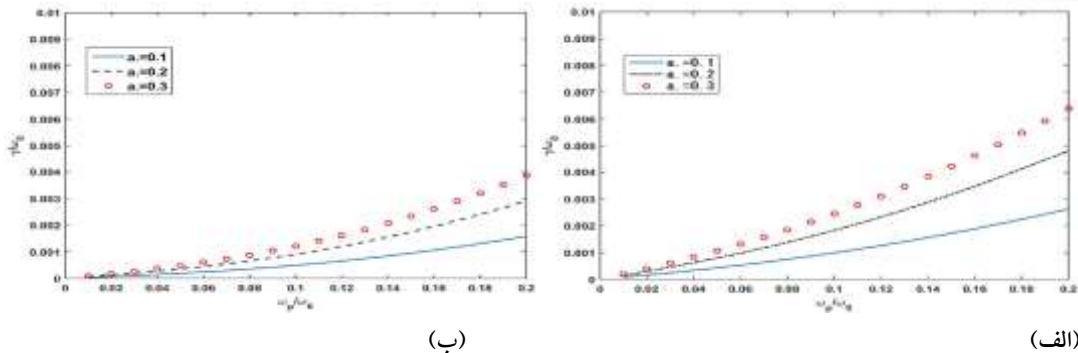
افزایش شدت پمپ فرودی است و به دنبال آن نیروی پاندرموتیو لیزر فرودی افزایش می‌یابد، با بزرگ شدن نیروی پاندرموتیو لیزر، دامنه نوسانات چگالی پلاسما بزرگ می‌شود و دامنه آهنگ رشد امواج نوری پراکنده را افزایش می‌دهد که در شکل به وضوح دیده می‌شود.



شکل 1: میزان رشد غیرخطی بهنجار ناپایداری نوری رامان برحسب پتانسیل برداری هنجار شده در $\omega_p/\omega_0 = 0.1$ (الف) رامان رو به عقب و (ب) رامان رو به جلو

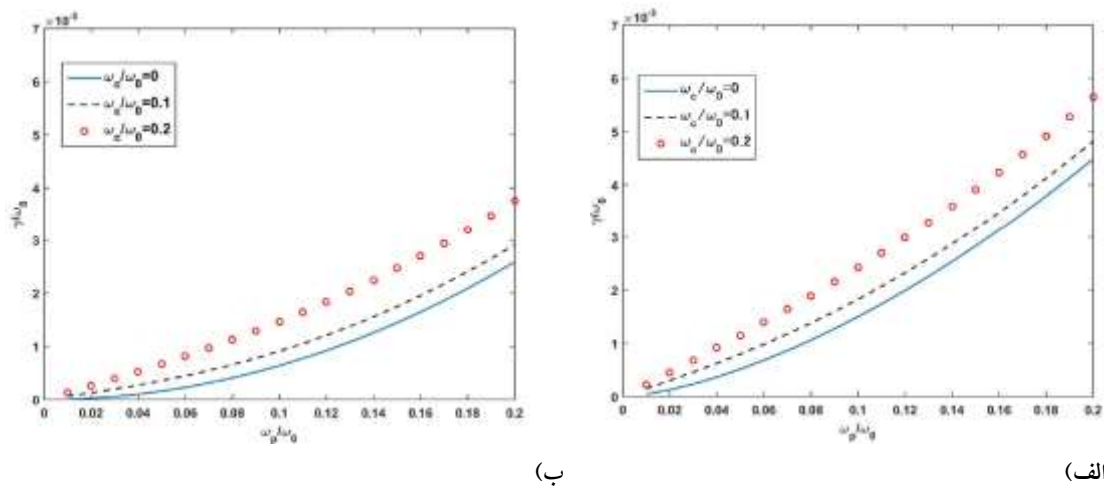
از طرفی رشد ناپایداری در پلاسما مغناطیده نسبت به غیرمغناطیده بیشتر است، در واقع، حضور میدان مغناطیسی خارجی مؤلفه‌ی سرعت ارتعاشی عرضی و سرعت طولی را افزایش می‌دهد و باعث افزایش نوسانات پلاسما و افزایش دامنه آهنگ رشد ناپایداری می‌شود. از آنجا که مبنای محاسبات این مقاله در تصحیح و تکمیل محاسبات مقاله مرجع [۳] انجام شده است، لذا مقایسه میزان رشد ناپایداری رو به عقب رامان در این مقاله حدود ۲۰ درصد نسبت به مقاله مرجع [۳] کاهش نشان می‌دهد (بر حسب تغییرات پتانسیل برداری هنجار شده a_0). این کاهش ناشی از در نظر گرفتن جمله نوسانات طولی (جمله اول سمت راست معادله (۱) تا مرتبه سوم، در سرعت) می‌باشد. لحاظ کردن جمله پتانسیل الکترواستاتیک طولی باعث تصحیح مؤلفه عرضی سرعت الکترون‌ها و چگالی جریان عرضی کل نسبت به مقادیر مرجع [۳] می‌شود و افزایش نوسانات طولی پلاسما و a موجب می‌شود آهنگ رشد تصحیح شده کاهش یابد.

در شکل (۱) - ب، میزان رشد ناپایداری رو به جلو رامان نشان داده شده است که نسبت به رو به عقب، کمتر است. در شکل (۲) بستگی آهنگ رشد بهنجار ناپایداری نسبت به فرکانس نوسانات الکترونی ترسیم شده است. از هر دو شکل الف و ب پیداست که با افزایش نوسانات چگالی پلاسما، تاثیر جمله تصحیحی در معادله سرعت عرضی و چگالی جریان عرضی کل افزایش می‌یابد و در این حالت آهنگ رشد پراکندگی نوری نسبت به مقادیر مرجع [3] حدود ۲۰٪ کاهش می‌یابد.



شکل ۲: میزان رشد غیرخطی ناپایداری رامان بر حسب نوسانات چگالی پلاسما در $\omega_p/\omega_c = 0.1$ (الف) رامان رو به عقب (ب) رامان رو به جلو

شکل (۳) تاثیر همزمان نوسانات چگالی پلاسما و میدان مغناطیسی خارجی بر رشد ناپایداری رامان را نشان می‌دهد. افزایش همزمان فرکانس پلاسما و فرکانس سیکلوترونی نوسانات باعث شده افزایش آهنگ رشد رامان می‌شود، با این وجود اثر جمله تصحیحی بزرگتر شده و آهنگ رشد نسبت به مقادیر مرجع [3] کاهش می‌یابد.



شکل ۳: میزان رشد غیرخطی، ناپایداری نوری رامان بر حسب نوسانات پلاسما. (الف)، رامان رو به عقب (ب) رامان رو به جلو به ازای $(a = 0/2)$.

نتیجه گیری:

محاسبات نشان می‌دهند که اعمال میدان مغناطیسی خارجی و تصحیح سرعت تا مرتبه سوم، آهنگ رشد پراکندگی رامان را افزایش می‌یابد. به طوریکه، مقایسه‌ی نمودارهای بدست آمده نشان می‌دهند با در نظر گرفتن اثرات غیر خطی، آهنگ رشد پراکندگی نوری رامان در مقایسه با زمانی که جمله تصحیحی الکترواستاتیک در نظر گرفته نشود، حدود ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.



مراجع

- [1] Kline et al., Investigation of stimulated Raman scattering using a short-pulse diffraction limited laser beam near the instability threshold *Laser Part. Beam* 27, 185–190. (2009).
- [2] Matlis et al., Snapshots of laser wakefields, *Nat. Phys* 2, 749–753. (2006).
- [3] A. Paknezhad, D. Dorrnian, Nonlinear backward Raman scattering in the short laser pulse interaction with a cold underdense transversely magnetized plasma, *Laser and Particle Beams* 29, 373–380, 2011.
- [4] J. L. Kline, et al. “ Investigation of stimulated Raman scattering using a short-pulse diffraction limited laser beam near the instability threshold”, *Laser Part. Beam* 27, 185–190. (2009).
- [5] N. H. Matlis, , S. Reed, S.S. Bulanov, V. Chvykov, , G. Kalintchenko, , T. Matsuoka, M. C. Rousseau, “Snapshots of laser wakefields”, *Nat. Phys.* 2, 749–753. (2006).
- [6] C. J. McKinstrie and R. Bingham, ,” Stimulated Raman forward scattering and the relativistic modulational instability of light waves in rarefied plasma”, *Phys. of Plasmas* v B 4, 2626 (1992).