



بررسی نقش نرخ رشد ناپایداری ویبل در اشتعال سوخت همجوشی دوترم-تریتریوم

خدادادی آزادبونی، فاطمه*

دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده فیزیک، گروه فیزیک

چکیده:

ناپایداری ویبل از جمله ناپایداریهای الکترومغناطیسی پلاسما است که مانع انتقال انرژی باریکه الکترون در قرص سوخت و افزایش اتلاف انرژی در فرآیند همجوشی لختی می شود. در این مقاله، به منظور بهبود طراحی قرص سوخت دوترم-تریتریوم و بهینه شرایط اشتعال، پارامترهای موثر بر رشد ناپایداری ویبل در شرایط پلاسمای کوانتومی، کلاسیکی و پلاسمای نسبیتی با سه نوع لایه نازک آلومینیوم، لیتیوم و کربوهیدرات (CH) تعبیه شده در قرص سوخت دوترم-تریتریوم مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان داده شده است، کمینه رشته شدگی باریکه الکترون نسبیتی با تولید بالاترین گرادیان مقاومتی در پلاسمای چگال تبهگن سوخت و استفاده از لایه CH حدود ۰,۰۸ برابر پلاسمای کلاسیکی و ۰,۰۱۳ برابر پلاسمای نسبیتی می باشد.

کلمات کلیدی: همجوشی لختی، گرادیان چگالی، ناپایداری ویبل، پلاسمای نسبیتی و کوانتومی

Survey of the Weibel Instability Growth Rate Role on the Ignition of Deuterium-Tritium Fusion Fuel

Khodadadi Azadboni, Fatemeh

Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran

Abstract

The Weibel instability is one of the plasma instabilities that prevents electromagnetic energy deposition of the electron beam in the fuel pellet and increases energy loss in the inertial fusion process. In this paper, in order to improve of the fuel pellet designing and the optimum of the ignition condition, the efficiency parameters in the Weibel electromagnetic instability growth are studied. The Weibel instability in the quantum plasma and relativistic plasma is evaluated with a three thin layers of aluminum, lithium and carbohydrates (CH) embedded in the DT fuel pellet. The results are shown that minimize filamentation of relativistic electron beam and production a maximum gradient strength in the degenerate dense plasma of the fuel and using of the CH layer is 0.08 times the classical plasma and 0.013 times the relativistic plasma.

Keywords: inertial fusion; density gradient; Weibel Instability; quantum and relativistic plasma.

مقدمه:

در طرح اشتعال سریع همجوشی به روش محصورسازی لختی، یک قرص کروی کوچک شامل دوترم-تریتریوم میکروگرمی با چگالی هسته از مرتبه 300 g/cm^3 فشرده می شود. سپس یک لیزر 10^{20} w/cm^2 با پالس بسیار کوتاه ($\sim 10 \text{ ps}$)، برای اشتعال سوخت از پیش متراکم شده، استفاده می شود [۱]. شدت بالای لیزر



در برهمکنش لیزر- پلاسما، الکترونها را تا سرعت فوق حرارتی شتاب می دهد و الکترونهاى نسبیتی (MeV) را تولید می کند. همواره انتشار باریکه الکترون نسبیتی در پلاسما، همراه با تولید میدان های الکتریکی و مغناطیسی است که بر روی چگالی ذرات پلاسما، مقاومت پلاسما و انتشار باریکه الکترونی تاثیر می گذارد. میدان های الکتریکی و مغناطیسی، باریکه الکترونی را موازی، کانونی و یا به صورت رشته ای در می آورند. انتشار باریکه الکترون در پلاسما، وقتی جریان باریکه بزرگتر از جریان آلفن شود، توسط میدان مغناطیسی متوقف می شود. جریان آلفن در حد نسبیتی برابر با $I_A = 17\beta\gamma$ (kA) است [۲]. وقتی شدت باریکه لیزری بزرگتر از جریان آلفن باشد، الکترونها در لبه باریکه در خلاف جهت منتشر می شوند و جریان برگشتی تولید می شود. جریان برگشتی، پس زمینه پلاسما را خنثی می کند و سیستمی دوجریانه بوجود می آورد. میدان مغناطیسی حاصل از اختلال، منجر به تنگش باریکه و بنابراین افزایش اختلال می شود. تنگش، جریان باریکه را به جریان رشته ای تبدیل می کند. این چنین سیستمهایی نسبت به هر آشفتگی هارمونیک ناپایدارند و مدهای الکترومغناطیسی که بطور نمایی با زمان رشد می کنند، تولید می کنند [۳ و ۴]. این مدهای ناپایدار می توانند باریکه ها را واگرا کرده و تعداد الکترونهاى داغی که به مرکز سوخت می رسند را کاهش دهند که نتیجه آن پیش گرمایش قرص سوخت است. سیستم باریکه-پلاسما، متحمل ناپایداریهای الکترومغناطیسی نظیر رشته ای و ویبل می شود. ناپایداری ویبل بطور گسترده هم در پلاسماى اختریفیزیک و هم پلاسماى همجوشی مطالعه می شود. در پلاسماى همجوشی لیزر، مکانیسم های متعددی برای مثال تغییرات دما، انبساط پلاسما، تابش ترمزی معکوس، در برانگیختگی ناپایداری ویبل سهمیم هستند [۵]. در آزمایشات همجوشی لیزر، ناپایداری ویبل مانع شارش گرما، افزایش اتلاف انرژی و اثراتی منفی بر روی ویژگی های انفجار درونی هدف می گذارد [۶-۹]. دستیابی به اشتعال سوخت یک مسئله دشوار و پر هزینه است. بنابراین هدف از این کار، بررسی شرایط تثبیت ناپایداری ویبل در سوخت همجوشی به منظور بهینه شرایط اشتعال قرص همجوشی می باشد.

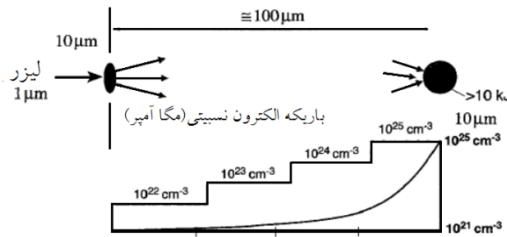
روش کار:

در همجوشی به روش محصورسازی لختی، انتشار باریکه الکترون نسبیتی از هاله پلاسماى قرص سوخت تا مرکز قرص، در سیستمی فوق العاده ناپایدار صورت می گیرد. در انتقال باریکه الکترون نسبیتی از هاله پلاسماى سوخت تا مرکز سوخت همجوشی، چگالی قرص در حال افزایش است. مرکز سوخت حدود چهار مرتبه چگالتر از هاله پلاسما در لبه قرص سوخت است. در نتیجه باریکه الکترون در امتداد مسیر انتشارش به سمت مرکز قرص سوخت با یک گرادیان چگالی مواجه است. به طوری که، نهشت انرژی باریکه الکترون در پلاسما به گرادیان چگالی بستگی پیدا خواهد کرد. بنابراین، باریکه قبل از رسیدن به مرکز سوخت، اغلب انرژی خود را در فاصله کوتاهی به پلاسما منتقل می کند. اختلال کوچک چگالی میان پوسته چگال سرد و

داغ قرص سوخت بصورت e^{kt} رشد خواهد کرد، که $\kappa = \sqrt{gk \frac{\rho_h - \rho_c}{\rho_h + \rho_c}}$ و چگالی پلاسمای سرد و داغ سوخت همجوشی، $g = P/\rho\Delta r$ ، $k = 2\pi/\lambda$ ، فشار و P ضخامت گامهای گرادیان چگالی است. با فرض اینکه $(\rho_h - \rho_c)/(\rho_h + \rho_c) < 1$ و $\Delta r/r \sim 8$ ، چگالی قرص سوخت همجوشی عبارت است از:

$$n_e(z, t) = n_0 \exp\left(\frac{z}{l} + 10\right) \quad (1)$$

که در آن l طول مشخصه گرادیان چگالی، $n_0 = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ چگالی اولیه الکترون و $T_{e0} = 500 \text{ eV}$ دمای اولیه پلازما است. با افزایش انرژی باریکه الکترون های نسبی، میدان مغناطیسی رشد می کند و باریکه الکترونها را موازی و کانونی خواهند ساخت.



شکل ۱: انتشار باریکه الکترون در میان گرادیان چگالی سوخت

نرخ رشد ناپایداری و میدان مغناطیس مگا گوسی رابطه مستقیم با مقاومت پلازما دارد. در طول مسیر باریکه از هاله پلاسمای قرص سوخت، پلاسمای چگال سرد، تا مرکز قرص سوخت که پلاسمای داغی است، تغییرات دمایی و تغییر حالت سیستم؛ تبهگن، کلاسیک و نسبی مشاهده می شود. بنابراین علاوه بر گرادیان چگالی قرص سوخت، گرادیان مقاومت که به صورت سری در طول مسیر باریکه قرار می گیرد، باید در نظر گرفت. برای کاهش واگرایی باریکه، لایه نازکی با عدد اتمی بالا در پلاسمای سوخت تعبیه می شود که دلیل متفاوت بودن با سوخت گرادیان چگالی $\vec{\nabla} \eta$ تولید می کند. رشد میدان مغناطیسی با زمان عبارتست از:

(۲)

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \eta \vec{\nabla} \times \vec{j}_b + (\vec{\nabla} \eta) \times \vec{j}_b$$

که در آن η مقاومت ویژه، j_b جریان باریکه است. پارامتر موازی سازی از رابطه زیر بدست می آید:

(۳)

$$\Gamma = 0.13 n_e^{3/5} z^{2/5} \ln \Lambda^{2/5} P^{-1/5} t_{511}^{-0.3} (2 + T_{511})^{-1/2} r_b^{2/5} t^{2/5} \theta^{-2}$$

که $P = I \pi r^2$ توان باریکه الکترون، T_{511} دمای الکترون در واحد 511 MeV ، θ واگرایی باریکه است. لگاریتم کولمبی در پلاسمای کلاسیک، تبهگن و نسبی به ترتیب با معادلات زیر تعریف می شوند:

(۴)

$$\ln \Lambda_c = \ln \left(T_e^{3/2} / (\sqrt{\pi m_e} z e^3) \right)$$

$$\ln \Lambda_q = \ln (2\pi \lambda_F / \lambda_{deB}) \quad (5)$$



(۶)

$$\ln \Lambda_r = \ln \left(\left(3(m_e c^2)^{3/2} \right) (\gamma - 1)^{3/2} / (2\sqrt{\pi m_e} z e^3) \right)$$

پلاسمای کوانتومی:

برای کم کردن هزینه فشرده سازی سوخت توسط محرک لیزر، قرص سوخت بصورت پلاسمای سرد چگال جزئی تبگن طراحی می شود. رابطه کلی پراکندگی در پلاسمای کوانتومی برای امواج عرضی سیستم ویگنر-ماکسول عبارت است از:

(۷)

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \omega_{pe}^2 + \frac{m_e \omega_{pe}^2}{2n_0 \hbar} \int dv \left(\frac{v_x^2 + v_y^2}{\omega - kv_z} \right) \left[f_0 \left(\vec{v} + \frac{\hbar \vec{k}}{2m_e} \right) - f_0 \left(\vec{v} - \frac{\hbar \vec{k}}{2m_e} \right) \right]$$

جائیکه v بردار سرعت و f_0 تابع ویگنر سیستم های فرمی است و بصورت زیر تعریف می شود:

(۸)

$$f_0 = \left(\frac{m_e}{2\pi k_B} \right)^{3/2} \frac{n_0 \sqrt{T_{||}} \exp \left\{ -\frac{m}{2} \left[\frac{(v_x^2 + v_y^2)}{k_B T_{\perp}} + \frac{(v_z^2 + v_{ez}^2)}{k_B T_{||}} \right] + \eta \alpha_{||} \beta^{2/3} + \alpha_{\perp} \beta^{-1/3} \right\}}{T_{\perp} Li_{3/2} \left[-\exp(\eta \alpha_{||} \beta^{2/3} - \alpha_{\perp} \beta^{-1/3}) \right]}$$

که در آن $\eta = (n_0/n_e(z,t))^2$ گرادیان چگالی قرص سوخت و $Li_{3/2}$ تابع پلی لگاریتم، $\alpha_{||}$ و α_{\perp} به ترتیب پارامتر تبهگنی طولی و عرضی سیستم و $\beta = T_{||}/T_{\perp}$ است [۱۴]. با در نظر گرفتن $\alpha' = \mu \alpha_{||} \beta^{2/3} + \alpha_{\perp} \beta^{-1/3}$ و $\xi = \omega/(\eta k v_{||})$ تابع پراکندگی پلاسمای به صورت:

(۹)

$$Z(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(y - \xi) y dy}{e^{y^2} + e^{\alpha'}}$$

تعریف می شود. با حل رابطه پراکندگی و استفاده از تقریب $\omega^2 \ll c^2 k^2$ ، نرخ رشد ناپایداری ویبل $(\delta = \text{Im} \omega)$ در پلاسمای کوانتومی برابر است با:

(۱۰)

$$\delta_q = -\beta \eta k v_{||} \left((k c / \omega_{pe})^2 + (1 - T_{\perp} / T_{||}) \right) / (\sqrt{\pi} \ln(1 + e^{\alpha'}))$$

پلاسمای کلاسیک:

با افزایش دما در پلاسمای پارامتر تبهگنی در پلاسمای منفی خواهد شد و در حد کلاسیکی وقتی $\hbar \rightarrow 0$ ، رابطه پراکندگی به صورت زیر تعریف می شود.

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \omega_{pe}^2 \left(\sqrt{\eta} - [1 + \xi Z(\xi)] / \beta \right) = 0 \quad (۱۱)$$

با در نظر گرفتن معادله پراکندگی بصورت؛



(۱۲)

$$Z(\xi) \cong \begin{cases} -2\xi + \frac{4}{3}\xi^3 - \dots + i\sqrt{\pi} \exp(-\xi^2) & \text{for } |\xi| \ll 1 \\ -\frac{1}{\xi} - \frac{1}{2\xi^3} - \frac{3}{4\xi^5} - \dots & \text{for } |\xi| \gg 1 \end{cases}$$

که در آن $\xi = (\omega_r + i\delta) / (\sqrt{\eta} k v_{th})$ است. برای $|\omega| \ll ck$ ، نرخ رشد ناپایداری ویبل برابر خواهد بود با:

(۱۳)

$$\delta_c = \sqrt{\eta / \pi} k v_{th} \left(1 - \beta \left(\sqrt{\eta} + \left(k^2 c^2 / \omega_{pe}^2 \right) \right) \right)$$

پلاسمای نسبیتی:

برای بررسی اثر گرادیان چگالی بر رشد ناپایداری ویبل در پلاسمای نسبیتی، این فرایند در دماهای نسبیتی بررسی شده است. دمای غیر نسبیتی پلاسما تقریباً ۱۰ keV است. باریکه الکترونی با انرژی ۴ MeV، که انرژی آن بیش از انرژی انتشار ۰.۵ MeV است، نسبیتی است. دینامیک الکترونها به کمک معادله والاسوف نسبیتی بررسی می شود. رابطه پراکندگی خطی ناپایداری ویبل از حل معادله والاسوف نسبیتی بدست می آید:

(۱۴)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + e \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right) \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0$$

تابع توزیع اولیه الکترونهای نسبیتی با ناهمسانگردی دمایی بصورت زیر تعریف می شود:

$$f_0(p_{\perp}^2, p_{\parallel}) = \frac{\sqrt{\eta} \delta(p_{\perp} - \bar{p}_{\perp})}{4\pi m_e c \gamma_{\perp} p_{\perp} K_1(a)} e^{-\frac{m_e c^2 \gamma'}{T_{\parallel}}}, \quad (15)$$

جائیکه $\gamma_{\perp} = \sqrt{1 + (p_{\perp} / (m_e c))^2}$ مولفه عرضی فاکتور لورنتس نسبیتی، $\gamma' = \sqrt{1 + \eta (p_{\parallel} / (m_e c))^2 + (p_{\perp} / (m_e c))^2}$ فاکتور لورنتس نسبیتی تحت گرادیان چگالی قرص سوخت، $K_1(a)$ تابع بسل اصلاح شده نوع دوم مرتبه اول، $a = m_e c^2 \gamma_{\perp} / T_{\parallel}$ کمیت بدون بعد است. با تعریف، $x = \eta \sqrt{1 + (p_{\parallel} / (\gamma_{\perp} m_e c))^2}$ ، $a' = m_e c^2 \sqrt{\eta} \gamma_{\perp} / T_{\parallel}$ ، $\xi = \sqrt{a' / 2} \omega / (ck)$ و $\bar{p}_{\perp}^2 = T_{\perp} 2 m_e \gamma_{\perp} K_1(\alpha) / (K_0(\alpha) \sqrt{\eta})$ ، تابع پراکندگی برابر است با:

$$Z(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{(t-\xi)} dt + i\pi e^{-\xi^2} \right) \quad (16)$$

که P بیانگر قسمت حقیقی تابع پراکندگی است. با جایگذاری تابع پراکندگی در رابطه پراکندگی و با توجه به اینکه $\omega = \omega_r + i\delta$ ، نرخ رشد ناپایداری ویبل نسبیتی عبارت است از:

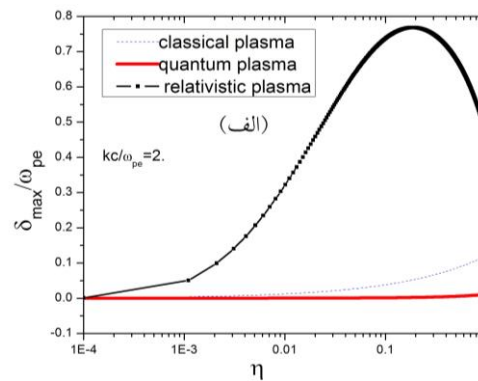
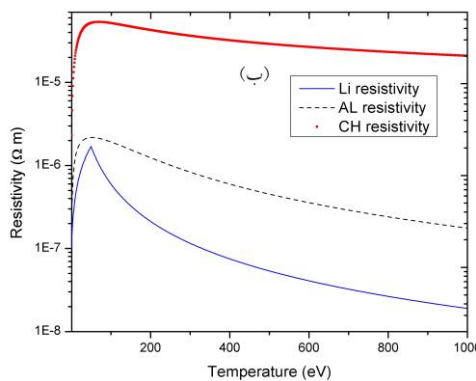
(۱۷)

$$\delta_r = \frac{kc\sqrt{2/\pi}}{2\alpha a'^{3/2}} \left[1 + 4\alpha - \frac{2\alpha^{5/2} \eta^{5/4}}{\beta \sqrt{2\pi}} \left(\frac{K_0^2(\alpha')}{K_1(\alpha)} + \frac{k^2 c^2 K_0(\alpha')}{\omega_{pe}^2 \sqrt{\eta}} \right) \right]$$



نتایج:

در ابتدای مسیر باریکه نزدیک هاله پلاسما، پارامتر تبهگنی مثبت است و سیستم کاملاً تبهگن است. در نزدیکی مرکز قرص، پارامتر تبهگنی تحت تاثیر گرادیان چگالی و ناهمسانگردی دمایی منفی و سیستم کلاسیک می‌باشد. با وجود گرادیان چگالی، پارامتر تبهگنی تنها می‌تواند در نزدیکی هاله پلاسما نرخ رشد ناپایداری را کاهش دهد. در پلاسما کلاسیکی با کاهش گرادیان چگالی نرخ رشد ناپایداری کاهش می‌یابد و با 10 برابر شدن پارامتر ناهمسانگردی β ، بیشینه نرخ رشد ناپایداری و حداکثر عدد موج ناپایداری 10 برابر کاهش می‌یابد. در نهایت در پلاسما نسبی با کاهش η به سمت مرکز قرص سوخت، حداکثر نرخ رشد ناپایداری $\delta_{\max}/\omega_{pe}$ ، عدد موج مربوط به بیشینه ناپایداری k_{\max} و بیشینه عدد موج ناپایداری k_{cut} کاهش می‌یابد. کاهش گرادیان چگالی با ضریب 100 و افزایش پارامتر نسبی با ضریب 3 ، منجر به حدود 88 درصد کاهش نرخ رشد و حدود 87 درصد کاهش k_{\max} می‌شود. این بدین معنی است که انرژی کمتری از باریکه الکترونی به مرکز قرص سوخت منتقل می‌شود. در شکل ۲-الف، نرخ رشد به عنوان تابعی از گرادیان چگالی سوخت در سه حالت پلاسما نشان داده شده است. در پلاسما نسبی، نرخ رشد در ابتدا با فاصله از هاله پلاسما سوخت افزایش می‌یابد و به حداکثر مقدار خود می‌رسد. سپس به آرامی در فاصله کوچکی از مرکز سوخت کاهش می‌یابد. رشد ناپایداری ویل در پلاسما نسبی حدود 6.4 برابر پلاسما کلاسیکی و 78 برابر پلاسما کوانتومی است. طول موجهای بلندتر در پلاسما نسبی قرص سوخت، تمایل بیشتری به ثبات ناپایداری نشان می‌دهند. بیشینه نرخ رشد ناپایداری ویل در طول مسیر باریکه الکترونی به سمت مرکز سوخت شکل نزولی دارد. بنابراین، در طول موجهای کوتاه عمل انتقال انرژی لیزر به مرکز سوخت بهتر صورت می‌گیرد. در پلاسما کلاسیکی و کوانتومی با کاهش گرادیان چگالی شاهد روند کاهش ناپایداری ویل هستیم. هرچه عدد اتمی لایه تعبیه شده در قرص سوخت بالاتر باشد، موازی سازی باریکه به دلیل مقاومت بالاتر قوی تر است (شکل ۲-ب). میدان مغناطیسی در قرص سوخت با لایه نازک CH، با افزایش دما کمتر دچار افت خواهد شد. بنابراین درجه بالایی از موازی سازی برای کربوهیدرات انتظار می‌رود.





شکل ۲: الف) نرخ رشد ناپایداری ویبل بر حسب گرادیان چگالی برای پلاسمای کوانتومی، کلاسیکی و پلاسمای نسبیتی، ب) مقاومت پلاسمای بر حسب دما برای لایه‌های نازک لیتیم، آلومینیوم و کربوهیدرات

بحث و نتیجه گیری:

برای بررسی نرخ رشد ناپایداری ویبل کوانتومی، کلاسیکی و نسبیتی، دینامیک الکترونها به ترتیب توسط معادله والاسوف - ماکسول، ویگنر - ماکسول، والاسوف نسبیتی بررسی شده است. تابع توزیع اولیه الکترونها، متناسب با حالت پلاسمای با ناهمسانگردی دمایی تعریف می‌شود. رشد میدان مغناطیسی، رشته شدگی و موازی سازی مقاومتی در سه حالت پلاسمای کلاسیک، تبهگن و نسبیتی، با سه نوع لایه نازک آلومینیوم، لیتیم و CH تعبیه شده در قرص سوخت بررسی شده است. محاسبات نشان داده اند که مقاومت لایه CH، بزرگتر از مقاومت لایه‌های آلومینیوم و لیتیم است و مقاومت پلاسمای تبهگن کوچکتر از پلاسمای نسبیتی و کلاسیک است. بدلیل حساسیت کم مقاومت CH به دما، نوسانات میدان مغناطیسی در سوخت کمتر مشاهده خواهد شد. نسبت رشد میدان مغناطیسی حاصل از انتقال باریکه الکترون در پلاسمای چگال نسبیتی به پلاسمای کلاسیک و تبهگن به ترتیب ۱,۳۳ و ۴,۱ است. در نزدیکی هاله پلاسمای به دلیل جفت شدن باندهای جانبی با سرعت الکترون نوسانی نسبیتی یک جریانی که نرخ رشد ناپایداری ویبل را افزایش می‌دهد، تولید می‌شود. نرخ رشد ناپایداری با کاهش η ، به سمت مرکز قرص سوخت، به دلیل گسترش دمایی الکترونها پر انرژی شروع به کاهش می‌کند. کاهش گرادیان چگالی، η ، با ضریب ۱۰۰ و افزایش پارامتر نسبیتی، η ، با ضریب ۳، منجر به حدود ۸۸ درصد کاهش نرخ رشد و حدود ۸۷ درصد کاهش عدد موج k_{max} می‌شود. این موضوع را می‌توان به افزایش جرم نسبیتی باریکه الکترون که باعث آهسته تر شدن حرکت الکترونها و در نتیجه کاهش جریان باریکه می‌شود، نسبت داد. برای اشتعال مناسب قرص سوخت، با انتخاب مناسب گرادیان چگالی، پارامتر نسبیتی و کنترل نرخ رشد ناپایداری، موقعیت نهشت انرژی باریکه الکترونی نسبیتی را می‌توان به مرکز سوخت منتقل کرد. بنابراین بهترین انتخاب برای کمینه کردن رشته شدگی باریکه الکترون نسبیتی با تولید بالاترین گرادیان مقاومتی در سوخت، استفاده از لایه CH در پلاسمای چگال تبهگن است.

سپاسگزاری

اینکار با حمایت بنیاد ملی نخبگان انجام شد. از حمایت بنیاد ملی نخبگان ایران صمیمانه تشکر می‌کنم.

مراجع:

- [۱] M. Tabak et al., Phys. Plasmas 1, 1626(1994).
- [۲] C. Deutsch, Laser Part. Beams 22, 115(2004).
- [۳] S. YU. Gus'Kov, Laser Part. Beams 23, 255-260(2005).



- [۴] P. Velarde et al., Laser Part. Beams 30, 445-457(2012).
- [۵] C. Deutsch, Laser Part. Beams 22, 115(2004).
- [۶] M. Mahdavi & F. Khodadadi Azadboni, Phys. Plasmas 20, 122708-1(2013).
- [۷] H. Ren et al., Plasma Phys. Control. Fusion 53, 35012-1(2011).
- [۸] M. Abdel Aziz, Physics Letters A 376, 169–178(2012).