



## نقش ماده تاریک در خود-مقید بودن سیستمهای نوترونی با برهمکنش قوی

رضایی، زینب

دانشگاه شیراز، دانشکده علوم، بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی

### چکیده:

یکی از مهمترین سیستمهای هسته ای دارای برهمکنش قوی در کیهان که ابرهسته نیز خوانده می شود ستاره نوترونی است. به دلیل ترکیب خاص این جرم سماوی و برهمکنشهای هسته ای درون آن، این ستاره یک سیستم مقید گرانشی می باشد. در این مقاله با استفاده از مدل برهمکنشی هسته ای اسکایرم و در چارچوب تئوری نسبیت عام به تحقیق پیرامون اثر ماده تاریک فرمیونی بر ماده نوترونی درون ستاره نوترونی می پردازیم. نتایج حاصل نشان می دهد که وجود ماده تاریک در این ستاره و برهمکنش گرانشی آن با ماده نوترونی درون آن منجر به خود-مقید شدن این سیستم می گردد.

کلمات کلیدی: ماده نوترونی-ماده تاریک-تقید

## The role of dark matter on self-bounding of neutron systems with strong interaction

Rezaei, Zeinab

Shiraz University, College of Sciences, Department of Physics and Biruni Observatory

### Abstract:

The neutron star is one of the important nuclear systems with strong interactions in the Universe which is also called supernucleus. Due to the special content and inner nuclear interactions of this celestial object, this star is a gravitationally bound system. In this paper using Skyrme model for the nuclear interaction and in the framework of general relativity, we investigate the effect of fermionic dark matter on the neutron matter in neutron star. Our results indicate that the dark matter in this star and the gravitational interaction of dark matter with the neutron matter lead to the self-bounding of this system.

**Key words:** neutron matter- dark matter- bounding

### مقدمه :

یک ستاره نوترونی سیستمی فشرده متشکل از نوترون، پروتون، الکترون و میون است. این در حالی است که بیش از حدود ۹۰٪ ستاره از نوترونها تشکیل شده است و به همین دلیل به این نام خوانده می شود. در این سیستم، نیروی هسته ای قوی بین نوترونها، برهمکنشی بسیار مهم و موثر در تعیین ساختار و تحول به حساب می آید. از سوی دیگر این ستاره دارای شعاعی کم، جرمی زیاد و بنابراین چگالی بالایی می باشد. از این رو، این جرم بسیار فشرده بوده و دارای میدان گرانشی قوی است. به همین دلیل این جرم سماوی می



تواند ماده تاریک را به سمت خود جذب نماید. وجود ماده تاریک در ستاره نوترونی در تحقیقات متعددی محتمل دانسته شده است [۱-۷]. به دلیل نیروی گرانشی بین ماده تاریک و ماده نوترونی در ستاره، این ستاره خواص ویژه‌ای از خود نشان می‌دهد. اثر ماده تاریک آینه‌ای بر ساختار ستاره نوترونی با استفاده از معادلات هیدروستاتیکی نسبیتی مورد بررسی قرار گرفته است [۱]. این تحقیق بیانگر آن است که ساختار ستاره به مقدار نسبت تعداد باریونهای آینه‌ای به باریونهای معمولی وابسته است. با در نظر گرفتن ماده تاریک به صورت ذراتی فرمیونی با برهمکنشی دافعه، نشان داده شده است که ماده تاریک سبب نرم شدن معادله حالت سیستم و کاهش جرم بیشینه می‌شود [۵]. از سوی دیگر رابطه جرم-شعاع ستاره متأثر از جرم ذرات ماده تاریک، مقدار ماده تاریک و برهمکنش ذرات ماده تاریک است [۶]. از طرفی، ستاره نوترونی به دلیل نیروی هسته‌ای بین ذرات تشکیل دهنده آن یک سیستمی است که اصطلاحاً مقید گرانشی است. این به آن معناست که ستاره‌های بزرگتر دارای جرم کمتری می‌باشند و به عکس. در تحقیق حاضر با در نظر گرفتن مدل برهمکنشی هسته‌ای اسکایرم برای توصیف نیروی هسته‌ای قوی بین نوترونها و بهره‌گیری از تئوری نسبیت عام به بررسی چگونگی اثر ماده تاریک بر ستاره نوترونی و خود-مقید شدن این جرم سماوی می‌پردازیم.

### مدل ماده نوترونی اسکایرم:

مدل اسکایرم یکی از مدل‌های توصیف کننده سیستمهای هسته‌ای است [۸]. برهمکنش اسکایرم به عنوان نیرویی موثر برای محاسبات هارتزی- فوک ماده هسته‌ای ارائه گردید [۹ و ۱۰]. با بهره‌گیری از تقریب هارتزی- فوک، انرژی ماده نوترونی با N ذره به صورت زیر به دست می‌آید،

$$E = \langle \psi | H | \psi \rangle. \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $\psi$  تابع موج بدون برهمکنش است و نیز هامیلتونی به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$H = \sum_{i=1}^N T_i + \sum_{i < j} V_{ij}. \quad (2)$$

در هامیلتونی رابطه (۲)، پتانسیل برهمکنشی زیر وارد می‌شود [۱۱]،

(۳)

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = t_0(1 + x_0 \vec{P}_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 \vec{P}_\sigma) \left[ \vec{P}'^2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{P}^2 \right] + t_2(1 + x_2 \vec{P}_\sigma) \vec{P}' \cdot \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{P} + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 \vec{P}_\sigma) \left[ \rho \left( \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \right]^\alpha \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2).$$

که



$$\bar{P} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2),$$

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2,$$

$$\bar{P}_\sigma = (1 + \bar{\sigma}_1 \cdot \bar{\sigma}_2) / 2.$$

همچنین در رابطه (۳)،  $\bar{P}'$  همیوگ مختلط  $\bar{P}$ ،  $\bar{\sigma}$  ماتریس پائولی، و  $\rho$  چگالی سیستم بوده و  $t_1, x_0, t_0$ ،  $x_1, x_2, t_2, x_3, t_3$  و  $\alpha$ ، پارامترهای آزاد برهمکنش اسکایم، با نتایج تجربی مشخص می‌گردند. با استفاده از روابط (۱) - (۳)، انرژی بر واحد ذره به صورت زیر حاصل می‌گردد [۱۱]،

$$\frac{E}{N} = \frac{3\hbar^2}{52m} (3\pi^2 \rho)^{2/3} + \frac{1}{4} \rho t_0 (1 - x_0) + \frac{1}{24} \rho^{\alpha+1} t_3 (1 - x_3) + \quad (4)$$

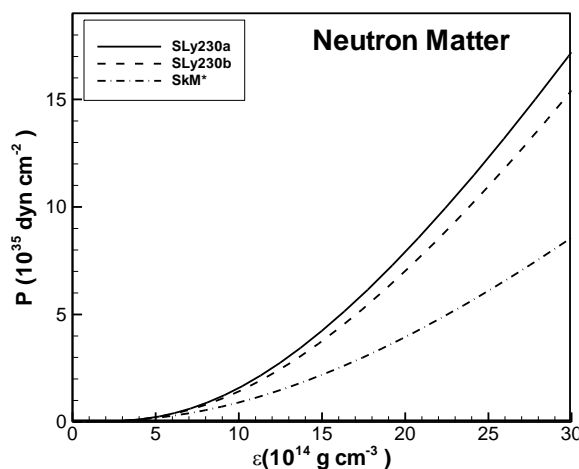
$$\frac{3}{40} (3\pi^2)^{2/3} \rho^{5/3} [t_1 (1 - x_1) + 3t_2 (1 + x_2)]$$

علاوه بر آن، معادله حالت ماده نوترونی به صورت زیر از قانون اول ترمودینامیک حاصل می‌شود،

$$P = - \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_N = \frac{\hbar^2}{5m} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} t_3 (\alpha + 1) \rho^{\alpha+2} + \quad (5)$$

$$\frac{1}{16} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} [3t_1 + (5 + 4x_2)t_2] \rho^{8/3}.$$

مدلهای مختلف اسکایم به وسیله مقادیر مختلف برای پارامترهای آزاد داده می‌شود. در این مقاله از سه مدل  $SLy230a$ ،  $SLy230b$  و  $SkM^*$  استفاده می‌کنیم [۸ و ۱۱]. در شکل ۱، معادله حالت ماده نوترونی برای سه مدل مختلف اسکایم،  $SLy230a$ ،  $SLy230b$  و  $SkM^*$  داده شده است. معادله حالت  $SLy230a$  نسبت به  $SLy230b$  و نیز  $SLy230b$  نسبت به  $SkM^*$  سخت تر است.



شکل شماره (۱) : معادله حالت ماده نوترونی برای سه مدل مختلف اسکایم

## روش دو- مایعی نسبیتی:

برای بررسی تقید سیستم نوترونی در ستاره نوترونی می‌بایست از تئوری نسبیت عام بهره برد. در واقع، مدل دو-مایعی نسبیتی به ما کمک می‌کند تا تاثیر معادله حالت ماده نوترونی و ماده تاریک بر ساختار ستاره را بدست آوریم [۲۱]. با در نظر گرفتن فضا- زمان متقارن کروی استاتیک به صورت زیر ( $G=c=1$ ),

$$ds^2 = e^{2\nu(r)} dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (6)$$

و نیز تانسور انرژی- تکانه مایع کامل،

$$T^{\mu\nu} = -pg^{\mu\nu} + (p + \varepsilon)u^\mu u^\nu, \quad (7)$$

معادلات میدان اینشتین معادلات دو - مایعی تولمن اوپنهایمر ولکف را به صورت زیر به دست می‌دهند،

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{2M(r)}{r}, \quad (8)$$

$$\frac{dv}{dr} = \frac{M(r) + 4\pi r^3 p(r)}{r(r - 2M(r))}, \quad (9)$$

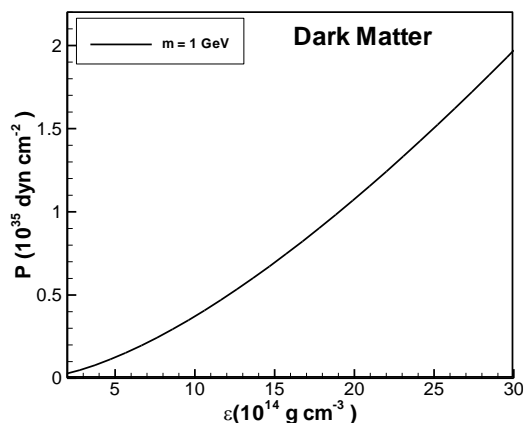
$$\frac{dp_N}{dr} = -[p_N(r) + \varepsilon_N(r)] \frac{dv}{dr}, \quad (10)$$

$$\frac{dp_D}{dr} = -[p_D(r) + \varepsilon_D(r)] \frac{dv}{dr}, \quad (11)$$

که در رابطه (۷)،  $P$  و  $\varepsilon$  فشار و چگالی انرژی هستند و در روابط (۷) و (۹)،  $N$  و  $D$  به ترتیب معرف کمیات مربوط به ماده نوترونی و ماده تاریک هستند. همچنین در روابط (۱۰) و (۱۱)، فشار و چگالی انرژی کل، ناشی از بخشهای ماده نوترونی و ماده تاریک می‌باشند،

$$p(r) = p_N(r) + p_D(r), \quad (12)$$

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_N(r) + \varepsilon_D(r). \quad (13)$$



شکل شماره (۲): معادله حالت ماده تاریک



از طرفی  $\Gamma$  مختصه شعاعی و  $M(r)$  جرم کل داخل کره ای به شعاع  $\Gamma$  بوده و شعاع و جرم کره ماده نوترونی و ماده تاریک به ترتیب با شرطهای  $p_D(R_D)=0$  و  $p_N(R_N)=0$  حاصل می شود. همچنین جرم کل ستاره از حاصل جمع جرم کره ماده نوترونی و ماده تاریک به دست می آید. برای محاسبه این ساختار، باید معادله حالت ماده نوترونی و ماده تاریک را به این معادلات اضافه کنیم. برای معادله حالت ماده نوترونی از معادلاتی که در بخش قبل توضیح داده شد بهره می گیریم. همچنین برای توصیف ماده تاریک از مدل ماده تاریک فرمیونی استفاده می کنیم [۱۲]. در این مدل، معادله حالت ماده تاریک با روابط زیر داده می شود،

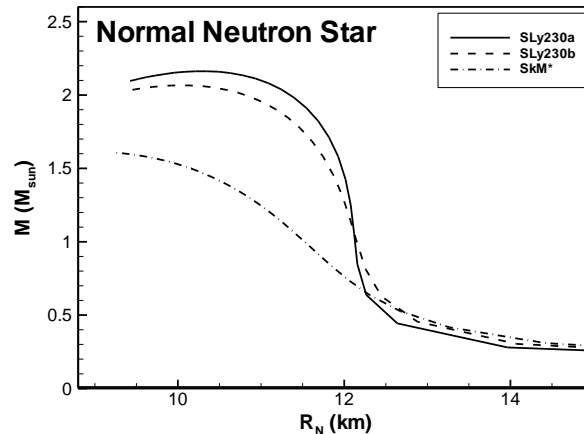
$$P = \frac{1}{3\pi^2} \int_0^{k_F} dk \frac{k^4}{\sqrt{m^2 + k^2}} = \frac{m^4}{24\pi^2} \left[ (2z^3 - 3z)(1 + z^2)^{1/2} + 3\sinh^{-1}(z) \right], \quad (14)$$

$$\rho = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_F} dk k^2 \sqrt{m^2 + k^2} = \frac{m^4}{8\pi^2} \left[ (2z^3 + z)(1 + z^2)^{1/2} - \sinh^{-1}(z) \right]. \quad (15)$$

در روابط (۱۴) و (۱۵)،  $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$  تکانه فرمی،  $n$  چگالی تعداد فرمیونها و  $z = k_F/m$  است. شکل ۲ معادله حالت ماده تاریک فرمیونی با جرم ذرات  $m=1\text{GeV}$  را ارائه می دهد. در ادامه به بررسی وضعیت تقید سیستم ماده نوترونی در غیاب و حضور ماده تاریک می پردازیم.

### نتایج:

شکل ۳ نمایش دهنده رابطه جرم-شعاع ستاره نوترونی معمولی (بدون ماده تاریک) برای معادله های حالت مختلف است. برای هر معادله حالت ماده نوترونی، ستاره های پرجرم تر دارای اندازه ای کوچکترند و ستاره های کم جرم تر شعاعی بزرگتر دارند. این رفتار جرم-شعاع نشان دهنده آن است که سیستم ماده نوترونی در ستاره سیستمی است که به صورت گرانشی مقید است. با سخت تر شدن معادله حالت ماده نوترونی، این پدیده (گرانشی بودن تقید سیستم) واضح تر است. برای ستاره ای مقید با اندازه مشخص، با سخت تر شدن معادله حالت جرم ستاره باید بیشتر باشد. شکل ۳ همچنین نشان می دهد که به ازای یک جرم مشخص، دو ستاره با شعاعهای مختلف می تواند وجود داشته باشد.

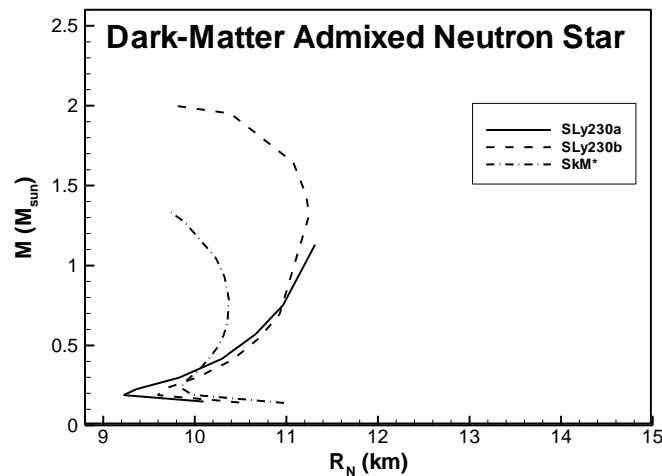


شکل شماره (۳) : رابطه جرم-شعاع ستاره نوترونی معمولی

شکل ۴ رفتار جرم-شعاع ستاره نوترونی در حضور ماده تاریک را ارائه می‌دهد. در این مورد، ستاره‌های کم جرم‌تر دارای اندازه‌ای کوچکتر و ستاره‌های پر جرم‌تر دارای شعاعی بیشتر می‌باشند. اما با افزایش جرم ستاره از مقداری خاص، اندازه آن کوچکتر می‌گردد. این رفتار بیانگر خود مقید بودن سیستم ماده نوترونی در این حالت است. در حقیقت با در نظر گرفتن ماده تاریک در ستاره، رفتار آن نسبت به مورد بدون ماده تاریک تغییر کرده و سیستم خود مقید می‌شود. توجه به این مسئله مهم است که با یک معادله حالت ماده تاریک ( $m=1\text{GeV}$ )، میزان خود مقید شدن سیستم ماده نوترونی بستگی به معادله ماده نوترونی دارد. در میان معادله‌های حالت ماده نوترونی بررسی شده در این تحقیق، برای معادله حالت SLy230b، رفتار خود مقید بودن سیستم واضحتر می‌باشد. می‌توان نتیجه گرفت وجود ماده تاریک در سیستم ماده نوترونی در ستاره فشرده نوترونی سبب تغییر رفتار آن از نظر تقید شده و آن را خود مقید می‌نماید.

### نتیجه گیری :

در این مقاله با به کارگیری معادله حالت اسکایرم برای ماده نوترونی در یک مدل دو-مایعی نسبیتی به بررسی وضعیت تقید سیستم ماده نوترونی در ستاره نوترونی پرداختیم. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در یک ستاره نوترونی معمولی، ماده نوترونی به صورت گرانشی مقید است. این در حالی است که در ستاره‌های نوترونی مرکب با ماده تاریک که وجود آنها در تحقیقات پیشین تایید شده است، ماده نوترونی خود-مقید می‌باشد.



شکل شماره (۴) : رابطه جرم-شعاع ستاره نوترونی در حضور ماده تاریک

مراجع :

- [1] F. Sandin, P. Ciarcelluti, Effects of mirror dark matter on neutron stars, *Astroparticle Physics* 32, 278 (2009).
- [2] P. Ciarcelluti, F. Sandin, Have neutron stars a dark matter core, *Physics Letters B* 695, 19 (2011).
- [3] S.-C. Leung, M.-C. Chu, L.-M. Lin, Dark-matter admixed neutron stars, *Physical Review D* 84, 107301 (2011).
- [4] S.-C. Leung, M.-C. Chu, L.-M. Lin, Equilibrium structure and radial oscillations of dark matter admixed neutron stars, *Physical Review D* 85, 103528 (2012).
- [5] A. Li, F. Huang, R.-X. Xu, Too massive neutron stars: The role of dark matter, *Astroparticle Physics* 37, 70 (2012).
- [6] Q.-F. Xiang, W.-Z. Jiang, D.-R. Zhang, R.-Y. Yang, Effects of fermionic dark matter on properties of neutron stars, *Physical Review C* 89, 025803 (2014).
- [7] Z. Rezaei, Study of dark-matter admixed neutron stars using the equation of state from the rotational curves of galaxies, *The Astrophysical Journal* 835, 13 (2017).
- [8] J. R. Stone, P.-G. Reinhard, The Skyrme Interaction in finite nuclei and nuclear matter, *Progress in Particle and Nuclear Physics* 58, 587 (2007).
- [9] T. H. R. Skyrme, The nuclear surface, *Philosophical Magazine* 1, 1043 (1956).
- [10] T. H. R. Skyrme, The effective nuclear potential, *Nuclear Physics* 9, 615 (1959).
- [11] E. Chabanat, P. Bonche, P. Hansel, J. Meyer, and R. Schaeffer, *Nuclear Physics A* 627, 710 (1997).
- [12] G. Narain, J. Schaffner-Bielich, I. N. Mishustin, Compact stars made of fermionic dark matter, *Physical Review D* 74, 063003 (2006).